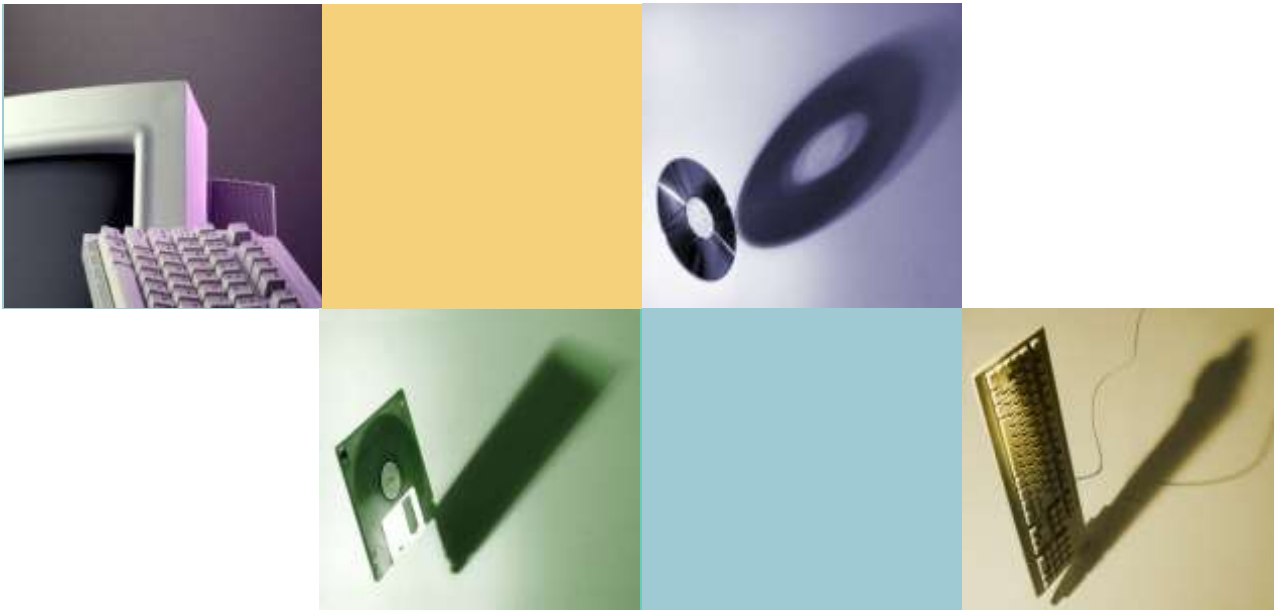


Lección 7



Radicales – Simplificación; Multiplicación y División

Raíz cuadrada

- Sea a un número **positivo ó 0**. Entonces, la “raíz cuadrada de a ” representado por \sqrt{a} es un número tal que:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$$

- De manera que:

$$\sqrt{4} = 2 \quad \sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{36} = 6 \quad \sqrt{3} \dots$$

Número irracional

Aprox 1.73

- Si a es el **cuadrado** de un racional **positivo ó 0** (cuadrado perfecto), \sqrt{a} es un número racional.

Aprox 11.27

- Cuadrados perfectos:

0 1 4 9 16 25 36 49 64 81 100 121 144

$$\sqrt{81} = 9 \quad \sqrt{625} = 25 \quad \sqrt{127} \dots$$

Número irracional

`[2nd][x2]625[enter]` `[2nd][x2]127[enter]`



Simplificando Radicales

- Simplifique las siguientes raíces cuadradas:

$$\sqrt{40} = \sqrt{4 \cdot 10} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{10} = 2\sqrt{10}$$

- La TI30XS Multiview simplifica raíces cuadradas ...[2nd][x²]40 [enter]

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

Simplifique las siguientes expresiones con raíces cuadradas

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{x^3} = \sqrt{x^2 \cdot x}$$

$$\sqrt{18x^7} = \sqrt{9x^6 \cdot 2x}$$

$$\sqrt{x^4} = x^2$$

$$= \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x}$$

$$= \sqrt{9x^6} \cdot \sqrt{2x}$$

$$\sqrt{x^6} = x^3$$

$$= x\sqrt{x}$$

$$= 3x^3\sqrt{2x}$$



Ejercicios – Simplificar raíz cuadrada

Simplifica.

