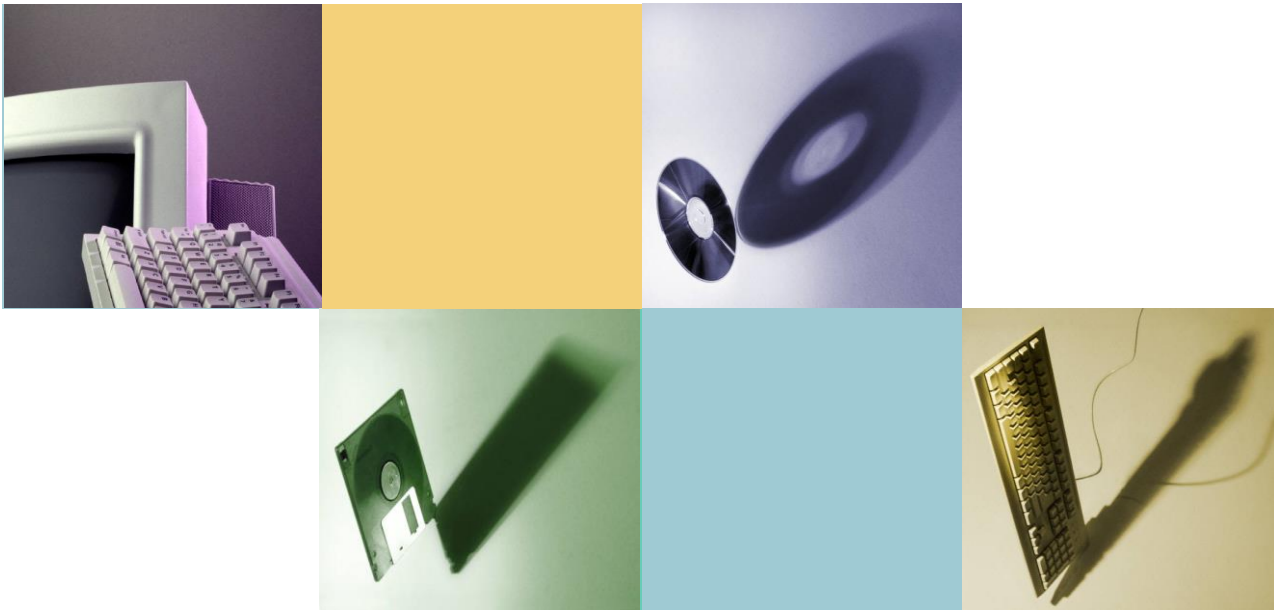


Lección 6



Expresiones Racionales

Definición

- Una expresión racional es una expresión fraccionaria compuesta de dos polinomios.
- Ejemplos:

$$\frac{5}{7} \quad \frac{y-5}{6y} \quad \frac{x+2}{2x-1} \quad 3x-5$$

- Evalúe la expresión siguiente cuando $d = 1$ y $d = 2.51$

$$\frac{5-2d}{2d^2-11d+5} = \frac{5-2(1)}{2(1)^2-11(1)+5} = \frac{3}{2-11+5} = \frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$$

$$\frac{5-2d}{2d^2-11d+5} = \frac{5-2(2.51)}{2(2.51)^2-11(2.51)+5} \approx 0.001998042$$



Valores donde la Expresión Racional No está definida

- Determina para cuáles valores las expresiones siguientes NO están definidas
- Ejemplo:

$$\frac{x - 9}{2x - 5} \quad \text{No está definida para } x = \frac{5}{2}$$

Por que para $x = \frac{5}{2}$, , la expresión del denominador se convierte a 0

Determine para cuáles valores que para x , la expresión no está definida

$$\frac{3x - 8}{3x + 12}$$

$$3x + 12 = 0$$

$$3x = -12$$

$$x = \frac{-12}{3} = -4$$

$$\frac{12}{x^2 - 16}$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$(x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = 4 \quad \text{ó} \quad x = -4$$



