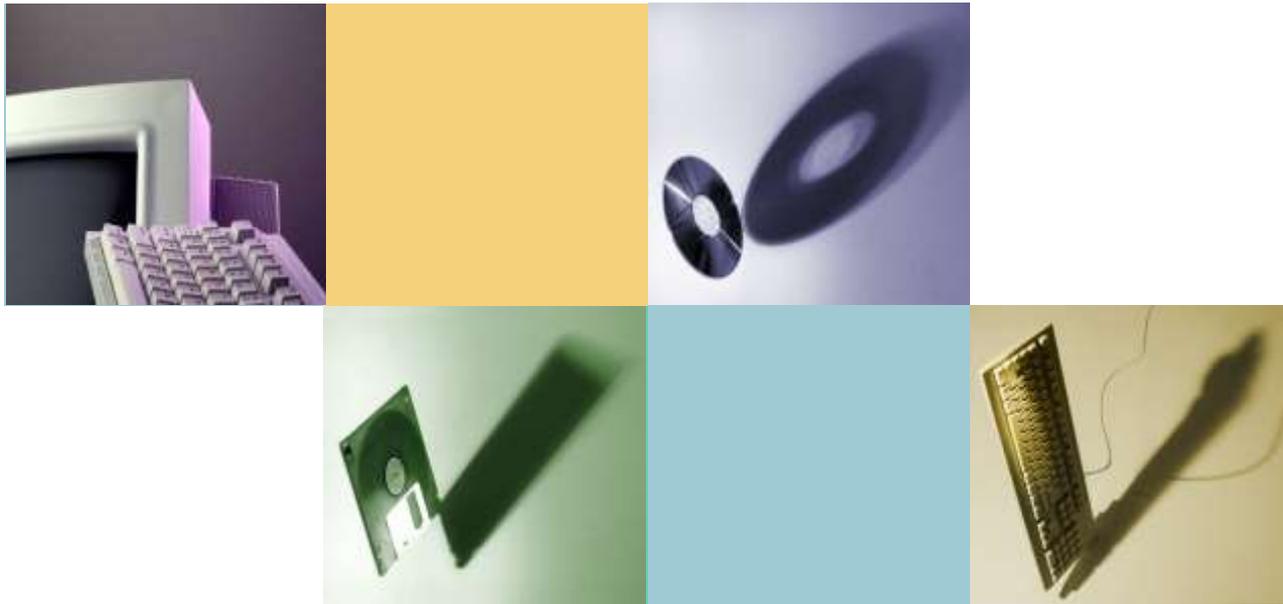


# Unidad 2 - Lección 2.2



## Inecuaciones con una variable

# Actividad 2.2

- Capítulo 2 –
  - Sección 2.6 - Desigualdades Lineales. Ejercicios impares del 1 – 39. Sección 2.7 Más de Desigualdades. Ejercicios 1 - 21
- **Referencias en el Web:**
  - Khan Academy: [Desigualdades Lineales de varios Pasos](#)
  - Julio Profe
    - [Desigualdades Lineales: Ejercicio 1](#)
    - [Desigualdades Lineales: Ejercicio 2](#)
  - [The Math Page Skill in Algebra; Inequalities](#)
  - [Webmath.com: Ejercicios interactivos de práctica de inecuaciones.](#)



Situaciones en donde se usan desigualdades:

- *Velocidad en la autopista es menos que 65 mph:*
- *Límite de mensajes de texto permitido al mes es 250*
- *“alcance de una señal de radio”*

$<$  "es menor que"

$>$  "es mayor que"

$\leq$  "es menor o igual que"

$\geq$  "es mayor o igual que"

# DESIGUALDADES LINEALES CON UNA VARIABLE



# Definición

- Una **inecuación de primer grado con una variable** o **inecuación lineal con una variable** es una expresión matemática que se puede expresar de la forma:

$$ax + b < c$$

$$ax + b > c$$

$$ax + b \leq c$$

$$ax + b \geq c$$

en donde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  son números reales y  $a$  es diferente de cero

