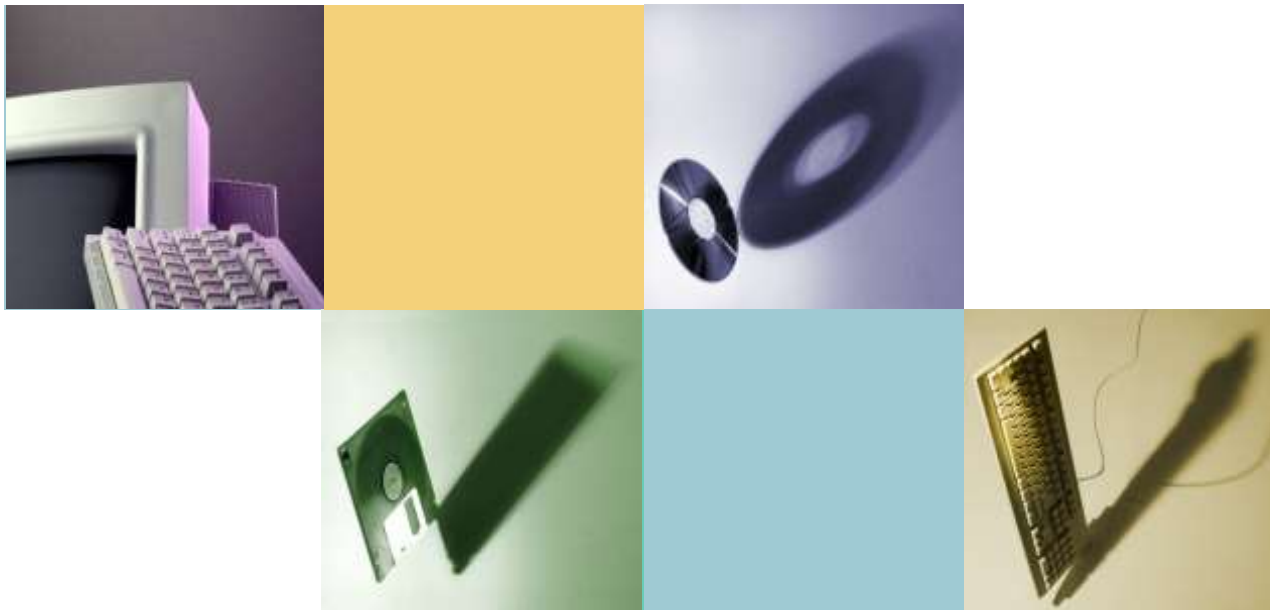


Unidad 2 - Lección 2.2



Expresiones Racionales

Actividad 2.2

- **Referencia del Texto:**
 - 1.4 Expresiones Racionales: Problemas del 1 al 25
- **Referencias del Web**
 - [Math2Me: Fracciones Algebraicas](#)



Definición

- Una expresión racional es una expresión fraccionaria compuesta de dos polinomios.
- Ejemplos:

$$\frac{5}{7} \quad \frac{y-5}{6y} \quad \frac{x+2}{2x-1} \quad 3x-5$$

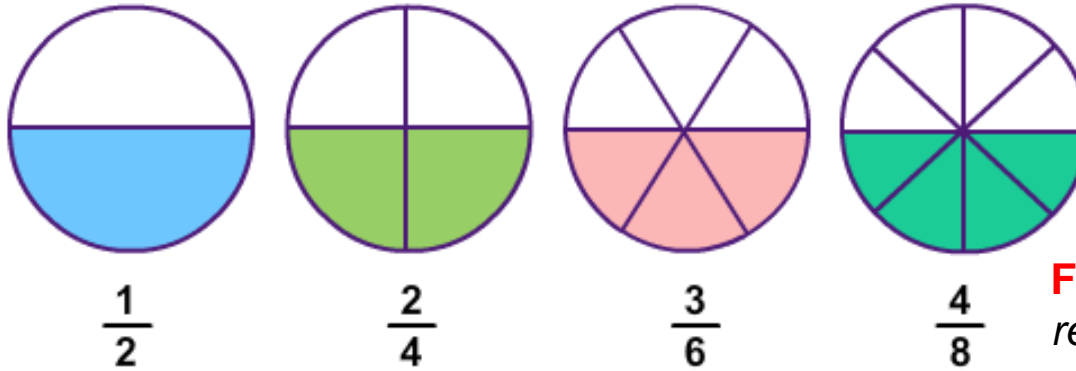
- Evalúe la expresión siguiente cuando $d = 1$ y $d = 2.51$

