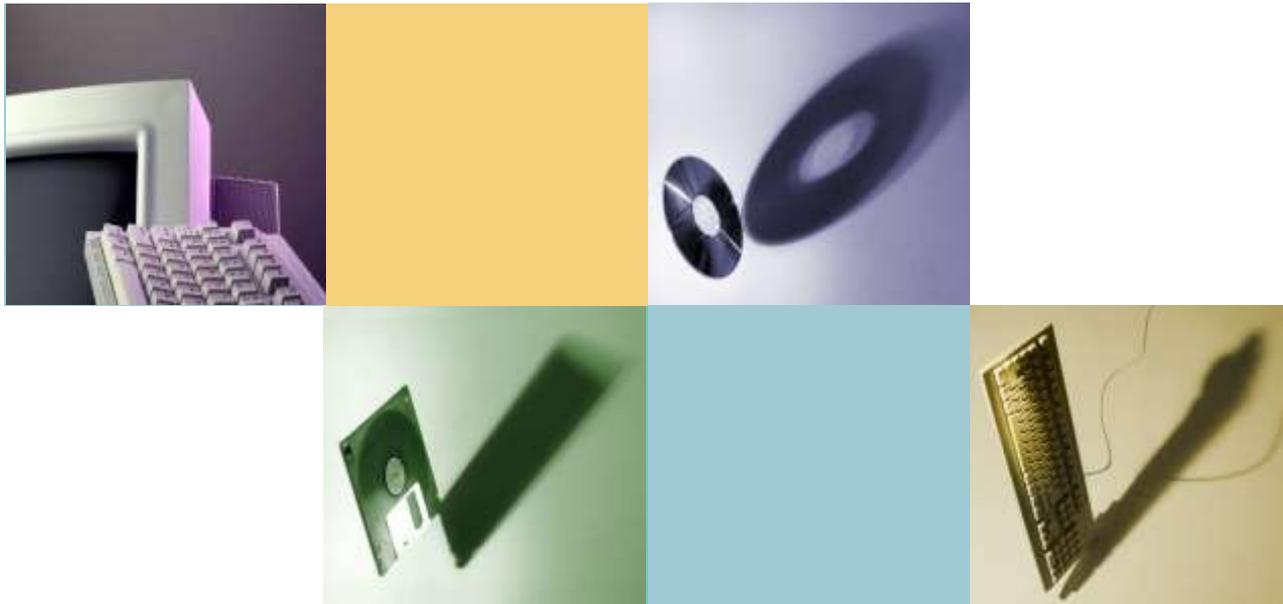


Lección 1.2



Funciones Exponenciales

Actividades 1.2

- **Texto:** Capítulo 4 - Sección 5.2 Funciones exponenciales;
 - **Ejercicios de Práctica:** Páginas 313- 314: Todos 1–9, 13-27 (Use GRAPH par las gráficas), 29-32, 37, 38, 41
- **Referencias del Web:**
 - Khan Academy – [Las Funciones exponenciales y Logarítmicas](#): Las funciones de crecimiento exponencial; Comprendiendo modelos lineales and exponenciales; Comparando modelos exponenciales y cuadráticos; Comparing velocidad de crecimiento exponencial y polinomios.
 - Purple Math: [Exponential Functions: Introduction](#)
 - College Algebra Tutorial: [Exponential Functions](#)



Ecuaciones exponenciales

- Una ecuación exponencial es una ecuación de la forma:

$$y = a^x$$

- Propiedad de ecuaciones exponenciales:

$$\text{Si } a^m = a^x$$

$$\text{Entonces } m = x$$



Ejemplo 1

- Resuelva:

$$4^{x-2} = 64$$

$$4^{x-2} = 4^3$$

$$x - 2 = 3$$

$$x = 5$$

$$5^{x^2-13} = 125$$

$$5^{x^2-13} = 5^3$$

$$x^2 - 13 = 3$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$



Ejercicios del Texto

Ejer . 1–10: Resuelva la ecuación.

