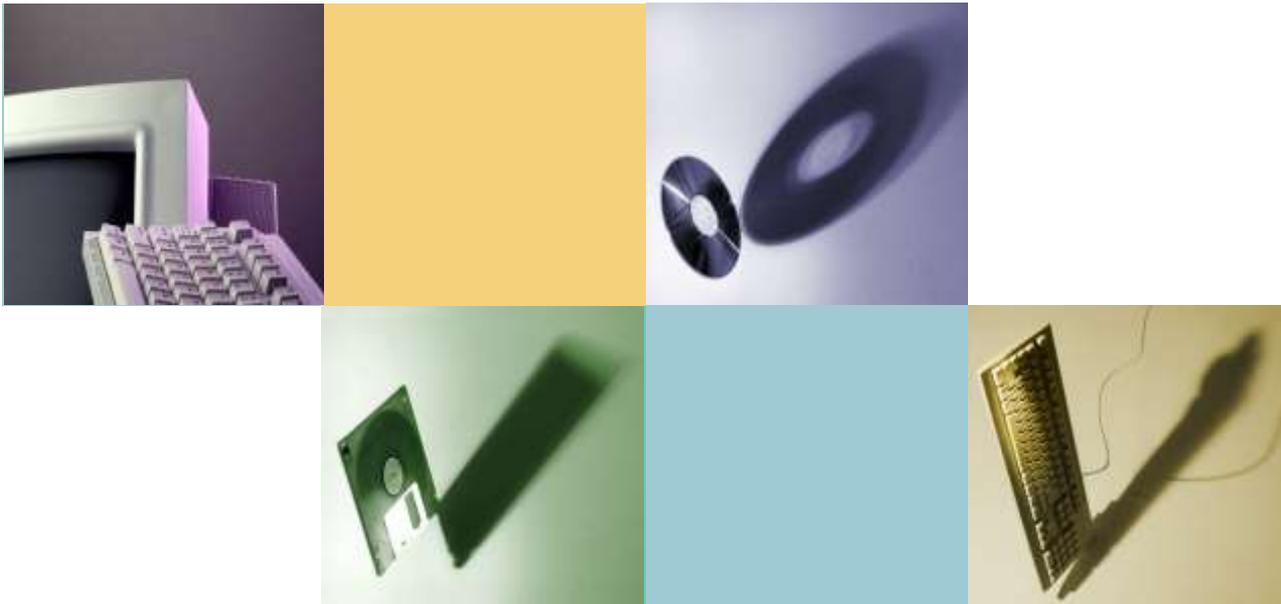


Lección 4



Polinomios

Polinomios (en una variable)

- Expresión algebraica compuesta de un término o una suma finita de términos con una variable con exponentes enteros no negativos.Ejemplos

$$5x^2$$

Monomio

Grado 2

$$-4$$

Monomio

Grado 0

$$-\frac{3}{5}y^5 - 3y^2$$

Binomio

Grado 5

$$-3z^4 - 3z^6 - 12$$

Trinomio

Grado 6

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 1$$

Polinomio

Grado 3

- Grado** del polinomio con una variable es el exponente mayor que la variable tiene. Un término compuesto sólo de una constante es un polinomio de grado 0.
- No son polinomios:

$$x^5 - 3x^{-2} + 1$$

$$\frac{x^2 + 1}{x^3}$$



¿Cuál es el valor de $5x - 1$?

EVALUACIÓN DE POLINOMIOS



Término
constante

Evaluación de Polinomios

$$-3x^4 - x^3 - 12x + 5$$

- Evalúe cuando $x = -2$

$$= -3(-2)^4 - (-2)^3 - 12(-2) + 5$$

$$= -3(16) - (-8) + 24 + 5$$

$$= -48 + 8 + 24 + 5$$

$$= -11$$

- Evalúe cuando $x = 3.1$

$$= -3(3.1)^4 - (3.1)^3 - 12(3.1) + 5$$

$$= -339.0473$$

- Evalúe cuando $x = 0$

$$= -3(0)^4 - (0)^3 - 12(0) + 5$$

$$= 5$$

Práctica: 5.2.2 Ejemplo 1



$$\text{¿Es } 5x^2 - x - 5x^2 = -x \text{ ?}$$

OPERACIONES CON POLINOMIOS



Adición de polinomios

- $(2x^2 + 3x + 1) + (x^2 - 5x + 4) = 3x^2 - 2x + 5$
- Solución: (*Forma Vertical*)