Simplificación de Expresiones

- Ejemplo 1:
$$\frac{\cancel{18}x^{\cancel{2}}y^{\cancel{3}}}{\cancel{42}xy^{\cancel{3}}y^2} = \frac{3x}{7y^2}$$

- Ejemplo 2

$$\frac{8a + 16}{2} = \frac{\cancel{8}(a + 2)}{\cancel{2}} = \frac{4(a + 2)}{1} = 4(a + 2)$$

- Ejemplo 3

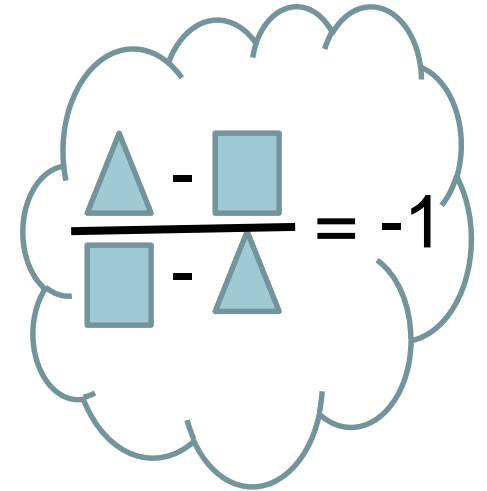
$$\frac{ab^8 - ab^5}{ab^6} = \frac{\cancel{a}b^5(b^3 - 1)}{\cancel{a}b^{\cancel{6}}_b} = \frac{b^3 - 1}{b}$$



Ejemplo - Simplificación

$$\frac{2x^2 - 18}{x^2 + x - 6} = \frac{2(x^2 - 9)}{(x - 2)(x + 3)} = \frac{2(x - 3)\cancel{(x + 3)}}{(x - 2)\cancel{(x + 3)}} = \frac{2(x - 3)}{(x - 2)}$$

$$\frac{x - 5}{5 - x} = \frac{-5 + x}{5 - x} = \frac{-1\cancel{(5 - x)}}{\cancel{(5 - x)}} = -1$$



Práctica: 7.2.2 Escritura de una Expresión Racional en su Forma más simple



Ejercicios de Simplificar

Simplifica.

$$12. \frac{9x^3}{12x^4}$$

$$13. \frac{16x^2y}{24xy^3}$$

$$14. \frac{(x+3)^2}{(x+3)^3}$$

$$15. \frac{(2x-1)^5}{(2x-1)^4}$$

$$16. \frac{3n-4}{4-3n}$$

$$17. \frac{5-2x}{2x-5}$$

$$18. \frac{6y(y+2)}{9y^2(y+2)}$$

$$19. \frac{12x^2(3-x)}{18x(3-x)}$$

$$20. \frac{6x(x-5)}{8x^2(5-x)}$$

$$21. \frac{14x^3(7-3x)}{21x(3x-7)}$$

$$22. \frac{a^2+4a}{ab+4b}$$

$$23. \frac{x^2-3x}{2x-6}$$

$$24. \frac{4-6x}{3x^2-2x}$$

$$25. \frac{5xy-3y}{9-15x}$$

$$26. \frac{y^2-3y+2}{y^2-4y+3}$$

$$27. \frac{x^2+5x+6}{x^2+8x+15}$$

$$28. \frac{x^2+3x-10}{x^2+2x-8}$$

$$29. \frac{a^2+7a-8}{a^2+6a-7}$$

$$30. \frac{x^2+x-12}{x^2-6x+9}$$

$$31. \frac{x^2+8x+16}{x^2-2x-24}$$

$$32. \frac{x^2-3x-10}{25-x^2}$$

$$33. \frac{4-y^2}{y^2-3y-10}$$

$$34. \frac{2x^3+2x^2-4x}{x^3+2x^2-3x}$$

Multiplicación de fracciones

- Ejemplos:

$$\frac{4x}{5} \times \frac{2x}{3y} = \frac{8x^2}{15y}$$

$$\frac{2x}{5y} \times 4z = \frac{8xz}{5y}$$

$$\frac{\cancel{4}x^2}{5} \times \frac{\cancel{1}y}{\cancel{12}y} = \frac{x^2}{15}$$