- **Ejemplos:**

$$-2x + 3 < 5$$

$$-9w \geq -1$$

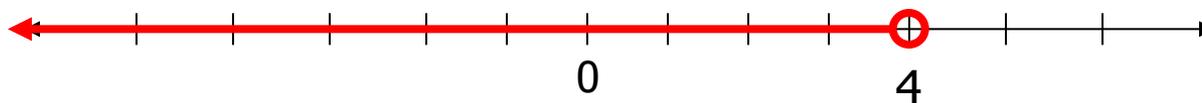
$$-2y - 6 > -7$$

$$5 - 2t > 0$$



# Solución

- Una **solución** de una inecuación lineal con una variable es un valor de la variable que convierte la inecuación en una aseveración cierta.
- Ejemplos:
  - -3 es una solución de  $x + 5 < 9$ 
    - la aseveración “-3 + 5 < 9” es cierta.
  - ¿ Es 8.5 una solución de  $x + 5 < 9$  ? **No**
  - ¿ Es 2.5 una solución de  $x + 5 < 9$  ? **Si**
  - ¿ Es 7 una solución de  $x + 5 < 9$  ? **No**
  - ¿ Es cualquier número en  $\{x \mid x < 4\}$  una solución de la inecuación  $x + 5 < 9$  ? **Si**



# Propiedades de inecuaciones

- Si  $n$  es un número cualquiera y  $a < b$ , entonces:

$$a + n < b + n \qquad a - n < b - n$$

- Si  $n$  es un número **positivo** y  $a < b$ , entonces

$$an < bn \qquad \frac{a}{n} < \frac{b}{n}$$

- Ejemplo:

$$4x - 5 > 15$$

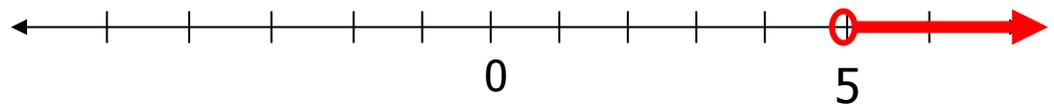
$$4x > 15 + 5$$

$$4x > 20$$

$$\frac{4x}{4} > \frac{20}{4}$$

$$x > 5$$

El conjunto solución es  $\{x \mid x > 5\}$



# Propiedad de inecuaciones ...

- Si  $n$  es un número **negativo** y  $a < b$ , entonces:

$$an > bn \qquad \frac{a}{n} > \frac{b}{n}$$

- Si se multiplica o divide por un número negativo la desigualdad se invierte.

$$8 - 2x > -7 + x$$

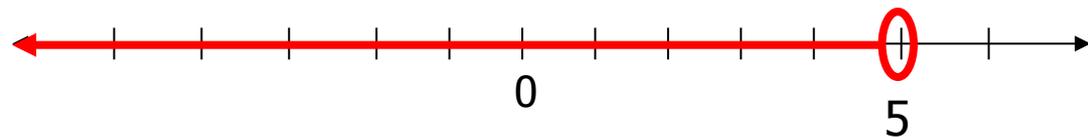
$$-2x - x > -7 - 8$$

$$-3x > -15$$

$$\frac{-3x}{-3} < \frac{-15}{-3}$$

$$x < 5$$

El conjunto solución es  $\{x \mid x < 5\}$



# Ejercicios de clase

- Resuelva:

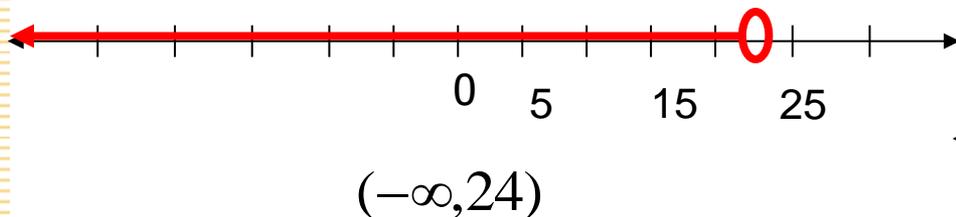
$$38 - 2x > -10$$

$$-2x > -10 - 38$$

$$-2x > -48$$

$$\frac{-2x}{-2} < \frac{-48}{-2}$$

$$x < 24$$



$$x - 5 > 2 - 3(x - 2)$$

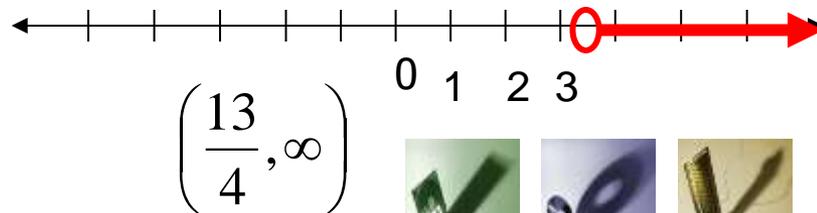
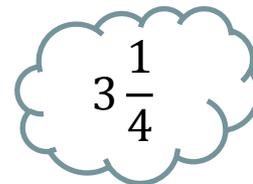
$$x - 5 > 2 - 3x + 6$$