$$\frac{5 - 2d}{2d^2 - 11d + 5} = \frac{5 - 2(1)}{2(1)^2 - 11(1) + 5} = \frac{3}{2 - 11 + 5} = \frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$$

$$\frac{5 - 2d}{2d^2 - 11d + 5} = \frac{5 - 2(2.51)}{2(2.51)^2 - 11(2.51) + 5} \approx 0.001998042$$

$$(5 - 2(2.51)) \div (2(2.51)^2 - 11(2.51) + 5)$$





Fracciones equivalentes
representan el mismo número

$$\frac{20}{35} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 5}{\cancel{5} \cdot 7} = \frac{4}{7} \qquad \frac{18x^2}{42xy^3} = \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cancel{x} \cdot x}{\cancel{2} \cdot 3 \cdot 7 \cdot \cancel{x} \cdot y \cdot y \cdot y} = \frac{3x}{7y^3}$$

Fracción reducida – numerador y denominador no comparten un factor en común distinto de 1

SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES RACIONALES



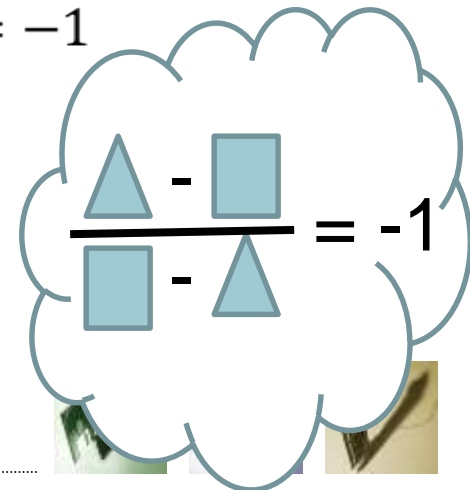
Simplificación de Expresiones

• Ejemplo 1:
$$\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9} = \frac{\cancel{(x-3)}(x-3)}{\cancel{(x-3)}(x+3)} = \frac{x-3}{x+3}$$

• Ejemplo 2
$$\frac{2x^2 - 8}{x^2 + x - 6} = \frac{2(x^2 - 4)}{(x-2)(x+3)} = \frac{2\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x+3)}$$
$$= \frac{2(x+2)}{x+3}$$

• Ejemplo 3
$$\frac{x-5}{5-x} = \frac{-5+x}{5-x} = \frac{-1\cancel{(5-x)}}{\cancel{(5-x)}} = -1$$

$$\frac{a-b}{b-a} = -1$$



Más ejemplos ...

Simplifique:

$$1. \quad \frac{3a + 3}{3} = \frac{3(a + 1)}{3} = \frac{a + 1}{1} = a + 1$$

$$2. \quad \frac{ab^8 - ab^5}{ab^6} = \frac{ab^5(b^3 - 1)}{ab^6} = \frac{b^3 - 1}{b}$$

$$3. \quad \frac{2x^2 + 10x + 12}{2x^2 - 8} = \frac{2(x^2 + 5x + 6)}{2(x^2 - 4)} = \frac{2(x + 2)(x + 3)}{2(x + 2)(x - 2)}$$
$$= \frac{x + 3}{x - 2}$$



Ejercicios 1

Simplifica la expresión racional :