1 $7^{x+6} = 7^{3x-4}$

2 $6^{7-x} = 6^{2x+1}$

3 $3^{2x+3} = 3^{(x^2)}$

4 $9^{(x^2)} = 3^{3x+2}$

5 $2^{-100x} = (0.5)^{x-4}$

6 $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-x} = 2$

7 $25^{x-3} = 125^{4-x}$

8 $27^{x-1} = 9^{2x-3}$

9 $4^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x} = 8 \cdot (2^x)^2$

10 $9^{2x} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} = 27 \cdot (3^x)^{-2}$



Definición de una Función Exponencial

- Una **función exponencial con base a** es una función de la forma:

$$f(x) = a^x$$

- donde a es un número real positivo ($a > 0$) distinto de 1.
- El dominio de f es el conjunto de los números reales.



Gráficas de la Función Exponencial

- La gráfica de $f(x) = a^x$ depende de valor de a :

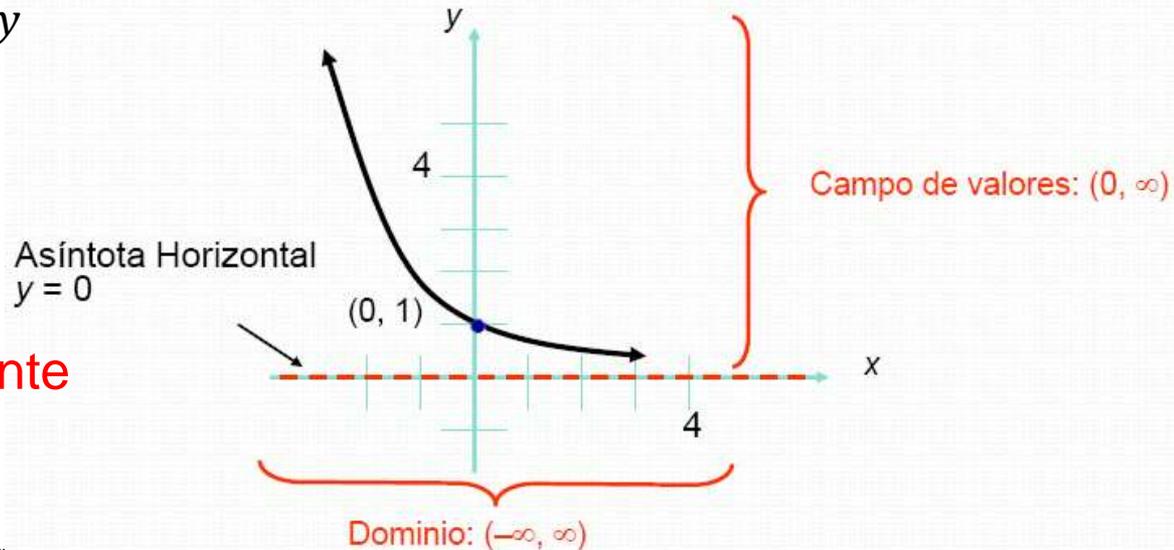
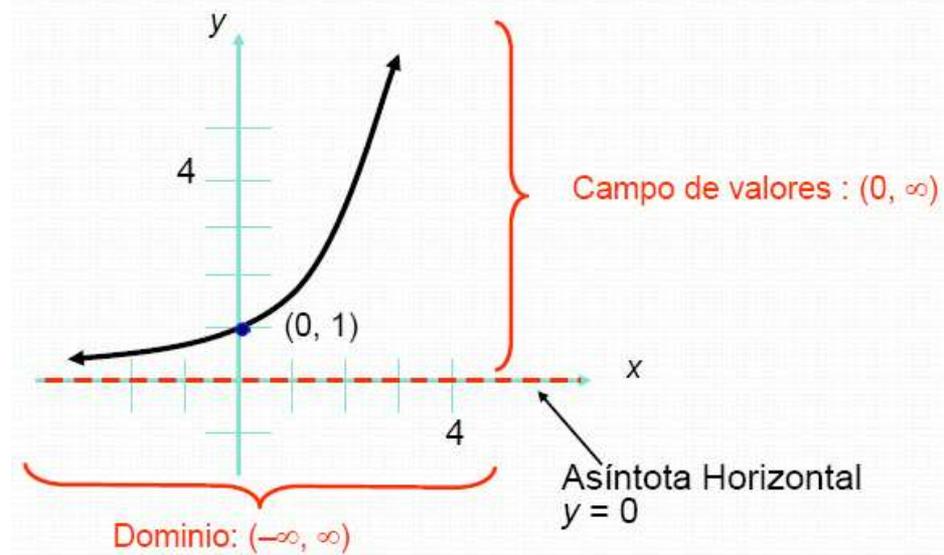
$$a > 1$$