15. $\sqrt{16}$ 16. $\sqrt{64}$ 17. $\sqrt{49}$ 18. $\sqrt{144}$ 19. $\sqrt{32}$ 20. $\sqrt{50}$
21. $\sqrt{8}$ 22. $\sqrt{12}$ 23. $-6\sqrt{18}$ 24. $-3\sqrt{48}$ 25. $5\sqrt{40}$ 26. $2\sqrt{28}$
27. $\sqrt{15}$ 28. $\sqrt{21}$ 29. $\sqrt{29}$ 30. $\sqrt{13}$ 31. $-9\sqrt{72}$ 32. $-11\sqrt{80}$
33. $\sqrt{45}$ 34. $\sqrt{0}$ 35. $6\sqrt{128}$ 36. $9\sqrt{288}$ 37. $\sqrt{300}$ 38. $5\sqrt{180}$
39. $7\sqrt{98}$ 40. $\sqrt{250}$ 41. $\sqrt{120}$ 42. $\sqrt{96}$ 43. $\sqrt{160}$ 44. $\sqrt{444}$

Encuentra la aproximación decimal a la milésima más cercana.

47. $\sqrt{240}$ 48. $\sqrt{300}$ 49. $\sqrt{288}$ 50. $\sqrt{600}$
51. $\sqrt{245}$ 52. $\sqrt{525}$ 53. $\sqrt{352}$ 54. $\sqrt{363}$



Ejercicios – Simplificar expresiones con raíz cuadrada

Simplifica.

59. $\sqrt{x^6}$

60. $\sqrt{x^{12}}$

61. $\sqrt{y^{15}}$

62. $\sqrt{y^{11}}$

63. $\sqrt{a^{20}}$

64. $\sqrt{a^{16}}$

65. $\sqrt{x^4 y^4}$

66. $\sqrt{x^{12} y^8}$

67. $\sqrt{4x^4}$

68. $\sqrt{25y^8}$

69. $\sqrt{24x^2}$

70. $\sqrt{18y^4}$

71. $\sqrt{x^3 y^7}$

72. $\sqrt{a^{15} b^5}$

73. $\sqrt{a^3 b^{11}}$

74. $\sqrt{x^9 y^7}$

75. $\sqrt{60x^5}$

76. $\sqrt{72y^7}$

77. $\sqrt{49a^4 b^8}$

78. $\sqrt{144x^2 y^8}$

79. $\sqrt{18x^5 y^7}$

80. $\sqrt{32a^5 b^{15}}$

81. $\sqrt{40x^{11} y^7}$

82. $\sqrt{72x^9 y^3}$

83. $\sqrt{80a^9 b^{10}}$

84. $\sqrt{96a^5 b^7}$

85. $-2\sqrt{16a^2 b^3}$

86. $-5\sqrt{25a^4 b^7}$

87. $x\sqrt{x^4 y^2}$

88. $y\sqrt{x^3 y^6}$

89. $-4\sqrt{20a^4 b^7}$

90. $-5\sqrt{12a^3 b^4}$



Raíz cúbica

- Sea a un número. Entonces, la “raíz cúbica de a ” representado por $\sqrt[3]{a}$ es un número tal que:

$$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = a$$

- De manera que:

$$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \sqrt[3]{-8} = -2 \quad \sqrt[3]{27} = 3 \quad \sqrt[3]{36} \dots$$

Número irracional

Aprox 3.3

- Si a es la potencia cúbica de un racional (cubo perfecto), $\sqrt[3]{a}$ es un número racional.