3 1

$$\frac{x^2 - 4}{8} \cdot \frac{12}{3x - 6}$$
$$= \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{8}^2} \cdot \frac{\cancel{12}^3}{\cancel{3(x-2)}} = \frac{x+2}{2}$$



División de fracciones

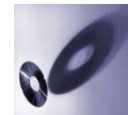
- Ejemplos:

$$\begin{aligned}(a-3) \div \frac{9-a^2}{4} &= (a-3) \times \frac{4}{9-a^2} \\ &= (\overset{-1}{\cancel{a-3}}) \times \frac{4}{(\cancel{3-a})(3+a)} = \frac{-4}{a+3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{x^2-4x-21}{1-x} \div \frac{x^2-9}{5x-5} &= \frac{x^2-4x-21}{1-x} \cdot \frac{5x-5}{x^2-9} \\ &= \frac{(x-7)(\cancel{x+3})}{\cancel{1-x}} \cdot \frac{5(\overset{-1}{\cancel{x-1}})}{(x-3)(\cancel{x+3})} = \frac{-5(x-7)}{(x-3)}\end{aligned}$$

Práctica: 7.3.1 Multiplicación de Expresiones Racionales – Ejemplo 1

Práctica: 7.3.2 Multiplicación de Expresiones Racionales – Ejemplo 5



Ejercicios de Multiplicar

$$43. \frac{18a^4b^2}{25x^2y^3} \cdot \frac{50x^5y^6}{27a^6b^2}$$

$$44. \frac{3x - 6}{5x - 20} \cdot \frac{10x - 40}{27x - 54}$$

$$45. \frac{8x - 12}{14x + 7} \cdot \frac{42x + 21}{32x - 48}$$

$$46. \frac{3x^2 + 2x}{3xy - 3y} \cdot \frac{3xy^3 - 3y^3}{3x^3 + 2x^2}$$

$$47. \frac{4a^2x - 3a^2}{2by + 5b} \cdot \frac{2b^3y + 5b^3}{4ax - 3a}$$

$$48. \frac{x^2 + 5x + 4}{x^3y^2} \cdot \frac{x^2y^3}{x^2 + 2x + 1}$$

$$49. \frac{x^2 + x - 2}{xy^2} \cdot \frac{x^3y}{x^2 + 5x + 6}$$

$$50. \frac{x^4y^2}{x^2 + 3x - 28} \cdot \frac{x^2 - 49}{xy^4}$$

$$51. \frac{x^5y^3}{x^2 + 13x + 30} \cdot \frac{x^2 + 2x - 3}{x^7y^2}$$

$$52. \frac{12x^2 - 6x}{x^2 + 6x + 5} \cdot \frac{2x^4 + 10x^3}{4x^2 - 1}$$

$$53. \frac{8x^3 + 4x^2}{x^2 - 3x + 2} \cdot \frac{x^2 - 4}{16x^2 + 8x}$$

$$54. \frac{x^2 - 2x - 24}{x^2 - 5x - 6} \cdot \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 6x + 8}$$

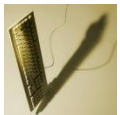
$$55. \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 3x - 4} \cdot \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 9x + 14}$$

$$56. \frac{x^2 + 2x - 35}{x^2 + 4x - 21} \cdot \frac{x^2 + 3x - 18}{x^2 + 9x + 18}$$

$$57. \frac{y^2 + y - 20}{y^2 + 2y - 15} \cdot \frac{y^2 + 4y - 21}{y^2 + 3y - 28}$$

$$58. \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 6x + 5} \cdot \frac{x^2 + 5x + 6}{8 + 2x - x^2}$$