- No tiene interceptos en x
- El intercepto en y : $(0,1)$
- Función **creciente**
- Función Uno a Uno

$$a^x = a^y \longrightarrow x = y$$

$$0 < a < 1$$

- Función **decreciente**



Ejemplo 1

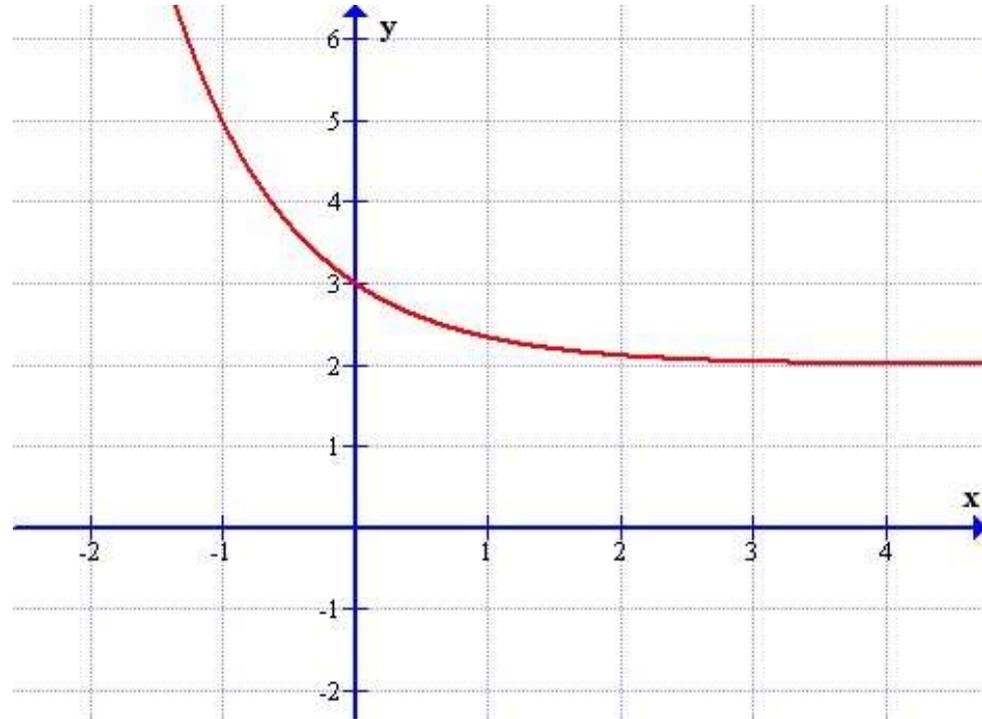
- Cuál de las siguientes funciones mejor representa la gráfica a la derecha

a) $f(x) = 3^x$

b) $f(x) = (1/3)^x - 3$

c) $f(x) = (1/3)^x + 2$

d) $f(x) = 3^x + 3$



Alternativa **c** $f(x) = (1/3)^x + 2$

¿Cuál es su asíntota horizontal? $y = 2$



Ejemplo 2

- Cuál de las siguientes funciones mejor representa la gráfica siguiente?