- Cubos perfectos:

$$0 \quad 1 \quad 8 \quad 27 \quad 64 \quad 125 \quad -1 \quad -8 \quad -27 \quad -64 \quad -125$$

$$\sqrt[3]{-64} = -4 \quad \sqrt[3]{729} = 9$$

$$\sqrt[3]{-127} \dots$$

Aprox -5.03

Número irracional

$$3[2nd][^]729[enter]$$

$$3[2nd][^]-127[enter]$$



Regla del Producto de Radicales

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

- Multiplique

$$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{15}$$

$$\sqrt[5]{9} \cdot \sqrt[5]{x} = \sqrt[5]{9x}$$

$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{16} = 2$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

versión simplificada

`[2nd][x2]18 [enter]`



Ejemplo

- Simplifique

$$\sqrt[3]{x^3} = x$$

$$\sqrt[3]{x^6} = x^2$$

$$\sqrt[3]{x^9} = x^3$$

$$\sqrt[3]{64x^7} = \sqrt[3]{64x^6} \cdot \sqrt[3]{x}$$

$$= 4x^2 \sqrt[3]{x}$$

$$\sqrt{16x^6y} \cdot \sqrt{500y^2}$$

$$= \sqrt{16 \cdot x^6} \cdot \sqrt{y} \cdot \sqrt{100 \cdot y^2} \cdot \sqrt{5}$$

$$= 4 \cdot x^3 \cdot \sqrt{y} \cdot 10 \cdot y \cdot \sqrt{5}$$

$$= 40x^3y\sqrt{5y}$$



Ejercicios de Multiplicación con Raíz Cuadrada

Simplifica.

11. $\sqrt{5} \sqrt{5}$

12. $\sqrt{11} \sqrt{11}$

13. $\sqrt{3} \sqrt{12}$

14. $\sqrt{2} \sqrt{8}$

15. $(\sqrt{7y})^2$

16. $(\sqrt{11b})^2$

17. $\sqrt{xy^3} \sqrt{x^5y}$

18. $\sqrt{a^3b^5} \sqrt{ab^5}$

19. $\sqrt{3a^2b^5} \sqrt{6ab^7}$

20. $\sqrt{5x^3y} \sqrt{10x^2y}$

21. $\sqrt{6a^3b^2} \sqrt{24a^5b}$

22. $\sqrt{8ab^5} \sqrt{12a^7b}$

23. $\sqrt{2ac} \sqrt{5ab} \sqrt{10cb}$

24. $\sqrt{3xy} \sqrt{6x^3y} \sqrt{2y^2}$

25. $\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

26. $3(\sqrt{12} - \sqrt{3})$

27. $\sqrt{8}(\sqrt{2} - \sqrt{5})$

28. $\sqrt{10}(\sqrt{20} - \sqrt{a})$

29. $\sqrt{5}(\sqrt{10} - \sqrt{x})$

30. $\sqrt{6}(\sqrt{y} - \sqrt{18})$

31. $\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})$

32. $\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})$

33. $\sqrt{3a}(\sqrt{3a} - \sqrt{3b})$

34. $\sqrt{5x}(\sqrt{10x} - \sqrt{x})$

35. $(\sqrt{x} - 3)^2$

36. $(2\sqrt{a} - y)^2$

37. $(\sqrt{5} + 3)(\sqrt{5} + 7)$

38. $(4\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)$

39. $(2\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} - 2)$

40. $(\sqrt{y} - 3)(3\sqrt{y} + 2)$

41. $(3\sqrt{x} - 2y)(5\sqrt{x} - 4y)$

42. $(5\sqrt{x} + 2\sqrt{y})(3\sqrt{x} - \sqrt{y})$

43. $(\sqrt{2} - \sqrt{y})(\sqrt{2} + \sqrt{y})$

44. $(\sqrt{3x} + 4)(\sqrt{3x} - 4)$

45. $(5 + \sqrt{6})(5 - \sqrt{6})$

46. $(7 - \sqrt{11})(7 + \sqrt{11})$

47. $(2\sqrt{x} + \sqrt{y})(5\sqrt{x} + 4\sqrt{y})$



Regla del Cociente de Radicales

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

- Divida

$$\frac{\sqrt[3]{30}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{6}$$

$$\frac{\sqrt{3a^2b}}{\sqrt{27b^3}} = \sqrt{\frac{3a^2b}{27b^3}} = \sqrt{\frac{a^2}{9b^2}} = \frac{a}{3b}$$

