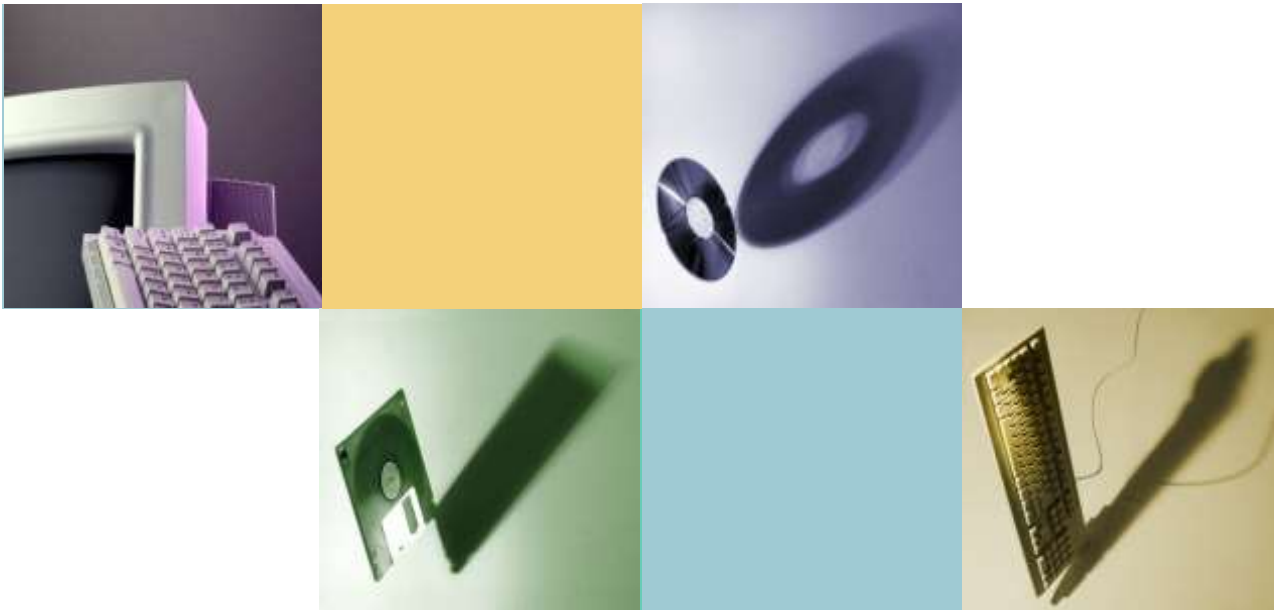


# Lección 9



## Ecuaciones Cuadráticas

# La Ecuación Cuadrática

- Si  $a$ ,  $b$ ,  $c$  son números reales.  $a$  es distinto de 0, una **ecuación cuadrática** es una ecuación con una variable que se puede expresar de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

“Término cuadrático”    “Término lineal”    “Término constante”

“Forma estándar”

- Ejemplos:

$$2x^2 - x + 6 = 0$$

$$-x^2 + 5x = 0$$

$$8x^2 - 16 = 0$$

$$x = -6x^2 + 1$$



“Forma estándar” de escribir la ecuación:

$$6x^2 + x - 1 = 0$$



# Ejercicios del Texto

Para la ecuación cuadrática dada, encuentra los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

5.  $3x^2 - 4x + 1 = 0$     6.  $x^2 + 2x - 5 = 0$     7.  $2x^2 - 5 = 0$

8.  $4x^2 + 1 = 0$     9.  $6x^2 - 3x = 0$     10.  $-x^2 + 7x = 0$

Escribe en forma general la ecuación cuadrática.

11.  $x^2 - 8 = 3x$     12.  $2x^2 = 4x - 1$     13.  $x^2 = 16$

14.  $x + 5 = x(x - 3)$     15.  $2(x + 3)^2 = 5$     16.  $4(x - 1)^2 = 3$



# Propiedad del Cero

- Si  $a$ ,  $b$  son dos números reales:

$$a \cdot b = 0 \iff a = 0 \text{ ó } b = 0$$

$$x(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ ó } x + 2 = 0$$
$$x = -2$$

$$x^2 - 9x = 0$$

$$x(x - 9) = 0$$

$$x = 0 \text{ ó } x - 9 = 0$$
$$x = 9$$

$$x(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ ó } x + 4 = 0 \text{ ó } x - 3 = 0$$
$$x = -4 \text{ ó } x = 3$$

$$3x^2 - 12 = 0$$

$$3(x^2 - 4) = 0$$

$$3(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ ó } x + 2 = 0$$
$$x = 2 \text{ ó } x = -2$$



# Ejercicios – Propiedad del 0

Resuelve para  $x$ .

$$23. (x + 3)(x - 5) = 0$$

$$24. (x - 9)(x + 11) = 0$$

$$25. x(x - 7) = 0$$

$$26. x(x + 10) = 0$$

$$27. (2x + 5)(3x - 1) = 0$$

$$28. (2x - 7)(3x + 4) = 0$$



# Resolución de ecuaciones $ax^2 + bx + c = 0$

- Técnica: Factorización.