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x + 1 \\ + \quad x^2 - 5x + 4 \\ \hline 3x^2 - 2x + 5 \end{array}$$

- $(-4x^2 + x - 1) + (-x^2 - 9) = -5x^2 + x - 10$
- Solución:

$$\begin{array}{r} -4x^2 + x - 1 \\ + \quad -x^2 \quad - 9 \\ \hline -5x^2 + x - 10 \end{array}$$



Ejercicios del Texto – Suma de Polinomios

Suma.

$$13. (x^2 + 7x) + (-3x^2 - 4x)$$

$$15. (y^2 + 4y) + (-4y - 8)$$

$$17. (2x^2 + 6x + 12) + (3x^2 + x + 8)$$

$$19. (x^3 - 7x + 4) + (2x^2 + x - 10)$$

$$21. (2a^3 - 7a + 1) + (-3a^2 - 4a + 1)$$

$$23. (4x^2 + 2x) + (x^2 + 6x)$$

$$25. (4x^2 - 5xy) + (3x^2 + 6xy - 4y^2)$$

$$27. (2a^2 - 7a + 10) + (a^2 + 4a + 7)$$

$$29. (5x^3 + 7x - 7) + (10x^2 - 8x + 3)$$

$$31. (2r^2 - 5r + 7) + (3r^3 - 6r)$$

$$33. (3x^2 + 7x + 10) + (-2x^3 + 3x + 1)$$

$$14. (3y^2 - 2y) + (5y^2 + 6y)$$

$$16. (3x^2 + 9x) + (6x - 24)$$

$$18. (x^2 + x + 5) + (3x^2 - 10x + 4)$$

$$20. (3y^3 + y^2 + 1) + (-4y^3 - 6y - 3)$$

$$22. (5r^3 - 6r^2 + 3r) + (r^2 - 2r - 3)$$

$$24. (-3y^2 + y) + (4y^2 + 6y)$$

$$26. (2x^2 - 4y^2) + (6x^2 - 2xy + 4y^2)$$

$$28. (-6x^2 + 7x + 3) + (3x^2 + x + 3)$$

$$30. (3y^3 + 4y + 9) + (2y^2 + 4y - 21)$$

$$32. (3y^3 + 4y + 14) + (-4y^2 + 21)$$

$$34. (7x^3 + 4x - 1) + (2x^2 - 6x + 2)$$

Subtracción de polinomios

- $(2x^2 + 3x + 1) - (x^2 - 5x + 4)$
- $(2x^2 + 3x + 1) + (-x^2 + 5x - 4) = x^2 + 8x - 3$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x + 1 \\ + \quad -x^2 + 5x - 4 \\ \hline x^2 + 8x - 3 \end{array}$$

- $(-4x^2 + x - 1) - (-x^2 - 9)$
- $(-4x^2 + x - 1) + (x^2 + 9) = -3x^2 + x + 8$

$$\begin{array}{r} -4x^2 + x - 1 \\ + \quad x^2 \quad \quad 9 \\ \hline -3x^2 + x + 8 \end{array}$$

Práctica: 5.2.4 Ejemplo 2



Ejercicios del Texto – Sustracción de Polinomios

Resta.

