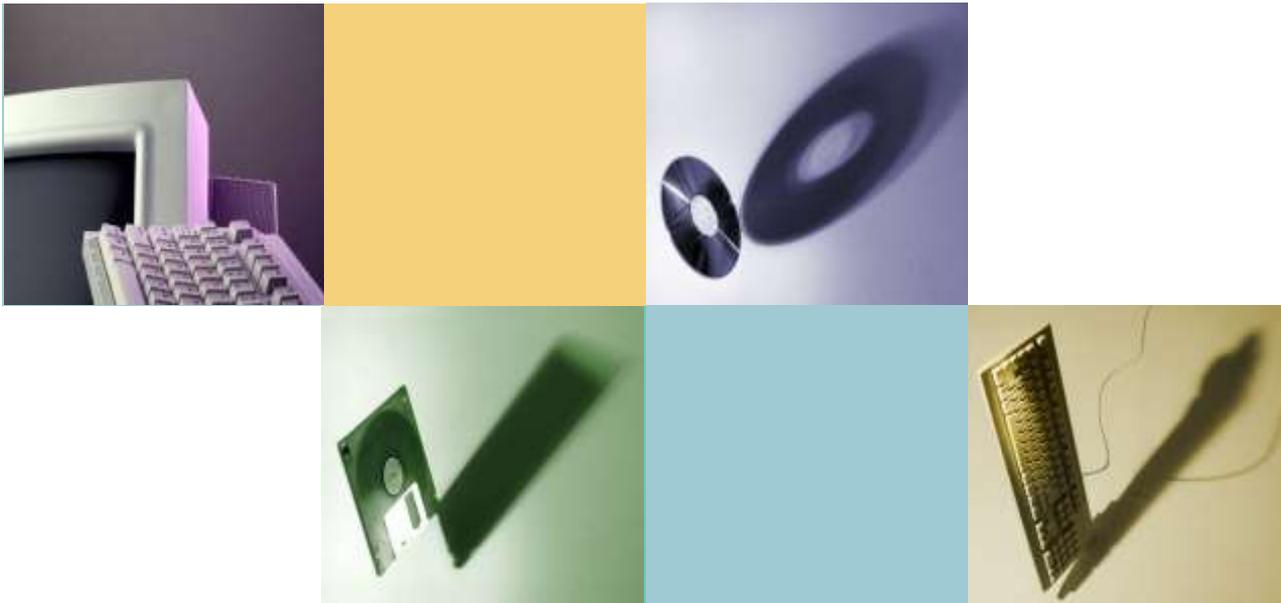


Unidad 2 – Lección 2.1



Ecuaciones Exponenciales y con Logaritmos

Actividades 2.1

- **Referencia: Capítulo 5.5 – pág 347-348; Ejercicios 1 – 38; Capítulo 5.6 – páginas 357-358; problemas 1- 28**
- **Referencias:**
 - **Math2Me**
 - [Propiedades de los logaritmos](#)
 - [Propiedad de los logaritmos | con raíz](#)
 - [Propiedad de los logaritmos | despejar](#)
 - [Concepto de logaritmo | ejercicios](#)
 - [Simplificar una expresión logarítmica](#)
 - [Ecuaciones logarítmicas | ejercicio 1](#)
 - [Ecuaciones logarítmicas | ejercicio 2](#)
 - [Ecuaciones exponenciales | ejercicios 1 y 2](#)
 - [Ecuaciones exponenciales | ejercicios 3 y 4](#)
 - [Ecuaciones exponenciales | ejercicios 5 y 6](#)
 - [Ecuaciones exponenciales | ejercicio 7](#)
 - [Ecuaciones exponenciales | ejercicio 8](#)



Si $\log_a(u) = \log_a(v)$ si y sólo si $u = v$

$$\log_a(uv) = \log_a u + \log_a v$$

$$\log_a(u/v) = \log_a u - \log_a v$$

$$\log_a(1/v) = -\log_a v$$

$$\log_a(u^n) = n \log_a(u)$$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS



Ejemplo 1

Expande las siguientes expresiones logarítmicas

$$\begin{aligned} \text{a) } \log_3(9x) &= \log_3 9 + \log_3 x \\ &= \log_3 3^2 + \log_3 x \\ &= 2\log_3 3 + \log_3 x = 2 + \log_3 x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \log_2(x^3 y^5) &= \log_2 x^3 + \log_2 y^5 \\ &= 3\log_2 x + 5\log_2 y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \ln\left(\frac{xy}{\sqrt[5]{z}}\right) &= \ln xy - \ln \sqrt[5]{z} = \ln x + \ln y - \ln z^{1/5} \\ &= \ln x + \ln y - \frac{1}{5} \ln z \end{aligned}$$



Ejercicios del Texto

Ejer. 1–8: Exprese en términos de logaritmos de x , y , z o w .