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad x - 2 = 0$$

$$x = 4 \quad x = 2$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$(x - 4)(x + 5) = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad x + 5 = 0$$

$$x = 4 \quad x = -5$$



# Ejercicios – Factorización

Resuelve por factorización.

29.  $x^2 + 2x - 15 = 0$

30.  $t^2 + 3t - 10 = 0$

31.  $z^2 - 4z + 3 = 0$

32.  $s^2 - 5s + 4 = 0$

33.  $p^2 + 3p + 2 = 0$

34.  $v^2 + 6v + 5 = 0$

35.  $x^2 - 6x + 9 = 0$

36.  $y^2 - 8y + 16 = 0$

37.  $6x^2 - 9x = 0$

38.  $12y^2 + 8y = 0$

39.  $r^2 - 10 = 3r$

40.  $t^2 - 12 = 4t$

41.  $3v^2 - 5v + 2 = 0$

42.  $2p^2 - 3p - 2 = 0$

43.  $3s^2 + 8s = 3$

44.  $3x^2 + 5x = 12$

45.  $6r^2 = 12 - r$

46.  $4t^2 = 4t + 3$

47.  $5y^2 + 11y = 12$

48.  $4v^2 - 4v + 1 = 0$

49.  $9s^2 - 6s + 1 = 0$

50.  $x^2 - 9 = 0$

51.  $t^2 - 16 = 0$

52.  $4y^2 - 1 = 0$



# Propiedad de la Raíz Cuadrada

- Si  $x, a$  son dos números reales tal que  $a$  es positivo:

$$x^2 = a \quad \longleftrightarrow \quad x = \sqrt{a} \quad \text{ó} \quad x = -\sqrt{a}$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25} = 5 \quad \text{ó}$$

$$x = -\sqrt{25} = -5$$

$$3x^2 = 27$$

$$\frac{3x^2}{3} = \frac{27}{3}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} = 3 \quad \text{ó}$$

$$x = -\sqrt{9} = -3$$





# Mas ejemplos

- Resuelva:

$$(2y + 5)^2 = 8$$

$$2y + 5 = \sqrt{8}$$

$$2y + 5 = -\sqrt{8}$$

$$2y + 5 = 2\sqrt{2}$$

$$2y + 5 = -2\sqrt{2}$$

$$2y = -5 + 2\sqrt{2}$$

$$2y = -5 - 2\sqrt{2}$$

$$y = \frac{-5 + 2\sqrt{2}}{2}$$

$$y = \frac{-5 - 2\sqrt{2}}{2}$$

$$y = \frac{-5 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$



# Ejercicios – Propiedad de la Raíz Cuadrada

Resuelve por raíces.