a) $f(x) = 5(3^{-x})$

b) $f(x) = 5(3^x)$

c) $f(x) = 3(5^{-x})$

d) $f(x) = 3(5^x)$



Alternativa **b**

$$f(x) = 5(3)^x$$



Ejemplo 3

- Determine el dominio, recorrido y asíntota de

la función $f(x) = -\left(\frac{1}{4}\right)^x$

a) Dominio = $(-\infty, \infty)$

Recorrido = $(-\infty, 0)$

Asíntota : $y = 0$

b) Dominio = $(-\infty, \infty)$

Recorrido = $(-\infty, 0)$

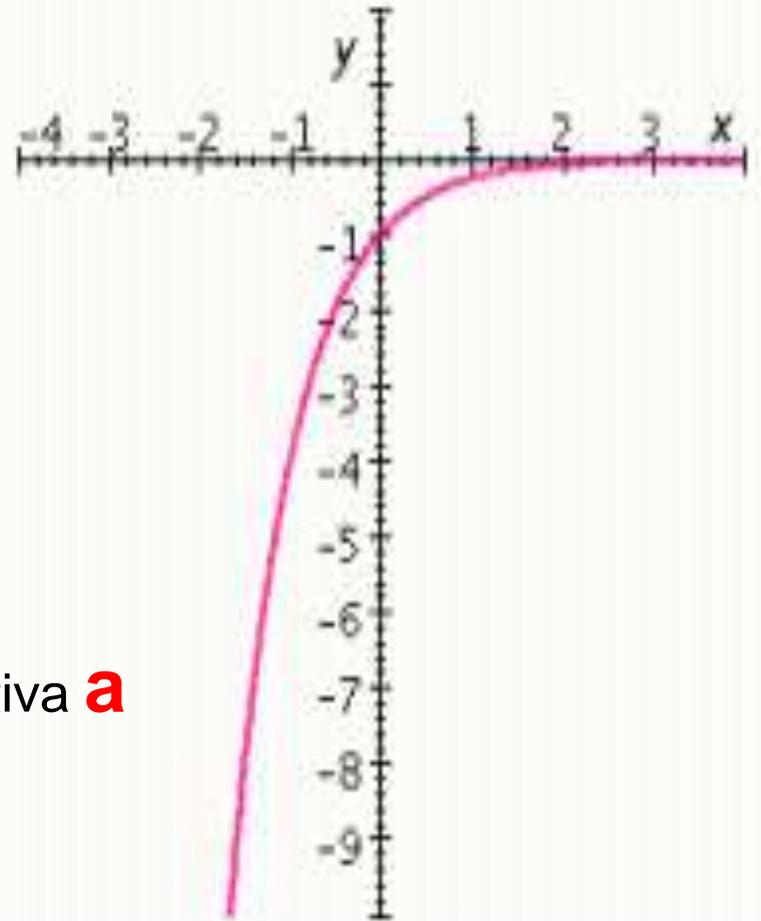
Asíntota : $x = 0$

c) Dominio = $(-\infty, \infty)$

Recorrido = $(0, \infty)$

Asíntota : $y = 0$

Alternativa **a**



Graficador: GRAPH

- Permite del menú Function:
 - Graficar funciones (Insert Function)
 - Conjunto de puntos (Insert point series)
 - Aproximar un conjunto de puntos por una gráfica (Insert trendline)
 - Relaciones (Insert relation)