$$39. (x^2 - 6x) - (x^2 - 10x)$$

$$40. (y^2 + 4y) - (y^2 + 10y)$$

$$41. (2y^2 - 4y) - (-y^2 + 2)$$

$$42. (-3a^2 - 2a) - (4a^2 - 4)$$

$$43. (x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 5x + 8)$$

$$44. (3x^2 + 2x - 2) - (5x^2 - 5x + 6)$$

$$45. (4x^3 + 5x + 2) - (-3x^2 + 2x + 1)$$

$$46. (5y^2 - y + 2) - (-2y^3 + 3y - 3)$$

$$47. (2y^3 + 6y - 2) - (y^3 + y^2 + 4)$$

$$48. (-2x^2 - x + 4) - (-x^3 + 3x - 2)$$

$$49. (y^2 - 10xy) - (2y^2 + 3xy)$$

$$50. (x^2 - 3xy) - (-2x^2 + xy)$$

$$51. (3x^2 + x - 3) - (x^2 + 4x - 2)$$

$$52. (5y^2 - 2y + 1) - (-3y^2 - y - 2)$$



Multiplicación de Polinomios

- $-3x^2 (2x^2 + 3x + 1) = -6x^4 - 9x^3 - 3x^2$



Propiedad Distributiva

- $(2x - 3)(-3x + 1) = -6x^2 + 2x + 9x - 3$



$$= -6x^2 + 11x - 3$$

- $(x^2 + x - 1)(-2x + 5) = -2x^3 + 5x^2 - 2x^2 + 5x + 2x - 5$



$$= -2x^3 + 3x^2 + 7x - 5$$

Práctica: 5.3.2 Ejemplo 1



Ejercicios del Texto – Multiplicación de Polinomios p1

Multiplica.

13. $x(x - 2)$

14. $y(3 - y)$

15. $-x(x + 7)$

16. $-y(7 - y)$

17. $3a^2(a - 2)$

18. $4b^2(b + 8)$

19. $-5x^2(x^2 - x)$

20. $-6y^2(y + 2y^2)$

21. $-x^3(3x^2 - 7)$

22. $-y^4(2y^2 - y^6)$

23. $2x(6x^2 - 3x)$

24. $3y(4y - y^2)$

25. $(2x - 4)3x$

26. $(2x + 1)2x$

27. $-xy(x^2 - y^2)$

28. $-x^2y(2xy - y^2)$

29. $x(2x^3 - 3x + 2)$

30. $y(-3y^2 - 2y + 6)$

Multiplica.

45. $(x^2 + 3x + 2)(x + 1)$

46. $(x^2 - 2x + 7)(x - 2)$

47. $(a - 3)(a^2 - 3a + 4)$

48. $(2x - 3)(x^2 - 3x + 5)$

49. $(-2b^2 - 3b + 4)(b - 5)$

50. $(-a^2 + 3a - 2)(2a - 1)$



Ejercicios del Texto – Multiplicación de Polinomios p2

Multiplica.

67. $(x + 1)(x + 3)$

68. $(y + 2)(y + 5)$

69. $(a - 3)(a + 4)$

70. $(b - 6)(b + 3)$

71. $(y + 3)(y - 8)$

72. $(x + 10)(x - 5)$

73. $(y - 7)(y - 3)$

74. $(a - 8)(a - 9)$

75. $(2x + 1)(x + 7)$

76. $(y + 2)(5y + 1)$

77. $(3x - 1)(x + 4)$

78. $(7x - 2)(x + 4)$

79. $(4x - 3)(x - 7)$

80. $(2x - 3)(4x - 7)$

81. $(3y - 8)(y + 2)$

82. $(5y - 9)(y + 5)$

83. $(3x + 7)(3x + 11)$

84. $(5a + 6)(6a + 5)$

85. $(7a - 16)(3a - 5)$

86. $(5a - 12)(3a - 7)$

87. $(3b + 13)(5b - 6)$



Productos Especiales

- $$\begin{aligned}(x - 3)(x + 3) &= x^2 + 3x - 3x - 9 \\ &= x^2 - 9\end{aligned}$$

La diferencia de cuadrados

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

- $$(2x - 5)(2x + 5) = 4x^2 - 25$$
- $$(-3x + 2y)(-3x - 2y) = 9x^2 - 4y^2$$

Cuadrados perfectos

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned}(x - 4)^2 &= x^2 - 2(x)(4) + (4)^2 \\ &= x^2 - 8x + 16\end{aligned}$$



Ejercicios del Texto – Productos Especiales

Multiplica.