$$59. \frac{25 - n^2}{n^2 - 2n - 35} \cdot \frac{n^2 - 8n - 20}{n^2 - 3n - 10}$$



Ejercicios de Dividir

$$72. \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2y} \div \frac{x^2 + 2x + 1}{xy^2}$$

$$73. \frac{x^3y^2}{x^2 - 3x - 10} \div \frac{xy^4}{x^2 - x - 20}$$

$$74. \frac{x^2 - 49}{x^4y^3} \div \frac{x^2 - 14x + 49}{x^4y^3}$$

$$75. \frac{x^2y^5}{x^2 - 11x + 30} \div \frac{xy^6}{x^2 - 7x + 10}$$

$$76. \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9x + 18} \div \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 9x + 20}$$

$$77. \frac{x^2 + 3x - 40}{x^2 + 2x - 35} \div \frac{x^2 + 2x - 48}{x^2 + 3x - 18}$$

$$78. \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 4x - 45} \div \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 5x - 36}$$

$$79. \frac{y^2 - y - 56}{y^2 + 8y + 7} \div \frac{y^2 - 13y + 40}{y^2 - 4y - 5}$$

$$80. \frac{8 + 2x - x^2}{x^2 + 7x + 10} \div \frac{x^2 - 11x + 28}{x^2 - x - 42}$$

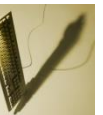
$$81. \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 7x + 10} \div \frac{x^2 - 3x - 4}{40 - 3x - x^2}$$

$$82. \frac{2x^2 - 3x - 20}{2x^2 - 7x - 30} \div \frac{2x^2 - 5x - 12}{4x^2 + 12x + 9}$$

$$83. \frac{6n^2 + 13n + 6}{4n^2 - 9} \div \frac{6n^2 + n - 2}{4n^2 - 1}$$

$$84. \frac{8x^2 + 18x - 5}{10x^2 - 9x + 2} \div \frac{8x^2 + 22x + 15}{10x^2 + 11x - 6}$$

$$85. \frac{10 + 7x - 12x^2}{8x^2 - 2x - 15} \div \frac{6x^2 - 13x + 5}{10x^2 - 13x + 4}$$



Adición y Sustracción de Fracciones

- Lleve a cabo la operación indicada:

$$\begin{aligned}\frac{5x+1}{x^2-9} + \frac{-4x+2}{x^2-9} \\ &= \frac{(5x+1) + (-4x+2)}{x^2-9} \\ &= \frac{x+3}{x^2-9} = \frac{\cancel{x+3}}{(x-3)\cancel{(x+3)}} \\ &= \frac{1}{x-3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{2x+3}{3x-6} - \frac{3-x}{3x-6} &= \frac{(2x+3) - (3-x)}{3x-6} \\ &= \frac{(2x+3) + (-3+x)}{3x-6} \\ &= \frac{3x}{3x-6} \\ &= \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}(x-2)} \\ &= \frac{x}{x-2}\end{aligned}$$

Práctica: 7.5.1 Suma de Expresiones Racionales con denominadores iguales – Ejemplo 1



Mínimo Común Denominador

- Ejemplos: Calcule el Mínimo Común Denominador

Observe que:

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{8} \text{ es } 40$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$MCD = 2^3 \cdot 5$$

$$= 40$$

$$\frac{1}{12y}, \frac{1}{8} \text{ es } 24y$$

$$12y = 2^2 \cdot 3 \cdot y$$

$$8 = 2^3$$

$$MCD = 2^3 \cdot 3 \cdot y$$

$$= 24y$$

$$\frac{1}{6x^2y}, \frac{1}{3x} \text{ es } 6x^2y$$

$$6x^2y = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y$$

$$3x = 3 \cdot x$$

$$MCD = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y$$

$$= 6x^2y$$

$$\frac{1}{(x-1)^2}, \frac{1}{3(x-1)} \text{ es } 3(x-1)^2$$

$$\frac{1}{(x-1)}, \frac{1}{(1-x)} \text{ es } -(x-1)$$



Ejercicios del MCM

Encuentra el mcm de las expresiones.