Escribe la contestación aquí

(1) $\frac{2x + 2}{2x^2 + x - 1}$

(2) $\frac{x^3 + 27}{2x^2 - 18}$

(3) $\frac{(x + y)^3}{x^2 + 2xy + y^2}$



Ejemplos:

$$\frac{4x}{5} \times \frac{2x}{3y} = \frac{8x^2}{15y}$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{4}x^2}}{5} \times \frac{\overset{1}{\cancel{y}}}{\underset{3}{\cancel{12}y}} = \frac{x^2}{15}$$

$$\frac{2x}{5y} \times 4z = \frac{8xz}{5y}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 4}{8} \cdot \frac{12}{3x - 6} \\ &= \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\underset{2}{\cancel{8}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\cancel{3(x-2)}} = \frac{x+2}{2} \end{aligned}$$

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES



División de fracciones

- Ejemplos:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\begin{aligned}(a-3) \div \frac{9-a^2}{4} &= (a-3) \times \frac{4}{9-a^2} \\ &= (\overset{-1}{\cancel{a-3}}) \times \frac{4}{(\cancel{3-a})(3+a)} = \frac{-4}{a+3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{x^2 - 4x - 21}{1-x} \div \frac{x^2 - 9}{5x - 5} &= \frac{x^2 - 4x - 21}{1-x} \cdot \frac{5x - 5}{x^2 - 9} \\ &= \frac{(x-7)(\cancel{x+3})}{\cancel{1-x}} \cdot \frac{5(\overset{-1}{\cancel{x-1}})}{(x-3)(\cancel{x+3})} = \frac{-5(x-7)}{(x-3)}\end{aligned}$$



Ejercicios 2

$$\frac{7x^3}{15x^2} \cdot \frac{25x^4}{14x^3}$$

$$\frac{5x^2}{6} \div \frac{2x}{3}$$

$$\frac{8y^2}{9x^3} \cdot \frac{3x^2}{4y^3}$$

$$\frac{2x^3}{3x^2} \div \frac{5x^4}{15x^6}$$

$$\frac{3y^2a}{4xy} \cdot \frac{8x^2}{6ya}$$

$$\frac{x^2 - 25}{15x^2} \div \frac{x + 5}{3x}$$



Ejercicios 2 ...

$$\frac{x^2 - 7x + 12}{x} \cdot \frac{x^2}{x - 3}$$

$$\frac{3x^2 - 12}{6 - 3x} \cdot \frac{2x^2 - 4x}{x + 2}$$

$$\frac{(x^2 - 9)}{(x^2 - 8x + 12)} \div \frac{(x^2 - 6x + 9)}{(x^2 - 4)}$$



Adición y Sustracción de Fracciones

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

$$\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

$$\frac{5x+1}{x^2-9} + \frac{-4x+2}{x^2-9}$$

$$= \frac{(5x+1) + (-4x+2)}{x^2-9}$$

$$= \frac{x+3}{x^2-9} = \frac{\cancel{x+3}}{(x-3)\cancel{(x+3)}}$$

$$= \frac{1}{x-3}$$

$$\frac{2x+3}{3x-6} - \frac{3-x}{3x-6} = \frac{(2x+3) - (3-x)}{3x-6}$$

$$= \frac{(2x+3) + (-3+x)}{3x-6}$$

$$= \frac{3x}{3x-6}$$

$$= \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}(x-2)}$$

$$= \frac{x}{x-2}$$



Ejercicios #3

$$1. \quad \frac{5x^2}{3} + \frac{4x^2}{3} = \frac{5x^2 + 4x^2}{3} = \frac{9x^2}{3} = 3x^2$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \frac{3x-4}{2x-4} - \frac{x-6}{2x-4} &= \frac{(3x-4) - (x-6)}{2x-4} \\ &= \frac{(3x-4) + (-x+6)}{2x-4} \\ &= \frac{2x+2}{2x-4} = \frac{2(x+1)}{2(x-2)} = \frac{x+1}{x-2} \end{aligned}$$



