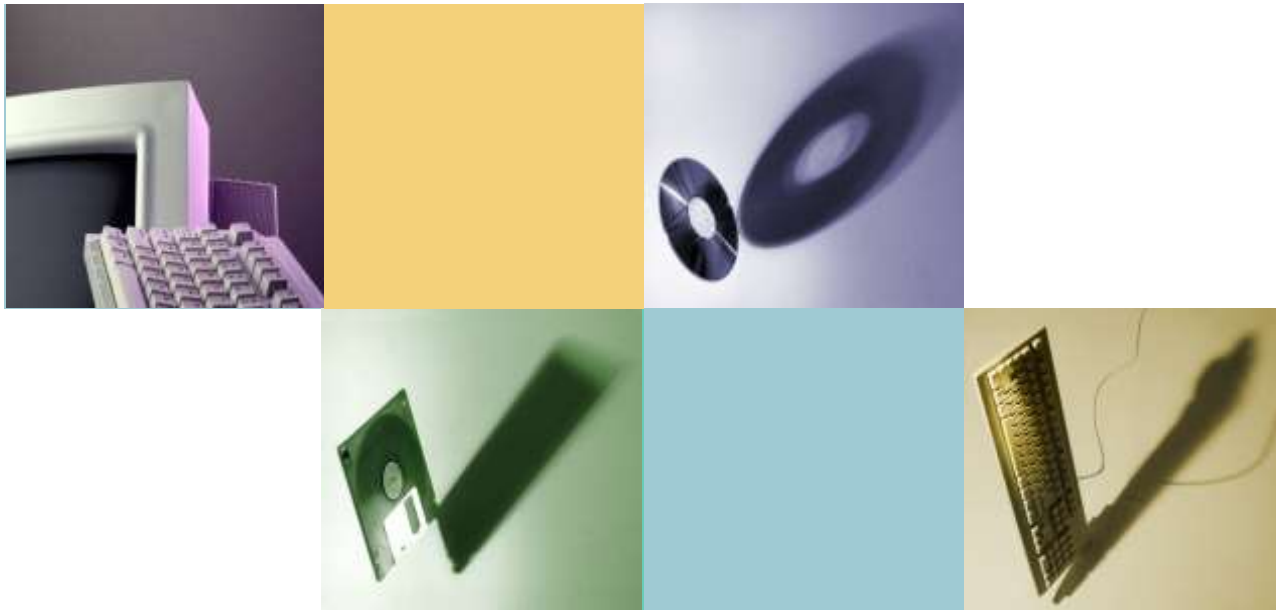


Unidad 2 - Lección 2.2



Inecuaciones con una variable

Actividad 2.2

- Capítulo 2 –
 - Sección 2.6 - Desigualdades Lineales. Ejercicios impares del 1 – 39. Sección 2.7 Más de Desigualdades. Ejercicios 1 - 21
- ***Referencias en el Web:***
 - Khan Academy: [Desigualdades Lineales de varios Pasos](#)
 - Julio Profe
 - [Desigualdades Lineales: Ejercicio 1](#)
 - [Desigualdades Lineales: Ejercicio 2](#)
 - [The Math Page Skill in Algebra; Inequalities](#)
 - [Webmath.com: Ejercicios interactivos de práctica de inecuaciones.](#)



Situaciones en donde se usan desigualdades:

- *Velocidad en la autopista es menos que 65 mph:*
- *Límite de mensajes de texto permitido al mes es 250*
- *“alcance de una señal de radio”*

$<$ "es menor que"

$>$ "es mayor que"

\leq "es menor o igual que"

\geq "es mayor o igual que"

DESIGUALDADES LINEALES CON UNA VARIABLE



Definición

- Una **inecuación de primer grado con una variable** o **inecuación lineal con una variable** es una expresión matemática que se puede expresar de la forma:

$$ax + b < c$$

$$ax + b > c$$

$$ax + b \leq c$$

$$ax + b \geq c$$

en donde a , b , c son números reales y a es diferente de cero

- **Ejemplos:**

$$-2x + 3 < 5$$

$$-9w \geq -1$$

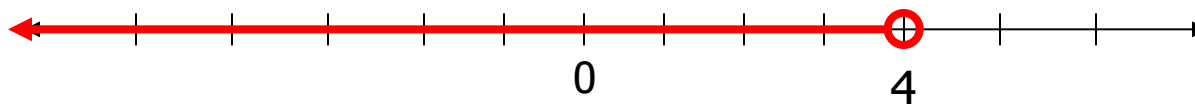
$$-2y - 6 > -7$$

$$5 - 2t > 0$$



Solución

- Una **solución** de una inecuación lineal con una variable es un valor de la variable que convierte la inecuación en una aseveración cierta.
- Ejemplos:
 - -3 es una solución de $x + 5 < 9$
 - la aseveración “-3 + 5 < 9” es cierta.
 - ¿ Es 8.5 una solución de $x + 5 < 9$? **No**
 - ¿ Es 2.5 una solución de $x + 5 < 9$? **Si**
 - ¿ Es 7 una solución de $x + 5 < 9$? **No**
 - ¿ Es cualquier número en $\{x \mid x < 4\}$ una solución de la inecuación $x + 5 < 9$? **Si**



Propiedades de inecuaciones

- Si n es un número cualquiera y $a < b$, entonces:

$$a + n < b + n \qquad a - n < b - n$$

- Si n es un número **positivo** y $a < b$, entonces

$$an < bn \qquad \frac{a}{n} < \frac{b}{n}$$

- Ejemplo:

$$4x - 5 > 15$$

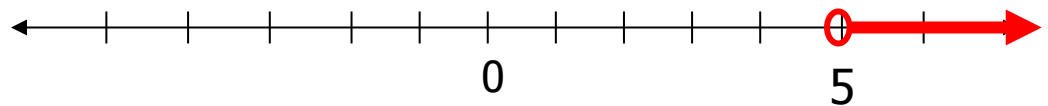
$$4x > 15 + 5$$

$$4x > 20$$

$$\frac{4x}{4} > \frac{20}{4}$$

$$x > 5$$

El conjunto solución es $\{x \mid x > 5\}$



Propiedad de inecuaciones ...

- Si n es un número **negativo** y $a < b$, entonces:

$$an > bn \qquad \frac{a}{n} > \frac{b}{n}$$

- Si se multiplica o divide por un número negativo la desigualdad se invierte.

$$8 - 2x > -7 + x$$

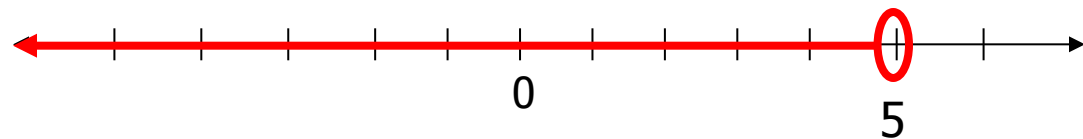
$$-2x - x > -7 - 8$$

$$-3x > -15$$

$$\frac{-3x}{-3} < \frac{-15}{-3}$$

$$x < 5$$

El conjunto solución es $\{x \mid x < 5\}$



Ejercicios de clase

- Resuelva:

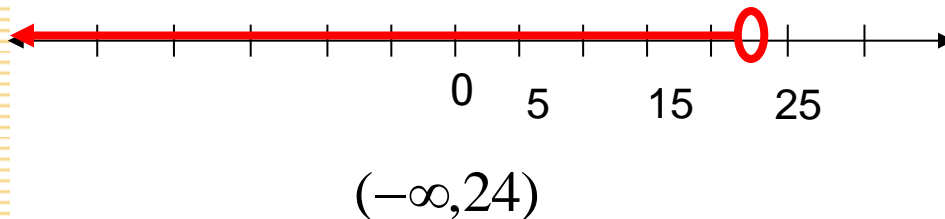
$$38 - 2x > -10$$

$$-2x > -10 - 38$$

$$-2x > -48$$

$$\frac{-2x}{-2} < \frac{-48}{-2}$$

$$x < 24$$



$$x - 5 > 2 - 3(x - 2)$$

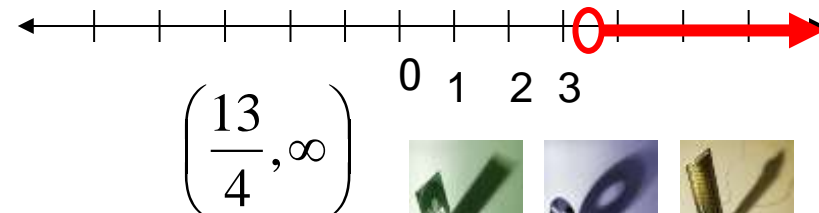
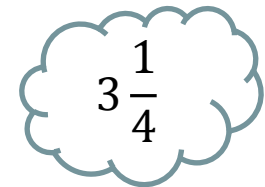
$$x - 5 > 2 - 3x + 6$$