$$x + 3x > 2 + 6 + 5$$

$$4x > 13$$

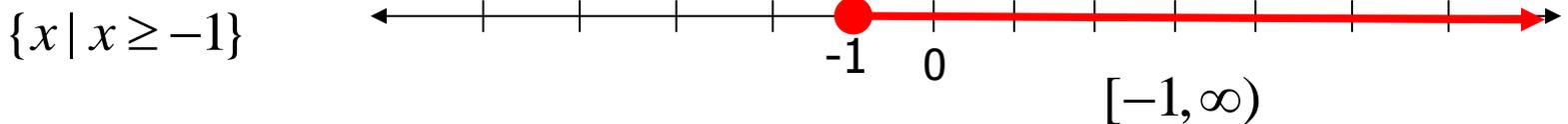
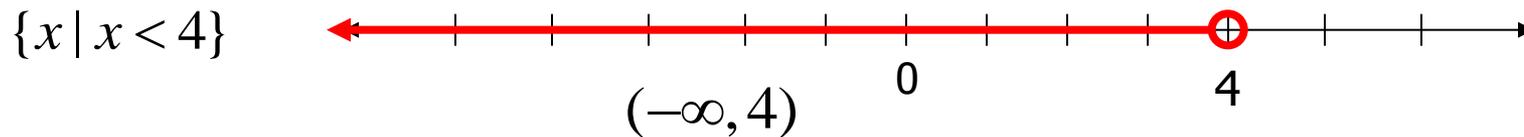
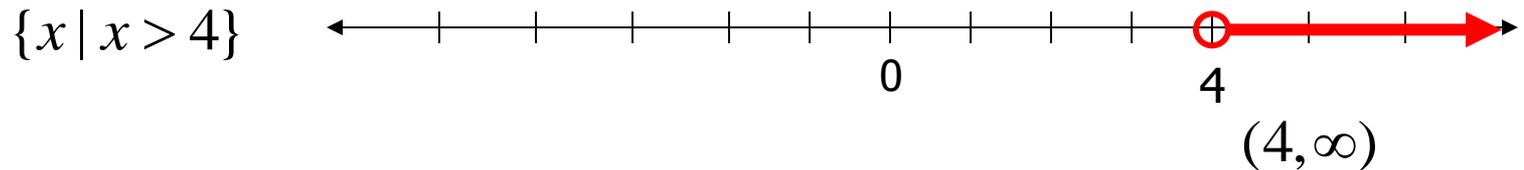
$$\frac{4x}{4} > \frac{13}{4}$$

$$x > \frac{13}{4}$$



# Intervalos

- Es una notación que se usa para representar el conjunto solución de inecuaciones lineales.



**Observe** que se usa el corchete para indicar que el punto está incluido.



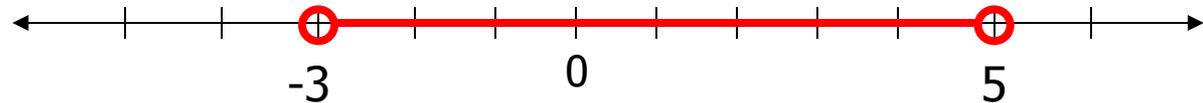
Situaciones en donde se usan desigualdades de tres partes:

- La temperatura  $T$  del día fluctuó **entre**  $70^\circ$  y  $80^\circ$  Fahrenheit:  $70^\circ < T < 80^\circ$
- En un fábrica los cinturones que se cortan para medir 36 pulgadas, se le permite un **margen de error** de 0.1 pulgadas:  $35.9 \leq m \leq 36.1^\circ$

$$a < x < b \quad a < b \leq c \quad a \leq x < b \quad a \leq x \leq b$$

Se usan para expresar que “un número” real  $x$  se encuentra **entre** los números reales  $a$  y  $b$ .