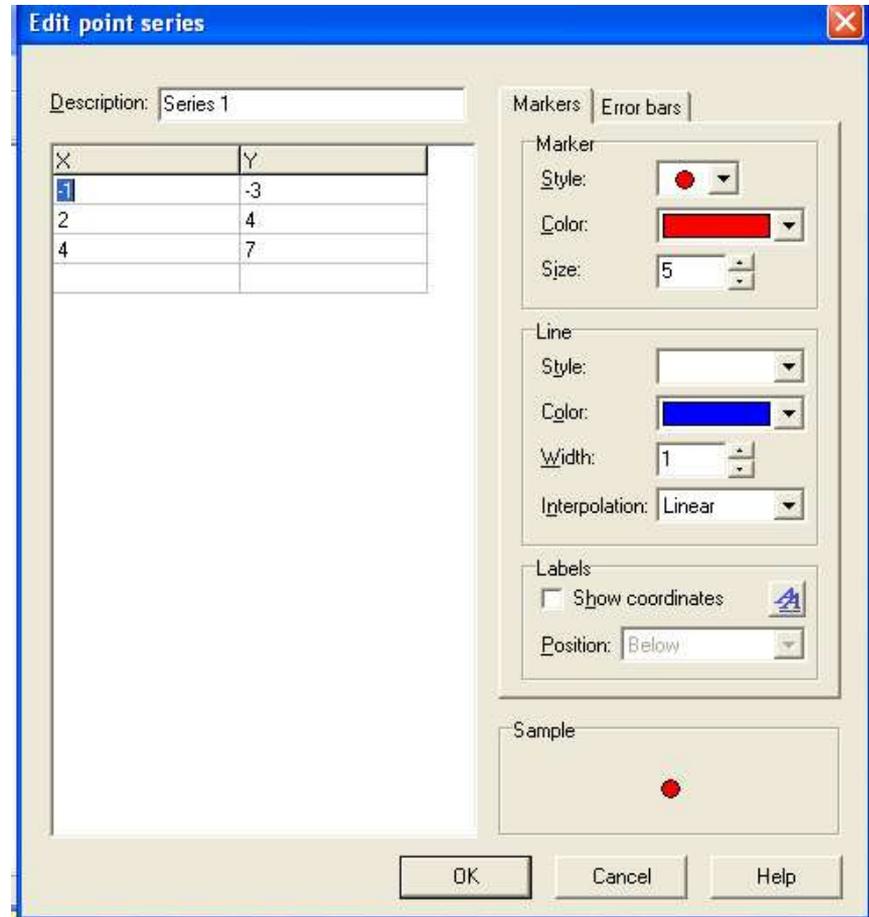


Bajar de: <http://www.padowan.dk/graph/>



Graficar puntos

- Seleccione “Insert Point Series” del menú de “Function”
- Entre las coordenadas de los puntos según se ilustran a la derecha:
- Haga clic en “Ok”



Ejercicios de Texto

Ejer. 15–28: Trace la gráfica de f .

15 $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

16 $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$

17 $f(x) = 5\left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$

18 $f(x) = 8(4)^{-x} - 2$

19 $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4$

20 $f(x) = -3^{-x} + 9$

21 $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} + 8$

22 $f(x) = -3^x + 9$

23 $f(x) = 2^{|x|}$

24 $f(x) = 2^{-|x|}$

25 $f(x) = 3^{1-x^2}$

26 $f(x) = 2^{-(x+1)^2}$

27 $f(x) = 3^x + 3^{-x}$

28 $f(x) = 3^x - 3^{-x}$



Cálculo de potencias con TI30XS

Multiview

- Calcule:

$$3^5 \quad 3 \text{ [^] 5 [enter]} \quad 243$$

847,288,609,400

$$3^{25} \quad 3 \text{ [^] 25 [enter]} \quad 8.472886094 * 10^{11}$$

$$3^{-5} \quad 3 \text{ [^] -5 [enter]} \quad \frac{1}{243} \rightarrow 0.004115226$$

[2nd] [× 10ⁿ] [enter]

$$3^{1.25} \quad 3 \text{ [^] 1.25 [enter]} \quad 3.948222039$$

$$3^\pi \quad 3 \text{ [^] [π] [enter]} \quad 31.5442807$$

$$3^{\sqrt{2}} \quad 3 \text{ [^] [2nd] [x^2] [enter]} \quad 4.728804388$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2.1} \quad [() 1 \left[\frac{n}{d} \right] 3 \text{ [→] [)] [^] [(-)] 2.1 [enter]} \quad 10.04510857$$



Ejemplo 4

- Use su calculadora para evaluar la función $f(x) = 3^{x+1}$ para $f(-1.5)$, $f(\sqrt{3})$; $f(e)$; $f(-\frac{5}{4})$ Luego, aproximer su valor a la milésima más cercana:

Solución:

$f(-1.5)$	$f(\sqrt{3})$	$f(e)$	$f(-\frac{5}{4})$
≈ 0.577350269	≈ 20.11497556	≈ 59.43897224	≈ 0.759835686
≈ 0.577	≈ 20.115	≈ 59.439	≈ 0.760



Ejemplo 5

- Las ventas $S(t)$ de un producto crecen a base de la función $S(t) = 1000 - 800e^{-t}$ donde t representa el número de años que el producto ha estado en el mercado. Según este modelo, calcule las ventas cuando ha pasado 2 años y cuando ha pasado 18 meses.
- Solución:

$$S(t) = 1000 - 800e^{-t}$$

$$t = 2 \text{ años}$$

$$t = 18 \text{ meses} = 1.5 \text{ años}$$

$$S(2) = 1000 - 800e^{-(2)}$$

$$\approx 891.7317734$$

$$\approx \$891.73$$

$$S(1.5) = 1000 - 800e^{-(1.5)}$$

$$\approx 821.4958719$$

$$\approx \$821.50$$

1000 [-] 800 [2nd] [ln][(-)]2 [)] [=]



Problema de Aplicación (Fármacos)