Ejercicios #4

Suma las siguientes expresiones racionales :

Escribe la contestación aquí

(1) $\frac{4x + 3}{2x - 7} + \frac{3x - 8}{2x - 7}$

(2) $\frac{2x}{(x + 3)^2} + \frac{6}{(x + 3)^2}$

(3) $\frac{x^2}{x^3 - 27} + \frac{3x + 9}{x^3 - 27}$



Mínimo Común Denominador

- Ejemplos: Calcule el Mínimo Común Denominador

Observe que:

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{8} \text{ es } 40$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$MCD = 2^3 \cdot 5$$

$$= 40$$

$$\frac{1}{12y}, \frac{1}{8} \text{ es } 24y$$

$$12y = 2^2 \cdot 3 \cdot y$$

$$8 = 2^3$$

$$MCD = 2^3 \cdot 3 \cdot y$$

$$= 24y$$

$$\frac{1}{6x^2y}, \frac{1}{3x} \text{ es } 6x^2y$$

$$6x^2y = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y$$

$$3x = 3 \cdot x$$

$$MCD = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y$$

$$= 6x^2y$$

$$\frac{1}{(x-1)^2}, \frac{1}{3(x-1)} \text{ es } 3(x-1)^2$$

$$\frac{1}{(x-1)}, \frac{1}{(1-x)} \text{ es } -(x-1)$$



Ejercicios #4

Halla el mínimo común denominador de las siguientes expresiones racionales :

Escribe la contestación aquí

(1) $\frac{x+4}{x^2}, \frac{x-2}{x}$

(2) $\frac{x+4}{x-3}, \frac{x+2}{3-x}$

(3) $\frac{3}{x^2+x-2}, \frac{x}{x+2}$

(4) $\frac{3}{x^2-x-2}, \frac{4}{x^2+x-6}$

Reescribir Expresiones Racionales con un Denominador común

Halla el mínimo común denominador (MCD) y reescribe cada fracción con el MCD como su nuevo denominador:

$$\frac{1}{2x^2y}, \frac{3}{4x^3y^2} \text{ y } \frac{4}{3xy^5}$$

$$\frac{4}{9x^5y}, \frac{3}{6x^6y^2} \text{ y } \frac{2}{3xy^6}$$



Suma y Resta de Fracciones con denominadores diferentes

$$(2) \frac{3}{6a^2} + \frac{5}{4a} \quad (3a)$$

MCD es $12a^2$

Paso 1: Determine el MCD

$$\frac{6}{12a^2} + \frac{15a}{12a^2}$$

Paso 2: Expresar cada fracción con el MCD como denominador

$$= \frac{6 + 15a}{12a^2}$$

Paso 3: Sume Numeradores

$$= \frac{\cancel{3}(2 + 5a)}{\cancel{12}a^2} = \frac{2 + 5a}{4a^2}$$

Paso 4: Simplifique



Otro ejemplo ...

$$\frac{3}{x(x-1)} - \frac{5}{2x} \quad \text{El MCD es } 2x(x-1)$$

Paso 1: Determine el MCD

$$\frac{?}{2x(x-1)} - \frac{?}{(x-1)2x} =$$

$$\frac{6}{2x(x-1)} - \frac{5(x-1)}{2x(x-1)} =$$

Paso 2: Expresar cada fracción con el MCD como denominador

$$\frac{6 - 5(x-1)}{2x(x-1)} =$$

Paso 3: Reste Numeradores

$$\frac{6 - 5x + 5}{2x(x-1)} = \frac{-5x + 11}{2x(x-1)}$$

Paso 4: Simplifique



Ejercicios #5

$$1. \frac{a-5}{10} + \frac{3-2a}{15} = \frac{3(a-5)}{30} + \frac{2(3-2a)}{30} = \frac{3a-15}{30} + \frac{6-4a}{30}$$