$$x + 3x > 2 + 6 + 5$$

$$4x > 13$$

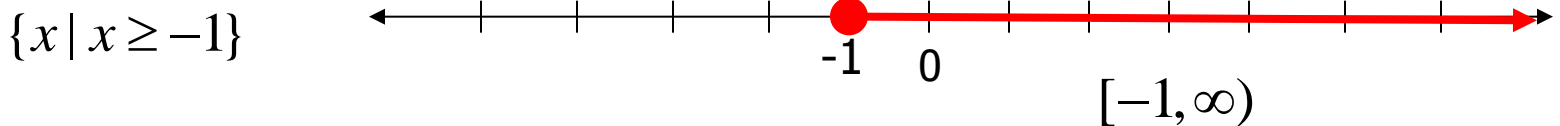
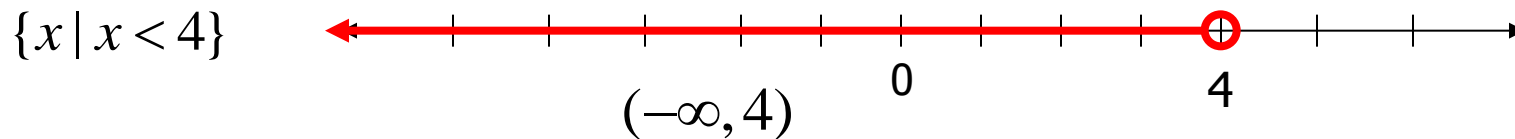
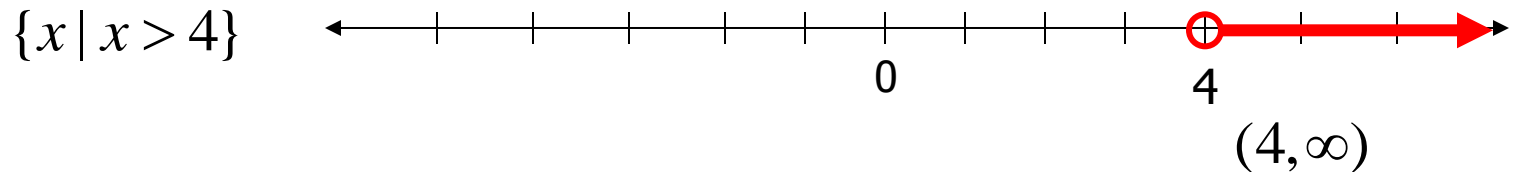
$$\frac{4x}{4} > \frac{13}{4}$$

$$x > \frac{13}{4}$$



Intervalos

- Es una notación que se usa para representar el conjunto solución de inecuaciones lineales.



Observe que se usa el corchete para indicar que el punto está incluido.



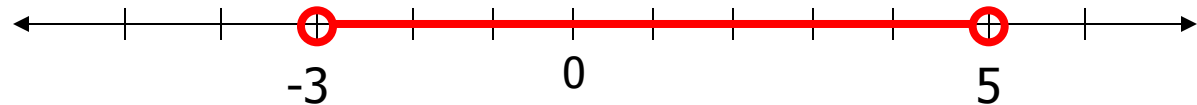
Situaciones en donde se usan desigualdades de tres partes:

- La temperatura T del día fluctuó **entre** 70° y 80° Fahrenheit: $70^\circ < T < 80^\circ$
- En un fábrica los cinturones que se cortan para medir 36 pulgadas, se le permite un **margen de error** de 0.1 pulgadas: $35.9 \leq m \leq 36.1^\circ$

$$a < x < b \quad a < b \leq c \quad a \leq x < b \quad a \leq x \leq b$$

Se usan para expresar que “un número” real x se encuentra **entre** los números reales a y b .

