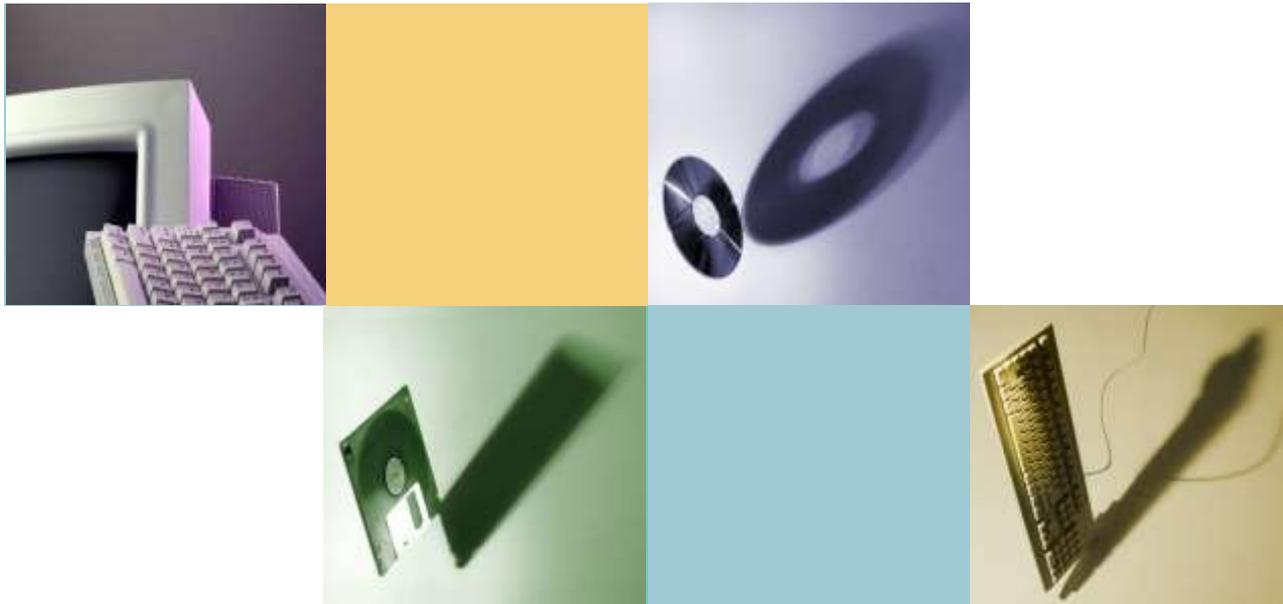


Lección 1.1

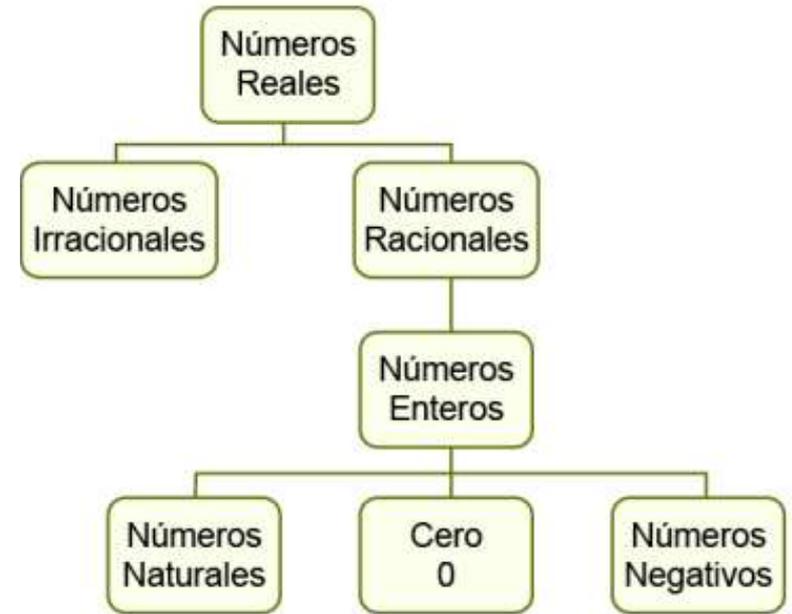
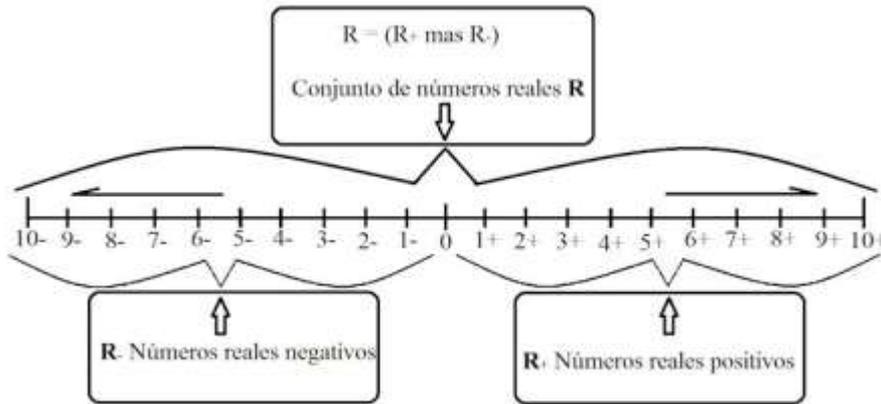