Cuando se administró cierto fármaco a un paciente, el número de miligramos que permanece en el torrente sanguíneo del paciente después de t horas se modela mediante:

$$D(t) = 50e^{-0.2t}$$

¿Cuántos miligramos del fármaco permanecen en el torrente sanguíneo del paciente después de tres horas

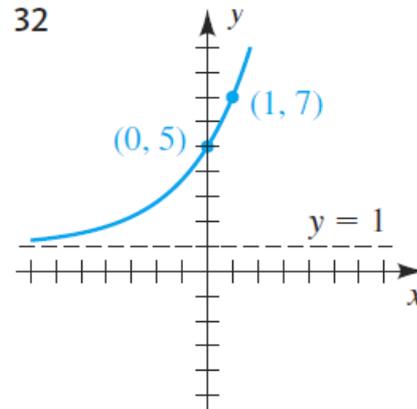
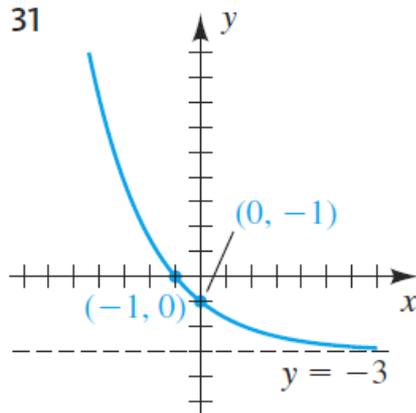
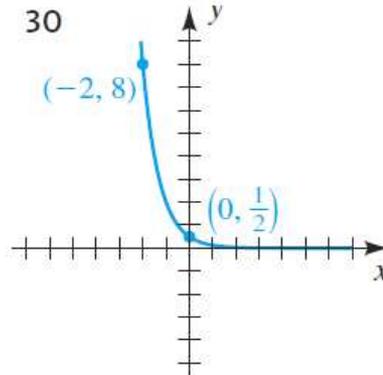
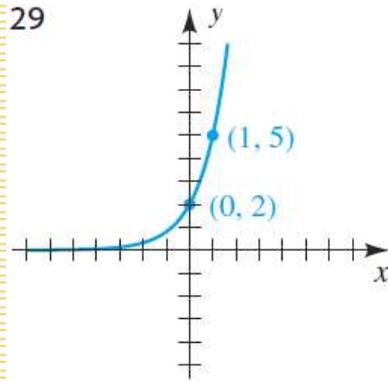
Solución:

$$\begin{aligned} D(t) &= 50e^{-0.2(3)} \\ &= 50e^{-0.6} \\ &\approx 50e^{-0.6} \\ &\approx 27.4405818 \\ &\approx 27 \text{ mg} \end{aligned}$$



Ejercicios del Texto

Ejer. 29-32: Encuentre una función exponencial de la forma $f(x) = ba^x$ o $f(x) = ba^x + c$ que tenga la gráfica dada.



37 **Población de renos** Cien renos, cada uno de ellos de 1 año de edad, se introducen en una reserva de caza. El número $N(t)$ de animales vivos después de t años se pronostica que es $N(t) = 100(0.9)^t$.

- (a) Estime el número de animales vivos después de 5 años.
- (b) ¿Qué porcentaje de la manada muere cada año?

38 **Dosis de medicamento** Un medicamento es eliminado del cuerpo por la orina. Suponga que para una dosis inicial de 10 miligramos, la cantidad $A(t)$ en el cuerpo t horas después está dada por $A(t) = 10(0.8)^t$.

- (a) Estime la cantidad del medicamento en el cuerpo 8 horas después de la dosis inicial.
- (b) ¿Qué porcentaje del medicamento remanente en el cuerpo es eliminado cada hora?

41 **Decaimiento radiactivo** El isótopo de bismuto radiactivo ^{210}Bi tiene una vida media de 5 días. Si hay 100 miligramos de ^{210}Bi presentes en el tiempo $t = 0$, entonces la cantidad $f(t)$ restante después de t días está dada por $f(t) = 100(2)^{-t/5}$.

- (a) ¿Cuánto ^{210}Bi permanece después de 5 días? ¿10 días? ¿12.5 días?
- (b) Trace la gráfica de f para $0 \leq t \leq 30$.