Ejemplos: $-4 < x < 5$ $\{x \mid -3 < x < 5\}$ $(-3, 5)$



DESIGUALDADES LINEALES DE TRES PARTES

$$5 > x > -2 \quad \rightarrow \quad -2 < x < 5$$



Desigualdades en tres partes

- Resuelva la desigualdad y exprese su solución en notación de intervalos

$$-4 < 4x + 1 < 5$$

$$-2 < 4x + 1 \quad y \quad 4x + 1 < 5$$

$$-4 - 1 < 4x < 5 - 1$$

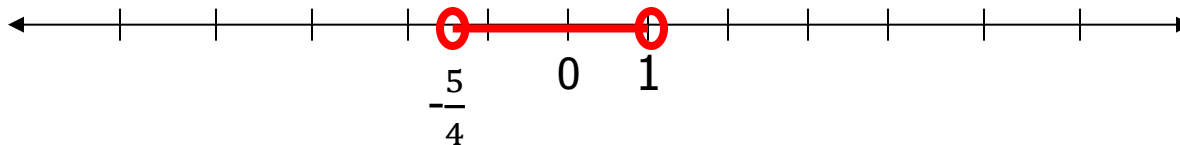
$$-5 < 4x < 4$$

$$\frac{-5}{4} < \frac{4x}{4} < \frac{4}{4}$$

$$-1\frac{1}{4}$$

$$-\frac{5}{4} < x < 1$$

$$\left(-\frac{5}{4}, 1\right)$$



Ejemplos

- Resuelva

$$-14 < 4x + 1 < 5$$

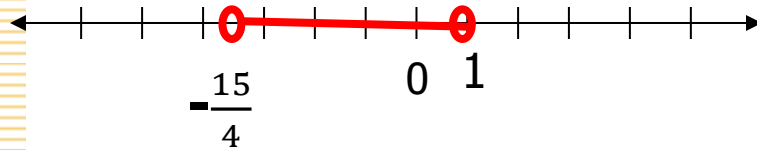
$$-14 - 1 < 4x < 5 - 1$$

$$-15 < 4x < 4$$

$$\frac{-15}{4} < \frac{4x}{4} < \frac{4}{4}$$

$$-\frac{15}{4} < x < 1$$

$-3\frac{3}{4}$



$$\left(-\frac{15}{4}, 1\right)$$

$$-1 < \frac{4-x}{3} < \frac{1}{4}$$

$$(12)(-1) < (12)\left(\frac{4-x}{3}\right) < (12)\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$-12 < 16 - 4x < 3$$

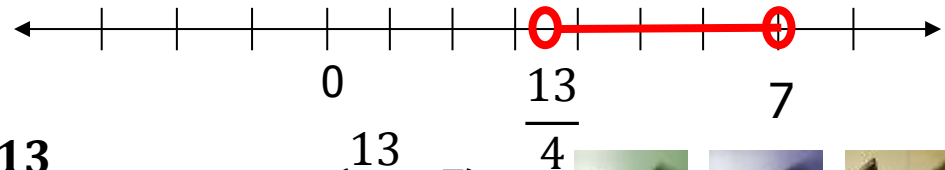
$$-12 - 16 < -4x < 3 - 16$$

$$-28 < -4x < -13$$

$$\frac{-28}{-4} > x > \frac{-13}{-4}$$

$$7 > x > \frac{13}{4}$$

$3\frac{1}{4}$



$$\frac{13}{4} < x < 7 \quad \left(\frac{13}{4}, 7\right)$$



Ejercicios del Texto

7 $-2 < x \leq 4$

8 $-3 \leq x < 5$

9 $3 \leq x \leq 7$

10 $-3 < x < -1$

11 $5 > x \geq -2$

12 $-3 \geq x > -5$

Ejer. 13–20: Expresa el intervalo como una desigualdad en la variable x .

13 $(-5, 4]$

14 $[0, 4)$

15 $[-8, -1]$

16 $(3, 7)$

17 $[4, \infty)$

18 $(-6, \infty)$

19 $(-\infty, -7)$

20 $(-\infty, 2]$



Ejercicios del Texto

Ejer. 21–74: Resuelva la desigualdad y exprese las soluciones en términos de intervalos siempre que sea posible.