Números Complejos

Actividades 1.1

- **Referencia del Texto:** Sección 2.4
- **Ejercicios de Práctica:** Impares 1 – 31, 39 - 45 de las páginas 93-94
- Referencias del Web:
- Math2Me
 - [Número imaginario](#)
 - [Suma y Resta de Números Complejos](#)
 - [Suma y Resta de Números Complejos con paréntesis](#)
- Julio Profe
 - Multiplicación y División de Números Complejos : [Video 1](#)





Todo número real se le puede asociar un punto en la **recta numérica**.

El número real cuya gráfica se encuentra a la izquierda es el menor.

LOS NÚMEROS REALES



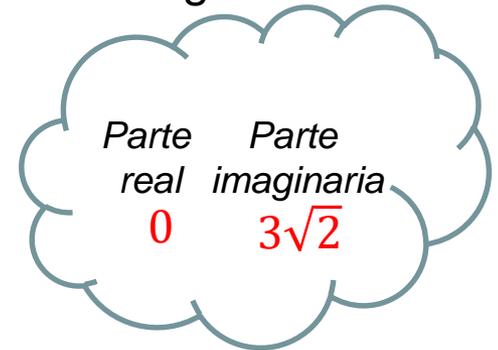
Son números de la forma: $a + bi$ donde a (parte real), b (parte imaginaria) son números reales, i es la unidad imaginaria tal que $i^2 = -1$:

Ejemplos: $-5 + 7i$ -5 es la parte real, 7 la parte imaginaria
 $4i$ 0 es la parte real, 4 es la parte imaginaria
 $2\sqrt{7}$ $2\sqrt{7}$ es la parte real, 0 es la parte imaginaria

Raíces cuadradas con radicandos negativos:

$$\begin{aligned}\sqrt{-4} &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} \\ &= 2 \cdot i \\ &= 2i\end{aligned}$$