7. $8x^3y$
 $12xy^2$

8. $6ab^2$
 $18ab^3$

9. $10x^4y^2$
 $15x^3y$

10. $12a^2b$
 $18ab^3$

11. $8x^2$
 $4x^2 + 8x$

12. $6y^2$
 $4y + 12$

13. $2x^2y$
 $3x^2 + 12x$

14. $4xy^2$
 $6xy^2 + 12y^2$

15. $3x + 3$
 $2x^2 + 4x + 2$

16. $4x - 12$
 $2x^2 - 12x + 18$

17. $(x - 1)(x + 2)$
 $(x - 1)(x + 3)$

18. $(2x - 1)(x + 4)$
 $(2x + 1)(x + 4)$

19. $(2x + 3)^2$
 $(2x + 3)(x - 5)$

20. $(x - 7)(x + 2)$
 $(x - 7)^2$

21. $x - 1$
 $x - 2$
 $(x - 1)(x - 2)$

22. $(x + 4)(x - 3)$
 $x + 4$
 $x - 3$

23. $x^2 - x - 6$
 $x^2 + x - 12$

24. $x^2 + 3x - 10$
 $x^2 + 5x - 14$

25. $x^2 + 5x + 4$
 $x^2 - 3x - 28$

26. $x^2 - 10x + 21$
 $x^2 - 8x + 15$

27. $x^2 - 2x - 24$
 $x^2 - 36$

28. $x^2 + 7x + 10$
 $x^2 - 25$

29. $x^2 - 7x - 30$
 $x^2 - 5x - 24$

30. $2x^2 - 7x + 3$
 $2x^2 + x - 1$

31. $3x^2 - 11x + 6$
 $3x^2 + 4x - 4$

32. $2x^2 - 9x + 10$
 $2x^2 + x - 15$

33. $15 + 2x - x^2$
 $x - 5$
 $x + 3$

34. $5 + 4x - x^2$
 $x - 5$
 $x + 1$

Suma de Fracciones heterogéneas

$$(2) \frac{3}{6a^2} + \frac{5}{4a} \quad (3a)$$

MCD es $12a^2$

Paso 1: Determine el MCD

$$\frac{6}{12a^2} + \frac{15a}{12a^2}$$

Paso 2: Expresar cada fracción con el MCD como denominador

$$= \frac{6 + 15a}{12a^2}$$

Paso 3: Sume Numeradores

$$= \frac{\cancel{3}(2 + 5a)}{\cancel{12}a^2} = \frac{2 + 5a}{4a^2}$$

Paso 4: Simplifique



Ejemplo – Suma de Fracciones heterogéneas

$$(2) \quad \frac{3}{x(x-1)} + \frac{5(x-1)}{2x(x-1)} \quad \text{MCD es } 2x(x-1)$$

$$\frac{6}{2x(x-1)} + \frac{5(x-1)}{2x(x-1)} =$$

$$\frac{6}{2x(x-1)} + \frac{5x-5}{2x(x-1)} = \frac{5x+1}{2x(x-1)}$$



Ejercicios de ampliar fracciones

Escribe cada fracción en términos del mcd.