$$107. (y - 5)(y + 5)$$

$$108. (y + 6)(y - 6)$$

$$109. (2x + 3)(2x - 3)$$

$$110. (4x - 7)(4x + 7)$$

$$111. (x + 1)^2$$

$$112. (y - 3)^2$$

$$113. (3a - 5)^2$$

$$114. (6x - 5)^2$$

$$115. (3x - 7)(3x + 7)$$

$$116. (9x - 2)(9x + 2)$$

$$117. (2a + b)^2$$

$$118. (x + 3y)^2$$

$$119. (x - 2y)^2$$

$$120. (2x - 3y)^2$$

$$121. (4 - 3y)(4 + 3y)$$

$$122. (4x - 9y)(4x + 9y)$$

$$123. (5x + 2y)^2$$

$$124. (2a - 9b)^2$$



DIVISIÓN DE POLINOMIOS



Polinomio entre monomio

$$(6x^4) \div 3x^3 = \frac{6x^4}{3x^3} = 2x$$

$$\frac{\cancel{15}x^2}{\cancel{-20}x^3} = -\frac{3}{4x}$$

El cociente de dos polinomios no es necesariamente un polinomio.

$$\frac{6x^2 - 9x}{3x} = \frac{6x^2}{3x} - \frac{9x}{3x} = 2x - 3$$

$$\frac{-20x^3 - 15x^2 + 10x}{5x}$$

$$\frac{-20x^3}{5x} - \frac{15x^2}{5x} + \frac{10x}{5x} = -4x^2 - 3x + 2$$



Polinomios entre binomios

$$\frac{x^3 - 7x^2 + 8x + 16}{(x - 4)}$$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 3x - 4 \\
 \hline
 x - 4 \overline{) x^3 - 7x^2 + 8x + 16} \\
 \underline{(-) x^3 \oplus 4x^2} \\
 -3x^2 + 8x \\
 \underline{\oplus (-) -3x^2 } \\
 -4x + 16 \\
 \underline{\oplus (-) -4x + 16} \\
 0
 \end{array}$$

$$\frac{x^3 - 7x^2 + 8x + 16}{(x - 4)} = x^2 - 3x - 4$$



Ejemplo

$$\frac{6x^2 - 7x + 3}{2x + 1}$$
$$2x + 1 \overline{) \begin{array}{r} 3x - 5 \\ 6x^2 - 7x + 3 \\ \underline{(-) 6x^2 + 3x} \\ -10x + 3 \\ \underline{\oplus (-) 10x - 5} \\ 8 \end{array}}$$

$$\frac{6x^2 - 7x + 3}{2x + 1} = 3x - 5 + \frac{8}{2x + 1}$$

Práctica: 5.6.2 Ejemplo 1



Ejercicios del Texto – División de Polinomios

$$21. \frac{5x^2y^2 + 10xy}{5xy}$$

$$22. \frac{8x^2y^2 - 24xy}{8xy}$$

$$23. \frac{9y^6 - 15y^3}{-3y^3}$$

$$24. \frac{4x^4 - 6x^2}{-2x^2}$$

$$25. \frac{3x^2 - 2x + 1}{x}$$

$$26. \frac{8y^2 + 2y - 3}{y}$$

$$27. \frac{-3x^2 + 7x - 6}{x}$$

$$28. \frac{2y^2 - 6y + 9}{y}$$

$$29. \frac{16a^2b - 20ab + 24ab^2}{4ab}$$

$$30. \frac{22a^2b + 11ab - 33ab^2}{11ab}$$

$$31. \frac{9x^2y + 6xy - 3x}{xy}$$

$$32. \frac{18a^2b^2 + 9ab - 6}{3ab}$$

$$34. (b^2 - 14b + 49) \div (b - 7) \quad 35. (x^2 - x - 6) \div (x - 3) \quad 36. (y^2 + 2y - 35) \div (y + 7)$$

$$37. (2x^2 + 5x + 2) \div (x + 2) \quad 38. (2y^2 + 7) \div (y - 3) \quad 39. (x^2 + 1) \div (x - 1)$$

$$40. (x^2 + 4) \div (x + 2) \quad 41. (6x^2 - 7x) \div (3x - 2) \quad 42. (a^2 + 5a + 10) \div (a + 2)$$