**Ejemplos:**  $-4 < x < 5$      $\{x \mid -3 < x < 5\}$      $(-3, 5)$



# DESIGUALDADES LINEALES DE TRES PARTES

$$5 > x > -2 \quad \rightarrow \quad -2 < x < 5$$



# Desigualdades en tres partes

- Resuelva la desigualdad y exprese su solución en notación de intervalos

$$-4 < 4x + 1 < 5$$

$$-2 < 4x + 1 \quad y \quad 4x + 1 < 5$$

$$-4 - 1 < 4x < 5 - 1$$

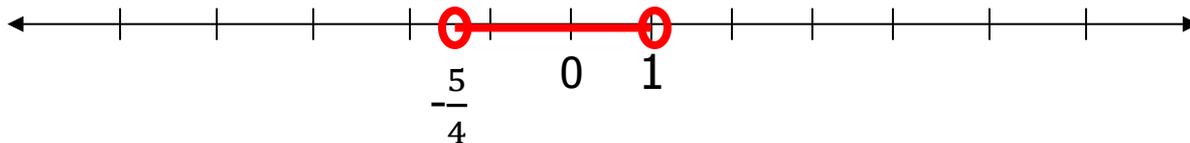
$$-5 < 4x < 4$$

$$\frac{-5}{4} < \frac{4x}{4} < \frac{4}{4}$$

$$-1\frac{1}{4}$$

$$-\frac{5}{4} < x < 1$$

$$\left(-\frac{5}{4}, 1\right)$$



# Ejemplos

- Resuelva

$$-14 < 4x + 1 < 5$$

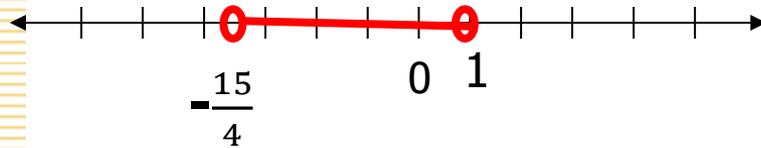
$$-14 - 1 < 4x < 5 - 1$$

$$-15 < 4x < 4$$

$$\frac{-15}{4} < \frac{4x}{4} < \frac{4}{4}$$

$$-\frac{15}{4} < x < 1$$

$-3\frac{3}{4}$



$$\left(-\frac{15}{4}, 1\right)$$

$$-1 < \frac{4-x}{3} < \frac{1}{4}$$

$$(12)(-1) < (12)\left(\frac{4-x}{3}\right) < (12)\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$-12 < 16 - 4x < 3$$

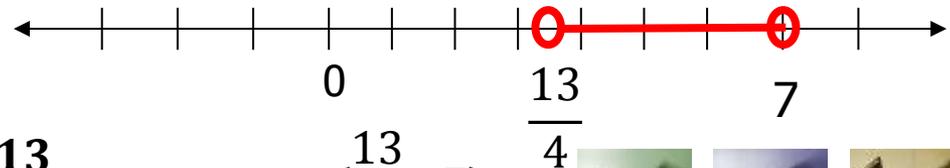
$$-12 - 16 < -4x < 3 - 16$$

$$-28 < -4x < -13$$

$$\frac{-28}{-4} > x > \frac{-13}{-4}$$

$$7 > x > \frac{13}{4}$$

$3\frac{1}{4}$



$$\frac{13}{4} < x < 7 \quad \left(\frac{13}{4}, 7\right)$$



# Ejercicios del Texto

7  $-2 < x \leq 4$

8  $-3 \leq x < 5$

9  $3 \leq x \leq 7$

10  $-3 < x < -1$

11  $5 > x \geq -2$

12  $-3 \geq x > -5$

**Ejer. 13–20:** Expresé el intervalo como una desigualdad en la variable  $x$ .

13  $(-5, 4]$

14  $[0, 4)$

15  $[-8, -1]$

16  $(3, 7)$

17  $[4, \infty)$

18  $(-6, \infty)$

19  $(-\infty, -7)$

20  $(-\infty, 2]$



# Ejercicios del Texto

Ejer. 21–74: Resuelva la desigualdad y exprese las soluciones en términos de intervalos siempre que sea posible.