$$21 \quad 3x - 2 > 12$$

$$22 \quad 2x + 5 \leq 8$$

$$23 \quad -2 - 3x \geq 2$$

$$24 \quad 3 - 5x < 11$$

$$25 \quad 2x + 5 < 3x - 7$$

$$26 \quad x - 6 > 5x + 3$$

$$27 \quad \frac{1}{4}x + 7 \leq \frac{1}{3}x - 2$$

$$28 \quad 9 + \frac{1}{3}x \geq 4 - \frac{1}{2}x$$

$$29 \quad -3 < 2x - 5 < 7$$

$$30 \quad 4 \geq 3x + 5 > -1$$

$$31 \quad 3 \leq \frac{2x - 9}{5} < 7$$

$$32 \quad -2 < \frac{4x + 1}{3} \leq 0$$

$$33 \quad 4 > \frac{2 - 3x}{7} \geq -2$$

$$34 \quad 5 \geq \frac{6 - 5x}{3} > 2$$

$$2x^2 - x - 6 > 0$$

$$-3x^2 - x < 0$$

$$3x^2 - 27 \leq 0$$

DESIGUALDADES CUADRÁTICAS



Ejemplo 1

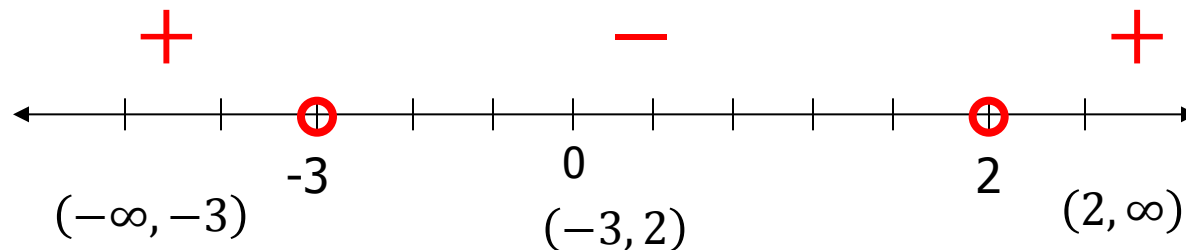
- Resuelva $x^2 + x - 6 < 0$
- Paso 1 – Resuelva la ecuación cuadrática

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3, x = 2$$

- Paso 2 – Identifique los intervalos de interés
- Paso 3 – Identifique los signos de la expresión al evaluarlo en valores en los intervalos de interés



Solución: $(-3, 2)$

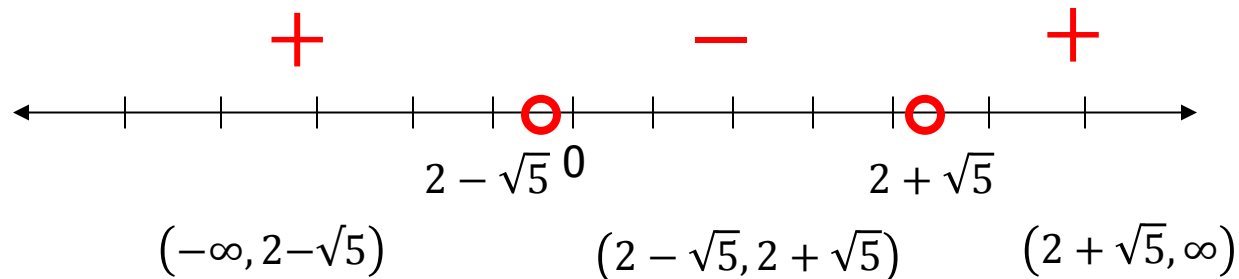


Ejemplo 2

- Resuelva $x^2 - 1 \geq 4x$ $\Rightarrow x^2 - 4x - 1 \geq 0$
- Paso 1 – Resuelva la ecuación cuadrática $x^2 - 4x - 1 = 0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4}}{2}$$
$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5} \approx -0.2, 4.2$$

- Paso 2 – Identifique los intervalos de interés
- Paso 3 – Identifique los signos de la expresión al evaluarlo en valores en los intervalos de interés



Solución: $(-\infty, 2 - \sqrt{5}] \cup [2 + \sqrt{5}, \infty)$



Ejercicios del Texto

Ejer. 1–2: Establezca la solución de cada desigualdad.

1 (a) $x^2 + 4 > 0$

(b) $x^2 + 4 < 0$

2 (a) $x^2 + 9 > 0$

(b) $x^2 + 9 < 0$

Ejer. 3–42: Resuelva la desigualdad y exprese las soluciones en términos de intervalos siempre que sea posible.

3 $(3x + 1)(5 - 10x) > 0$

4 $(2 - 3x)(4x - 7) \geq 0$

5 $(x + 2)(x - 1)(4 - x) \leq 0$

6 $(x - 6)(x + 3)(-2 - x) < 0$

7 $x^2 - x - 6 < 0$

8 $x^2 + 4x + 3 \geq 0$

9 $x^2 - 2x - 7 > 1$

10 $x^2 - 4x - 15 \leq 6$



Ejercicios del Texto

11 $x(2x + 3) \geq 5$

12 $x(3x - 1) \leq 4$

13 $8x - 15 > x^2$

14 $x + 20 \leq x^2$

15 $x^2 < 16$

16 $x^2 > 64$

17 $25x^2 - 16 < 0$

18 $25x^2 - 16x < 0$

19 $16x^2 \geq 9x$

20 $16x^2 > 9$

21 $x^4 + 5x^2 \geq 36$

22 $x^4 + 15x^2 < 16$