$$2. \frac{x-1}{9x} + \frac{5}{18} = \frac{2(x-1)}{18x} + \frac{5x}{18x} = \frac{2x-2}{18x} + \frac{5x}{18x} = \frac{-a-9}{30} = \frac{7x-2}{18x}$$

$$3. \frac{1}{6x} - \frac{3}{2(x-1)} = \frac{1(x-1)}{6x(x-1)} - \frac{(3x)3}{6x(x-1)} = \frac{x-1}{6x(x-1)} - \frac{9x}{6x(x-1)} = \frac{-8x-1}{6x(x-1)}$$



Ejemplo

- Realice la operación indicada:

$$\begin{aligned}\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{2}{x^2 + x} &= \frac{1}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{x(x+1)} \\ &= \frac{1x}{x(x-1)(x+1)} - \frac{2(x-1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x - 2(x-1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x - 2x + 2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{-x + 2}{x(x-1)(x+1)}\end{aligned}$$



Ejercicios del Texto

Ejer. 1-4: Escriba la expresión como un número racional simplificado.

$$1 \quad \frac{3}{50} + \frac{7}{30}$$

$$2 \quad \frac{8}{63} + \frac{5}{42}$$

$$17 \quad \frac{4}{3s+1} - \frac{11}{(3s+1)^2}$$

$$3 \quad \frac{5}{24} - \frac{3}{20}$$

$$4 \quad \frac{7}{54} - \frac{5}{72}$$

$$18 \quad \frac{4}{(5s-2)^2} + \frac{s}{5s-2}$$

Ejer. 5-48: Simplifique la expresión.

$$5 \quad \frac{2x^2 + 7x + 3}{2x^2 - 7x - 4}$$

$$6 \quad \frac{2x^2 + 7x - 15}{3x^2 + 17x + 10}$$

$$19 \quad \frac{2}{x} + \frac{3x+1}{x^2} - \frac{x-2}{x^3}$$

$$7 \quad \frac{y^2 - 25}{y^3 - 125}$$

$$8 \quad \frac{y^2 - 9}{y^3 + 27}$$

$$20 \quad \frac{5}{x} - \frac{2x-1}{x^2} + \frac{x+7}{x^3}$$

$$9 \quad \frac{12 + r - r^2}{r^3 + 3r^2}$$

$$10 \quad \frac{10 + 3r - r^2}{r^4 + 2r^3}$$

$$21 \quad \frac{3t}{t+2} + \frac{5t}{t-2} - \frac{40}{t^2-4}$$

$$11 \quad \frac{9x^2 - 4}{3x^2 - 5x + 2} \cdot \frac{9x^4 - 6x^3 + 4x^2}{27x^4 + 8x}$$

$$22 \quad \frac{t}{t+3} + \frac{4t}{t-3} - \frac{18}{t^2-9}$$

$$12 \quad \frac{4x^2 - 9}{2x^2 + 7x + 6} \cdot \frac{4x^4 + 6x^3 + 9x^2}{8x^7 - 27x^4}$$

$$23 \quad \frac{4x}{3x-4} + \frac{8}{3x^2-4x} + \frac{2}{x}$$

$$13 \quad \frac{5a^2 + 12a + 4}{a^4 - 16} \div \frac{25a^2 + 20a + 4}{a^2 - 2a}$$

$$24 \quad \frac{12x}{2x+1} - \frac{3}{2x^2+x} + \frac{5}{x}$$

$$14 \quad \frac{a^3 - 8}{a^2 - 4} \div \frac{a^3}{a^3 + 8}$$

$$25 \quad \frac{2x}{x+2} - \frac{8}{x^2+2x} + \frac{3}{x}$$

$$15 \quad \frac{6}{x^2-4} - \frac{3x}{x^2-4}$$

$$16 \quad \frac{15}{x^2-9} - \frac{5x}{x^2-9}$$