69.  $x^2 = 36$

70.  $y^2 = 49$

71.  $v^2 - 1 = 0$

72.  $z^2 - 64 = 0$

73.  $4x^2 - 49 = 0$

74.  $9w^2 - 64 = 0$

75.  $9y^2 = 4$

76.  $4z^2 = 25$

77.  $16v^2 - 9 = 0$

78.  $25x^2 - 64 = 0$

79.  $y^2 - 12 = 0$

80.  $z^2 - 32 = 0$

81.  $w^2 - 24 = 0$

82.  $v^2 - 48 = 0$

83.  $(x - 1)^2 = 36$

84.  $(y + 2)^2 = 49$

85.  $2(x + 5)^2 = 8$

86.  $4(z - 3)^2 = 100$

87.  $2(x + 1)^2 = 50$

88.  $3(x - 4)^2 = 27$

89.  $4(x + 5)^2 = 64$

90.  $9(x - 3)^2 = 81$

91.  $12(x + 3)^2 = 27$

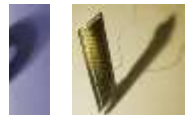
92.  $8(x - 4)^2 = 50$

93.  $9(x - 1)^2 - 16 = 0$

94.  $4(y + 3)^2 - 81 = 0$

95.  $(x - 4)^2 - 20 = 0$

96.  $(y + 5)^2 - 50 = 0$



# Fórmula cuadrática

- Sea  $ax^2 + bx + c = 0$  entonces,

$$x = \frac{[-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}]}{2a}$$

- Si  $b^2 - 4ac > 0$ , la ecuación tiene **2** soluciones reales.
  - Si  $b^2 - 4ac = 0$ , la ecuación sólo tiene **1** solución real
  - Si  $b^2 - 4ac < 0$ , la ecuación **NO** tiene solución real
- 
- Ejemplo: Identifique el tipo de solución de  $-x^2 + 3x - 4 = 0$

$$a = -1$$

$$b = 3$$

$$c = -4$$

$$b^2 - 4ac =$$

$$(3)^2 - 4(-1)(-4) =$$

$$9 - 16 = -7$$

*No tiene solución real*



# Ejemplo

- Resuelva  $2x^2 - 3x + 1 = 0$
- Entonces,
  - Paso 1: Identifique coeficientes
$$a = 2, b = -3, c = 1$$
  - Paso 2: Reemplace los valores en la fórmula

$$x = \frac{[-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}]}{2a}$$

$$x = \frac{[-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(1)}]}{2(2)}$$



# Ejemplo (cont.)

- Simplifique ...

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(1)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{[3 \pm \sqrt{9-8}]}{4}$$

$$x = \frac{[3 \pm 1]}{4}$$

$$x = \frac{3+1}{4} = 1$$

$$x = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$$

Soluciones: 1, 1/2



# Ejercicio #3

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Resuelva la ecuación:  $x^2 - 4x - 8 = 0$ . Luego, aproxíme las soluciones a la centésima más cercana.

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{[4 \pm \sqrt{16 + 32}]}{2}$$

$$x = \frac{[4 \pm \sqrt{48}]}{2}$$

$$x = \frac{[4 \pm 4\sqrt{3}]}{2}$$

$$x = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

$$x = 2 + 2\sqrt{3} \approx 5.464101615 \approx 5.46$$

$$x = 2 - 2\sqrt{3} \approx -1.464101615 \approx -1.46$$



# Ejercicios – Fórmula Cuadrática

Resuelve utilizando la fórmula cuadrática.

11.  $z^2 + 6z - 7 = 0$    12.  $s^2 + 3s - 10 = 0$    13.  $w^2 = 3w + 18$    14.  $r^2 = 5 - 4r$

15.  $t^2 - 2t = 5$    16.  $y^2 - 4y = 6$    17.  $t^2 + 6t - 1 = 0$    18.  $z^2 + 4z + 1 = 0$

19.  $w^2 + 3w - 5 = 0$    20.  $x^2 - 3x - 6 = 0$    21.  $w^2 = 4w + 9$    22.  $y^2 = 8y + 3$

Resuelve. Primero intenta resolver la ecuación por factorización. Si no puedes, hazlo utilizando la fórmula cuadrática.

23.  $p^2 - p = 0$    24.  $2v^2 + v = 0$    25.  $4t^2 - 4t - 1 = 0$

26.  $4x^2 - 8x - 1 = 0$    27.  $4t^2 - 9 = 0$    28.  $4s^2 - 25 = 0$

29.  $3x^2 - 6x + 2 = 0$    30.  $5x^2 - 6x = 3$    31.  $3t^2 = 2t + 3$

32.  $4n^2 = 7n - 2$    33.  $2y^2 + 3 = 8y$    34.  $5x^2 - 1 = x$

# Ejercicios Fórmula Cuadrática ...

35.  $3t^2 = 7t + 6$

36.  $3x^2 = 10x + 8$

37.  $3y^2 - 4 = 5y$

38.  $6x^2 - 5 = 3x$

39.  $3x^2 = x + 3$

40.  $2n^2 = 7 - 3n$

41.  $5d^2 - 2d - 8 = 0$

42.  $x^2 - 7x - 10 = 0$

43.  $5z^2 + 11z = 12$

44.  $4v^2 = v + 3$

45.  $v^2 + 6v + 1 = 0$

46.  $s^2 + 4s - 8 = 0$

47.  $4t^2 - 12t - 15 = 0$

48.  $4w^2 - 20w + 5 = 0$

49.  $9y^2 + 6y - 1 = 0$

50.  $9s^2 - 6s - 2 = 0$

51.  $6s^2 - s - 2 = 0$

52.  $6y^2 + 5y - 4 = 0$