$$\sqrt{\frac{25}{7}} \cdot \sqrt{\frac{3}{35}} = \sqrt{\frac{\cancel{25} \cdot 3}{7 \cdot \cancel{35}}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 7}} = \frac{1}{7} \sqrt{15} = \frac{\sqrt{15}}{7}$$



Racionalizando Denominadores

- **Racionalizando los denominadores** de una expresión significa escribiéndola de una manera equivalente SIN radicales en el denominador.
- Ejemplo:

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot 1$$

$$= \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{4}} = \frac{2}{\sqrt[3]{4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{16}}$$

$$= \frac{2\sqrt[3]{16}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{16}}{2}$$

Práctica: 8.4.1 Racionalización de Denominadores con un término



Ejemplo

- Racionalice el denominador y simplifique:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{16x}{7}} &= \frac{\sqrt{16x}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{4\sqrt{x} \sqrt{7}}{\sqrt{7} \sqrt{7}} \\ &= \frac{4\sqrt{7x}}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{3}{2\sqrt{18x^5}} &= \frac{3}{2\sqrt{9x^4 \cdot 2x}} \\ &= \frac{3}{2 \cdot 3x^2 \sqrt{2x}} \\ &= \frac{1}{6x^2 \sqrt{2x}} \cdot \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} \\ &= \frac{\sqrt{2x}}{6x^2 \cdot 2x} \\ &= \frac{\sqrt{2x}}{12x^3}\end{aligned}$$



Ejercicios de División con Raíz Cuadrada

Simplifica.

$$55. \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$$

$$56. \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}$$

$$57. \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$$

$$58. \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$$

$$83. \frac{1}{\sqrt{2} - 3}$$

$$59. \frac{\sqrt{27a}}{\sqrt{3a}}$$

$$60. \frac{\sqrt{72x^5}}{\sqrt{2x}}$$

$$61. \frac{\sqrt{15x^3y}}{\sqrt{3xy}}$$

$$62. \frac{\sqrt{40x^5y^2}}{\sqrt{5xy}}$$

$$86. \frac{7}{\sqrt{2} - 7}$$

$$63. \frac{\sqrt{2a^5b^4}}{\sqrt{98ab^4}}$$

$$64. \frac{\sqrt{48x^5y^2}}{\sqrt{3x^3y}}$$

$$65. \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$66. \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$84. \frac{5}{\sqrt{7} - 3}$$

$$67. \frac{15}{\sqrt{75}}$$

$$68. \frac{6}{\sqrt{72}}$$

$$69. \frac{3}{\sqrt{x}}$$

$$70. \frac{4}{\sqrt{2x}}$$

$$87. \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$71. \frac{6}{\sqrt{12x}}$$

$$72. \frac{14}{\sqrt{7y}}$$

$$73. \frac{8}{\sqrt{32x}}$$

$$74. \frac{15}{\sqrt{50x}}$$

$$85. \frac{3}{5 + \sqrt{5}}$$

$$75. \frac{\sqrt{4x^2}}{\sqrt{9y}}$$

$$76. \frac{\sqrt{16a}}{\sqrt{49ab}}$$

$$77. \frac{5\sqrt{8}}{4\sqrt{50}}$$

$$78. \frac{5\sqrt{18}}{9\sqrt{27}}$$

$$88. \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$79. \frac{\sqrt{12a^3b}}{\sqrt{24a^2b^2}}$$

$$80. \frac{\sqrt{3xy}}{\sqrt{27x^3y^2}}$$

$$81. \frac{\sqrt{9xy^2}}{\sqrt{27x}}$$

$$82. \frac{\sqrt{4x^2y}}{\sqrt{3xy^3}}$$