$$41. \frac{4}{x}; \frac{3}{x^2}$$

$$42. \frac{5}{ab^2}; \frac{6}{ab}$$

$$43. \frac{x}{3y^2}; \frac{z}{4y}$$

$$44. \frac{5y}{6x^2}; \frac{7}{9xy}$$

$$45. \frac{y}{x(x-3)}; \frac{6}{x^2}$$

$$46. \frac{a}{y^2}; \frac{6}{y(y+5)}$$

$$47. \frac{9}{(x-1)^2}; \frac{6}{x(x-1)}$$

$$48. \frac{a^2}{y(y+7)}; \frac{a}{(y+7)^2}$$

$$49. \frac{3}{x-3}; -\frac{5}{x(3-x)}$$

$$50. \frac{b}{y(y-4)}; \frac{b^2}{4-y}$$

$$51. \frac{3}{(x-5)^2}; \frac{2}{5-x}$$

$$52. \frac{3}{7-y}; \frac{2}{(y-7)^2}$$

$$53. \frac{3}{x^2+2x}; \frac{4}{x^2}$$

$$54. \frac{2}{y-3}; \frac{3}{y^3-3y^2}$$

$$55. \frac{x-2}{x+3}; \frac{x}{x-4}$$

$$56. \frac{x^2}{2x-1}; \frac{x+1}{x+4}$$

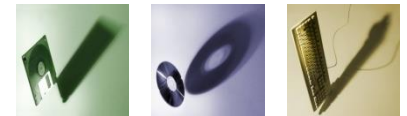
$$57. \frac{3}{x^2+x-2}; \frac{x}{x+2}$$

$$58. \frac{3x}{x-5}; \frac{4}{x^2-25}$$

Ejemplo: Resta de Fracciones Heterogeneas

- Realice la operación indicada:

$$\begin{aligned} \frac{5x}{x^2 - 9x + 8} - \frac{3(x+2)}{x^2 - 6x - 16} &= \frac{5x}{(x-1)(x-8)} - \frac{3(x+2)}{(x+2)(x-8)} \\ & \text{MCD es } (x-1)(x+2)(x-8) \\ &= \frac{5x(x+2)}{(x-1)(x+2)(x-8)} - \frac{3(x+2)(x-1)}{(x-1) \cdot (x+2)(x-8)} \\ &= \frac{(5x^2 + 10x) - (3x^2 + 3x - 6)}{(x+2)(x-1)(x-8)} \\ &= \frac{(5x^2 + 10x) + (-3x^2 - 3x + 6)}{(x+2)(x-1)(x-8)} \\ &= \frac{2x^2 + 7x + 6}{(x+2)(x-1)(x-8)} = \frac{(2x+3)\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}(x-1)(x-8)} = \frac{(2x+3)}{(x-1)(x-8)} \end{aligned}$$



Ejercicios de Suma y Resta

Suma o resta.

$$7. \frac{3}{v^2} + \frac{8}{v^2}$$

$$8. \frac{6}{ab} - \frac{2}{ab}$$

$$9. \frac{3}{x+4} - \frac{10}{x+4}$$

$$10. \frac{x}{x+6} - \frac{2}{x+6}$$

$$11. \frac{3x}{2x+3} + \frac{5x}{2x+3}$$

$$12. \frac{6y}{4y+1} - \frac{11y}{4y+1}$$

$$13. \frac{2x+1}{x-3} + \frac{3x+6}{x-3}$$

$$14. \frac{4x+3}{2x-7} + \frac{3x-8}{2x-7}$$

$$15. \frac{5x-1}{x+9} - \frac{3x+4}{x+9}$$

$$16. \frac{6x-5}{x-10} - \frac{3x-4}{x-10}$$

$$17. \frac{x-7}{2x+7} - \frac{4x-3}{2x+7}$$

$$18. \frac{2n}{3n+4} - \frac{5n-3}{3n+4}$$

$$19. \frac{x}{x^2+2x-15} - \frac{3}{x^2+2x-15}$$

$$20. \frac{3x}{x^2+3x-10} - \frac{6}{x^2+3x-10}$$

$$21. \frac{2x+3}{x^2-x-30} - \frac{x-2}{x^2-x-30}$$

$$22. \frac{3x-1}{x^2+5x-6} - \frac{2x-7}{x^2+5x-6}$$

$$23. \frac{4y+7}{2y^2+7y-4} - \frac{y-5}{2y^2+7y-4}$$

$$24. \frac{x+1}{2x^2-5x-12} + \frac{x+2}{2x^2-5x-12}$$