$$21 \quad 3x - 2 > 12$$

$$22 \quad 2x + 5 \leq 8$$

$$23 \quad -2 - 3x \geq 2$$

$$24 \quad 3 - 5x < 11$$

$$25 \quad 2x + 5 < 3x - 7$$

$$26 \quad x - 6 > 5x + 3$$

$$27 \quad \frac{1}{4}x + 7 \leq \frac{1}{3}x - 2$$

$$28 \quad 9 + \frac{1}{3}x \geq 4 - \frac{1}{2}x$$

$$29 \quad -3 < 2x - 5 < 7$$

$$30 \quad 4 \geq 3x + 5 > -1$$

$$31 \quad 3 \leq \frac{2x - 9}{5} < 7$$

$$32 \quad -2 < \frac{4x + 1}{3} \leq 0$$

$$33 \quad 4 > \frac{2 - 3x}{7} \geq -2$$

$$34 \quad 5 \geq \frac{6 - 5x}{3} > 2$$

$$2x^2 - x - 6 > 0$$

$$-3x^2 - x < 0$$

$$3x^2 - 27 \leq 0$$

# DESIGUALDADES CUADRÁTICAS



# Ejemplo 1

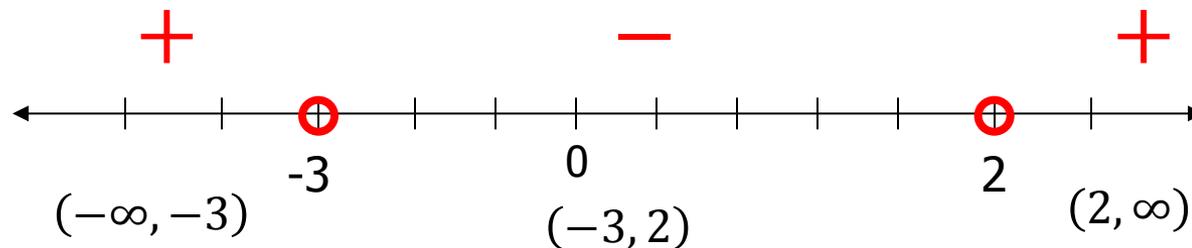
- Resuelva  $x^2 + x - 6 < 0$
- Paso 1 – Resuelva la ecuación cuadrática

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3, x = 2$$

- Paso 2 – Identifique los intervalos de interés
- Paso 3 – Identifique los signos de la expresión al evaluarlo en valores en los intervalos de interés



Solución:  $(-3, 2)$

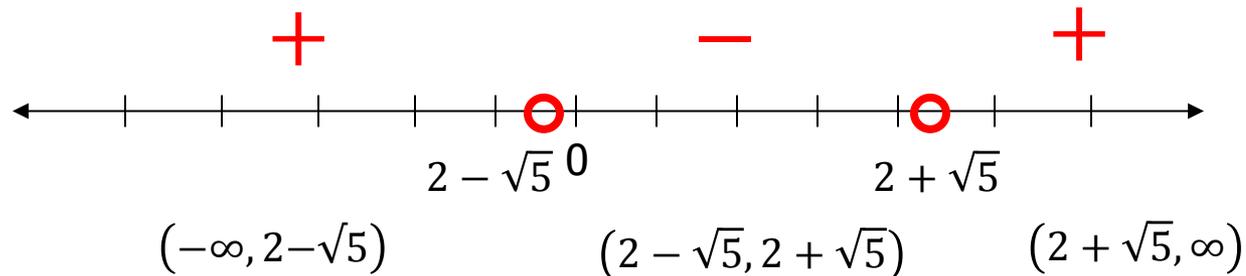


# Ejemplo 2

- Resuelva  $x^2 - 1 \geq 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 1 \geq 0$
- Paso 1 – Resuelva la ecuación cuadrática  $x^2 - 4x - 1 = 0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4}}{2}$$
$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5} \approx -0.2, 4.2$$

- Paso 2 – Identifique los intervalos de interés
- Paso 3 – Identifique los signos de la expresión al evaluarlo en valores en los intervalos de interés



Solución:  $(-\infty, 2 - \sqrt{5}] \cup [2 + \sqrt{5}, \infty)$



# Ejercicios del Texto

Ejer. 1–2: Establezca la solución de cada desigualdad.

1 (a)  $x^2 + 4 > 0$

(b)  $x^2 + 4 < 0$

2 (a)  $x^2 + 9 > 0$

(b)  $x^2 + 9 < 0$

Ejer. 3–42: Resuelva la desigualdad y exprese las soluciones en términos de intervalos siempre que sea posible.

3  $(3x + 1)(5 - 10x) > 0$

4  $(2 - 3x)(4x - 7) \geq 0$

5  $(x + 2)(x - 1)(4 - x) \leq 0$

6  $(x - 6)(x + 3)(-2 - x) < 0$

7  $x^2 - x - 6 < 0$

8  $x^2 + 4x + 3 \geq 0$

9  $x^2 - 2x - 7 > 1$

10  $x^2 - 4x - 15 \leq 6$



# Ejercicios del Texto

11  $x(2x + 3) \geq 5$

12  $x(3x - 1) \leq 4$

13  $8x - 15 > x^2$

14  $x + 20 \leq x^2$

15  $x^2 < 16$

16  $x^2 > 64$

17  $25x^2 - 16 < 0$

18  $25x^2 - 16x < 0$

19  $16x^2 \geq 9x$

20  $16x^2 > 9$

21  $x^4 + 5x^2 \geq 36$

22  $x^4 + 15x^2 < 16$