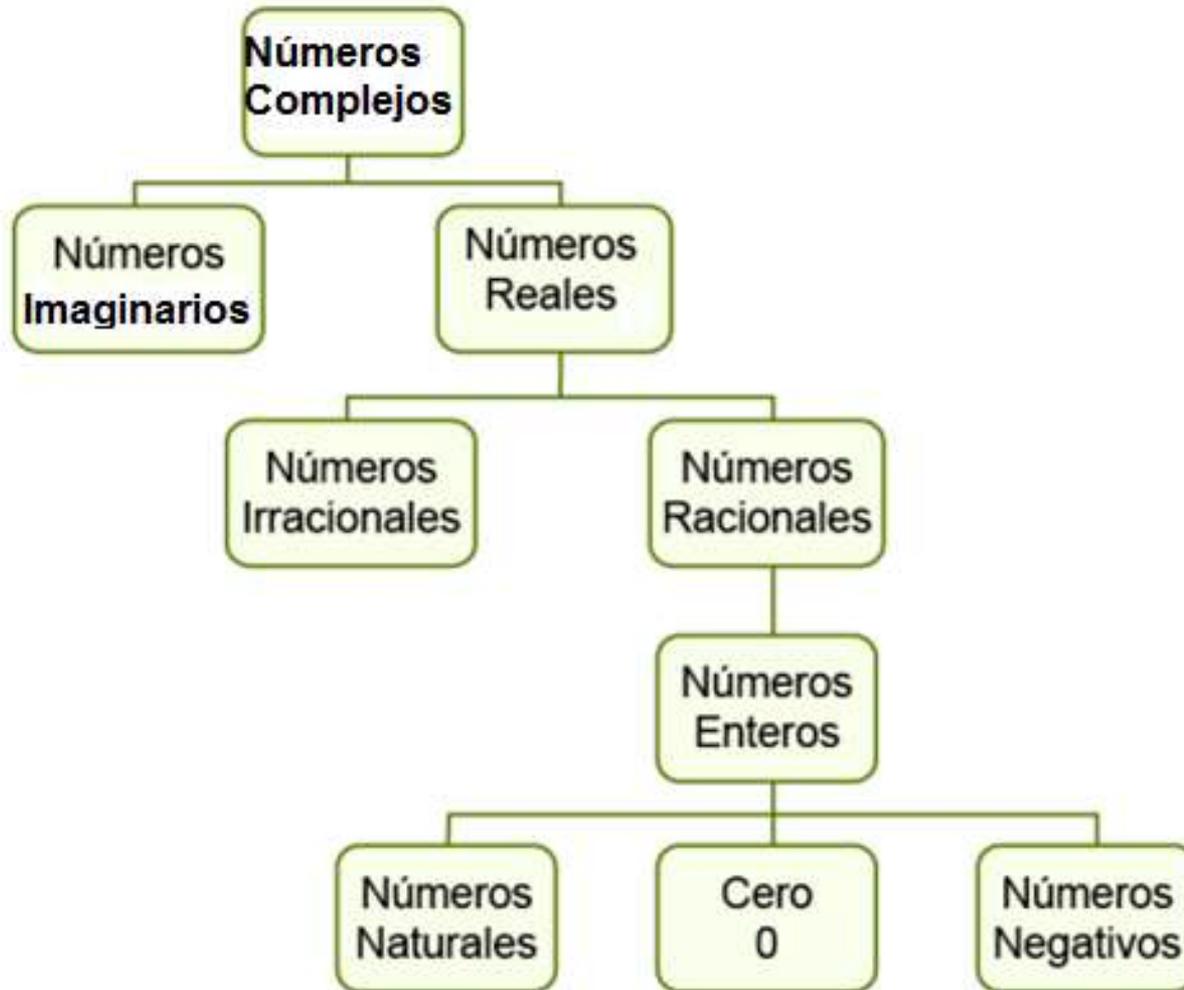
$$\begin{aligned}\sqrt{-18} &= \sqrt{18} \cdot \sqrt{-1} \\ &= \sqrt{9 \cdot 2} \cdot i \\ &= 3\sqrt{2} \cdot i = 3i\sqrt{2}\end{aligned}$$



LOS NÚMEROS COMPLEJOS



Relación de los Reales y Complejos



Suma y Multiplicación

- Realice la operación indicada:
 - $(3 - 4i) + (-5 + i) = -2 - 3i$
 - $(-1 - 2i) - (2 - i) = -3 - i$
 - $(3 - 4i)(-5 + i) = -15 + 3i + 20i - 4i^2$
 $= -15 + 3i + 20i - 4(-1)$
 $= -11 + 23i$
 - $(-3 + 4i)(-3 - 4i) = 9 + 12i - 12i - 16i^2$
 $= 9 - 16(-1)$
 $= 9 + 16$
 $= 25$



Ejercicios del Texto

Ejer. 1–34: Escriba la expresión en la forma $a + bi$, donde a y b son números reales.

1 $(5 - 2i) + (-3 + 6i)$ 2 $(-5 + 4i) + (3 + 9i)$

3 $(7 - 8i) - (-5 - 3i)$ 4 $(-3 + 8i) - (2 + 3i)$

5 $(3 + 5i)(2 - 7i)$ 6 $(-2 + 3i)(8 - i)$

7 $(4 - 3i)(2 + 7i)$ 8 $(8 + 2i)(7 - 3i)$

9 $(5 - 2i)^2$ 10 $(6 + 7i)^2$

11 $i(3 + 4i)^2$ 12 $i(2 - 7i)^2$

13 $(3 + 4i)(3 - 4i)$ 14 $(4 + 7i)(4 - 7i)$



Potencias de i

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = -i$$

$$i^4 = i^2 \cdot i^2 = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = i$$

$$i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$$

$$i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$$

$$i^8 = (i^4)^2 = 1$$

Potencias de i

$i, -1, -i, 1$

Simplifique:

$$i^{23} = i^{4 \cdot 5 + 3}$$

$$= 1 \cdot i^3$$

$$= -i$$

$$i^{-23} = i^{4 \cdot -6 + 1}$$

$$= 1 \cdot i$$

$$= i$$



Ejercicios del Texto

15 (a) i^{43} (b) i^{-20}

16 (a) i^{68} (b) i^{-33}

17 (a) i^{73} (b) i^{-46}

18 (a) i^{66} (b) i^{-55}



El conjugado

- El **conjugado** de un número complejo $a + bi$ es el número complejo $a - bi$.
 - El conjugado de $3 - 2i$ es $3 + 2i$
 - El conjugado de $-5 - 4i$ es $-5 + 4i$
 - El conjugado de -7 es -7
 - El conjugado de $-6i$ es $+6i$
- Propiedad de los conjugados:

$$(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$



División de números complejos

$$\frac{1-i}{2-i} = \frac{1-i}{2-i} \cdot \frac{2+i}{2+i} = \frac{2+i-2i-i^2}{2^2+1^2}$$

$$= \frac{2-i-(-1)}{5}$$

$$= \frac{3-i}{5} = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$$

Parte real	Parte imaginaria
$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$

$$\frac{2-3i}{4-3i} = \frac{2-3i}{4-3i} \cdot \frac{4+3i}{4+3i} = \frac{8+6i-12i-9i^2}{4^2+3^2}$$

$$= \frac{17-6i}{25}$$

$$= \frac{17}{25} - \frac{6}{25}i$$

Parte real	Parte imaginaria
$\frac{17}{25}$	$-\frac{6}{25}$



Más ejemplos

Calcule el recíproco de $3 - 2i$

$$\begin{aligned}\frac{1}{3 - 2i} &= \frac{1}{3 - 2i} \cdot \frac{3 + 2i}{3 + 2i} \\ &= \frac{3 + 2i}{3^2 + (-2)^2} \\ &= \frac{3 + 2i}{13} \\ &= \frac{3}{13} + \frac{2}{13}i\end{aligned}$$

Calcule

$$\begin{aligned}\frac{5 + i}{-6i} &= \frac{5 + i}{-6i} \cdot \frac{i}{i} \\ &= \frac{5i + i^2}{-6i^2} \\ &= \frac{5i - 1}{6} \\ &= \frac{-1 + 5i}{6} = \frac{-1}{6} + \frac{5}{6}i\end{aligned}$$



Ejercicios del Texto

$$19 \frac{3}{2 + 4i}$$

$$20 \frac{5}{3 - 7i}$$

$$21 \frac{1 - 7i}{6 - 2i}$$

$$22 \frac{2 + 9i}{-3 - i}$$

$$23 \frac{-4 + 6i}{2 + 7i}$$

$$24 \frac{-3 - 2i}{5 + 2i}$$

$$25 \frac{4 - 2i}{-7i}$$

$$26 \frac{-2 + 6i}{3i}$$

$$27 (2 + 5i)^3$$

$$28 (3 - 2i)^3$$

$$29 (2 - \sqrt{-4})(3 - \sqrt{-16})$$

$$30 (-3 + \sqrt{-25})(8 - \sqrt{-36})$$

$$31 \frac{4 + \sqrt{-81}}{2 - \sqrt{-9}}$$

$$32 \frac{5 - \sqrt{-121}}{1 + \sqrt{-25}}$$



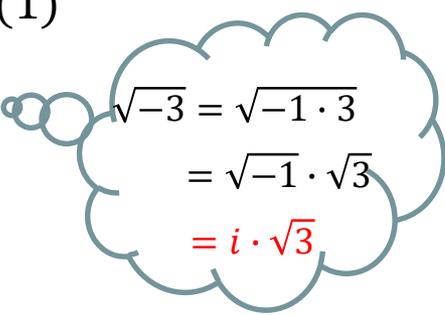
Ejemplo

- Resuelva las ecuaciones cuadráticas en los números complejos.

$$x^2 + x + 1 = 0$$

Por la formula cuadrática:

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\&= \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)} \\&= \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \\&= \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \\&= \frac{-1}{2} \pm \frac{1}{2}i\sqrt{3}\end{aligned}$$


$$\begin{aligned}\sqrt{-3} &= \sqrt{-1 \cdot 3} \\&= \sqrt{-1} \cdot \sqrt{3} \\&= i \cdot \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$-x^2 + 3x - 4 = 0$$

Por la formula cuadrática:

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\&= \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(-1)(-4)}}{2(-1)} \\&= \frac{-3 \pm \sqrt{-7}}{-2} \\&= \frac{-3 \pm i\sqrt{7}}{-2} = \frac{3 \pm i\sqrt{7}}{2} \\&= \frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}i\sqrt{7}\end{aligned}$$



Ejercicios del Texto

Ejer. 39–56: Encuentre las soluciones de la ecuación.

39 $x^2 - 6x + 13 = 0$

40 $x^2 - 2x + 26 = 0$

41 $x^2 + 12x + 37 = 0$

42 $x^2 + 8x + 17 = 0$

43 $x^2 - 5x + 20 = 0$

44 $x^2 + 3x + 6 = 0$

45 $4x^2 + x + 3 = 0$

46 $-3x^2 + x - 5 = 0$