1 (a) $\log_4(xz)$ (b) $\log_4(y/x)$ (c) $\log_4 \sqrt[3]{z}$

2 (a) $\log_3(xyz)$ (b) $\log_3(xz/y)$ (c) $\log_3 \sqrt[5]{y}$

3 $\log_a \frac{x^3 w}{y^2 z^4}$

4 $\log_a \frac{y^5 w^2}{x^4 z^3}$

5 $\log \frac{\sqrt[3]{z}}{x \sqrt{y}}$

6 $\log \frac{\sqrt{y}}{x^4 \sqrt[3]{z}}$

7 $\ln \sqrt[4]{\frac{x^7}{y^5 z}}$

8 $\ln x \sqrt[3]{\frac{y^4}{z^5}}$

Ejemplo 2

- Combine la expresión como un logaritmo:

$$4\log x + \frac{1}{2}\log(x-1)$$

$$= \log x^4 + \log (x-1)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \log \left(x^4 (x-1)^{\frac{1}{2}} \right)$$

$$\ln 3 + 2\ln x - 10\ln(x+1)$$

$$= \ln 3 + \ln x^2 - (x+1)^{10}$$

$$= \ln 3x^2 - (x+1)^{10}$$

$$= \ln \frac{3x^2}{(x+1)^{10}}$$



Ejemplo 3

- Combina $4 \log x - \frac{1}{3} \log(x^2 + 1) + 2 \log(x - 1)$

$$= \log x^4 - \log(x^2 + 1)^{\frac{1}{3}} + \log(x - 1)^2$$

$$= \log \left[\frac{x^4}{(x^2 + 1)^{\frac{1}{3}}} \right] + \log(x - 1)^2$$

$$= \log \left[\frac{x^4 (x - 1)^2}{(x^2 + 1)^{\frac{1}{3}}} \right]$$



Ejercicios del Texto

Ejer. 9–16: Escriba la expresión como un logaritmo

- 9 (a) $\log_3 x + \log_3 (5y)$ (b) $\log_3 (2z) - \log_3 x$ 13 $\log (x^3 y^2) - 2 \log x \sqrt[3]{y} - 3 \log \left(\frac{x}{y} \right)$
(c) $\frac{1}{5} \log_3 y$
- 10 (a) $\log_4 (3z) + \log_4 x$ (b) $\log_4 x - \log_4 (7y)$ 14 $2 \log \frac{y^3}{x} - 3 \log y + \frac{1}{2} \log x^4 y^2$
(c) $\frac{1}{3} \log_4 w$
- 11 $2 \log_a x - \frac{1}{3} \log_a (x - 2) - 5 \log_a (2x + 3)$ 15 $\ln y^3 + \frac{1}{3} \ln (x^9 y^6) - 5 \ln y$
- 12 $5 \log_a x - \frac{1}{2} \log_a (3x - 4) - 3 \log_a (5x + 1)$ 16 $2 \ln x - 4 \ln (1/y) - 3 \ln (xy)$



Si $\log_a(u) = \log_a(v)$ si y sólo si $u = v$

Ejemplo:

$$\log_4(2x - 1) = \log_4(x + 5)$$

$$2x - 1 = x + 5$$

$$2x - x = 5 + 1$$

$$x = 6$$

ECUACIONES LOGARÍTMICAS



Ejemplo 4

- Resuelva las siguientes ecuaciones:

$$3 \log_2 x = 2 \log_2 3$$

$$\log_2 x^3 = \log_2 3^2$$

$$x^3 = 9$$

$$x = \sqrt[3]{9}$$

$$\log(x + 2) - \log x = 2 \log 4$$

$$\log \frac{x + 2}{x} = \log 4^2$$

$$\frac{x + 2}{x} = 16$$

$$\frac{x + 2}{x} \cdot x = 16 \cdot x$$

$$x + 2 = 16x$$

$$2 = 15x$$

$$x = \frac{15}{2}$$



Ejercicios del Texto

Resuelva

$$19 \quad 2 \log_3 x = 3 \log_3 5$$

$$20 \quad 3 \log_2 x = 2 \log_2 3$$

$$21 \quad \log x - \log (x + 1) = 3 \log 4$$

$$22 \quad \log (x + 2) - \log x = 2 \log 4$$

$$23 \quad \ln (-4 - x) + \ln 3 = \ln (2 - x)$$

$$24 \quad \ln x + \ln (x + 6) = \frac{1}{2} \ln 9$$

$$25 \quad \log_2 (x + 7) + \log_2 x = 3$$

$$26 \quad \log_6 (x + 5) + \log_6 x = 2$$

$$27 \quad \log_2 (-x) + \log_2 (2 - x) = 3$$

$$28 \quad \log_3 (-x) + \log_3 (8 - x) = 2$$

$$29 \quad \log_3 (x + 3) + \log_3 (x + 5) = 1$$

$$30 \quad \log_3 (x - 2) + \log_3 (x - 4) = 2$$

$$31 \quad \log (x + 3) = 1 - \log (x - 2)$$

$$32 \quad \log (x + 4) = 2 - \log (x - 2)$$

$$33 \quad \log (20x) = 3 + \log (x - 5)$$

$$34 \quad \log (57x) = 2 + \log (x - 2)$$

$$35 \quad \ln x = 1 - \ln (x + 2)$$

$$36 \quad \ln x = 1 + \ln (x + 1)$$



Si $a^u = a^v$ si y sólo si $u = v$

Ejemplo

$$4^{x-2} = 64$$

$$4^{x-2} = 4^3$$

$$x - 2 = 3$$

$$x = 5$$

$$5^{x-2} = 8$$

$$\log 5^{x-2} = \log 8$$

$$(x - 2) \log 5 = \log 8$$

$$x - 2 = \frac{\log 8}{\log 5}$$

$$x = \frac{\log 8}{\log 5} + 2$$

$$\approx 3.292029674$$

Redondeado a ≈ 3.29203
cinco lugares
decimales:



Resuelva:

ECUACIONES EXPONENCIALES

Ejercicios del Texto

Ejer. 1–4: Encuentre la solución exacta y una aproximación a dos lugares decimales para ella usando (a) el método del ejemplo 1 y (b) el método del ejemplo 2.

1 $5^x = 3$

2 $4^x = 7$

3 $3^{4-x} = 5$

4 $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 100$

Ejer. 11–28: Encuentre la solución exacta usando logaritmos comunes y una aproximación a dos lugares decimales de cada solución, cuando sea apropiado.

11 $2^{-x} = 8$

12 $2^{-x^2} = 5$

13 $3^{-x^2} = 7$

14 $3^{-x} = 81$

15 $3^{x+4} = 2^{1-3x}$

16 $4^{2x+3} = 5^{x-2}$

Ejemplo 5

- Ejemplo: Resuelva $\log_4 16^x = 6$

$$x \log_4 16 = 6$$

$$x = \frac{6}{\log_4 16}$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$



Ejemplo 6

- Resuelva a la milésima más cercana $\frac{7}{2 + e^{-x}} = 3$

$$7 = 3(2 + e^{-x})$$

$$\ln \frac{1}{3} = -x \ln e$$

$$7 = 6 + 3e^{-x}$$

$$\ln \frac{1}{3} = -x$$

$$1 = 3e^{-x}$$

$$-\ln \frac{1}{3} = x$$

$$\frac{1}{3} = e^{-x}$$

$$-(-1.098612289) \approx x$$

$$\ln \frac{1}{3} = \ln e^{-x}$$

$$x \approx 1.0986$$



Ejemplo 7

- Resuelva: $\ln(x + 1) - \ln(x - 1) = 1$

$$\ln \frac{x + 1}{x - 1} = 1$$

$$\frac{x + 1}{x - 1} = e$$

$$x + 1 = e(x - 1)$$

$$x + 1 = ex - e$$

$$1 + e = ex - x$$

$$1 + e = x(e - 1)$$

$$\frac{1 + e}{e - 1} = x$$

$$x = \frac{e + 1}{e - 1}$$



Ejercicios del Texto

$$17 \quad 2^{2x-3} = 5^{x-2}$$

$$18 \quad 3^{2-3x} = 4^{2x+1}$$

$$19 \quad \log x = 1 - \log (x - 3)$$

$$20 \quad \log (5x + 1) = 2 + \log (2x - 3)$$

$$21 \quad \log (x^2 + 4) - \log (x + 2) = 2 + \log (x - 2)$$

$$22 \quad \log (x + 3) + \log (x - 3) = \log (x^2 + 5) - 2$$

$$23 \quad \log (x - 1) = \log (2/x) + \log (3x - 5)$$

$$24 \quad \log (x - 4) - \log (3x - 10) = \log (1/x)$$

$$25 \quad 5^x + 125(5^{-x}) = 30$$

$$26 \quad 3(3^x) + 9(3^{-x}) = 28$$

$$27 \quad 4^x - 3(4^{-x}) = 8$$

$$28 \quad 2^x - 6(2^{-x}) = 6$$

