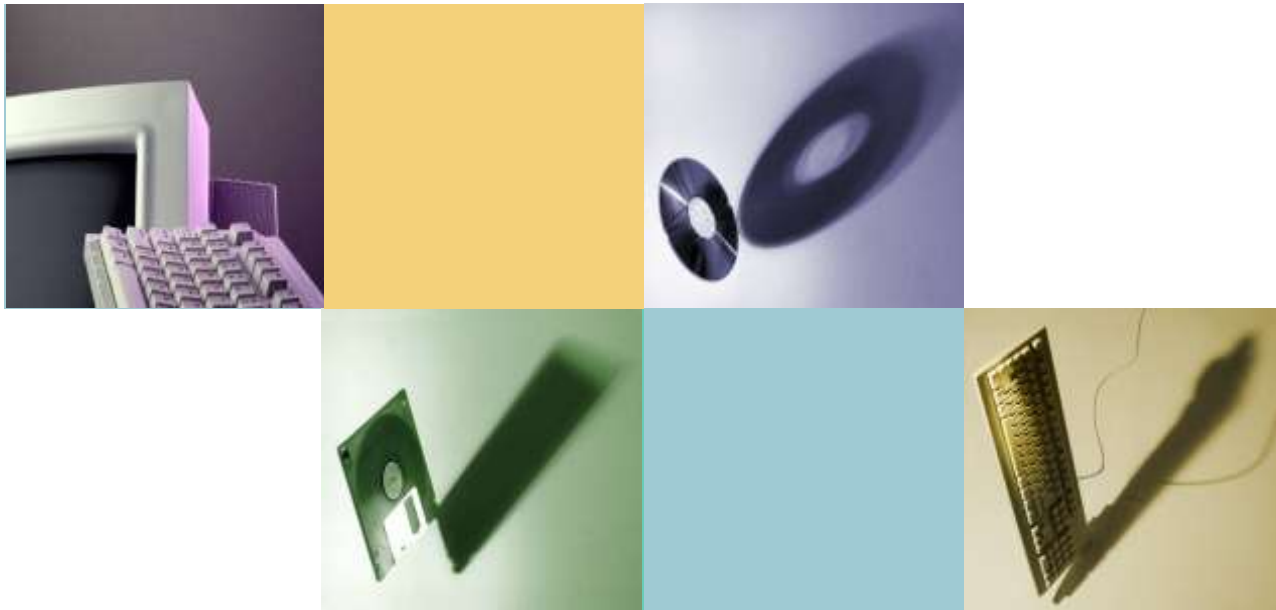


MATE3012 – Lección 1



Funciones Exponenciales

Actividades 1.1

- **Texto:** Capítulo 6 - Sección 6.2 Funciones exponenciales; Sección 6.1 – Interés compuesto y temas relacionados.
- **Ejercicios de Práctica:** Páginas 236, 237; problemas 5 – 9; Use GRAPH par las gráficas de 13 – 19; Páginas 229 problemas 1 – 19;
- **Asignación 1.1:** Páginas 236, 237, Use GRAPH para problema 24; resuelva problemas 36 y 37. Página 229, problema 20
- **Referencias del Web:**
 - Purple Math: [Exponential Functions: Introduction](#)
 - College Algebra Tutorial: [Exponential Functions](#)
 - (Video You tube) [Interés Simple y Compuesto](#) – Henry Vanegas Mejia



Definición de una Función Exponencial

- Una **función exponencial con base a** es una función de la forma:

$$f(x) = a^x$$

- donde a es un número real positivo ($a > 0$) distinto de 1.
- El dominio de f es el conjunto de los números reales.



Gráficas de la Función Exponencial

- La gráfica de $f(x) = a^x$ depende de valor de a :

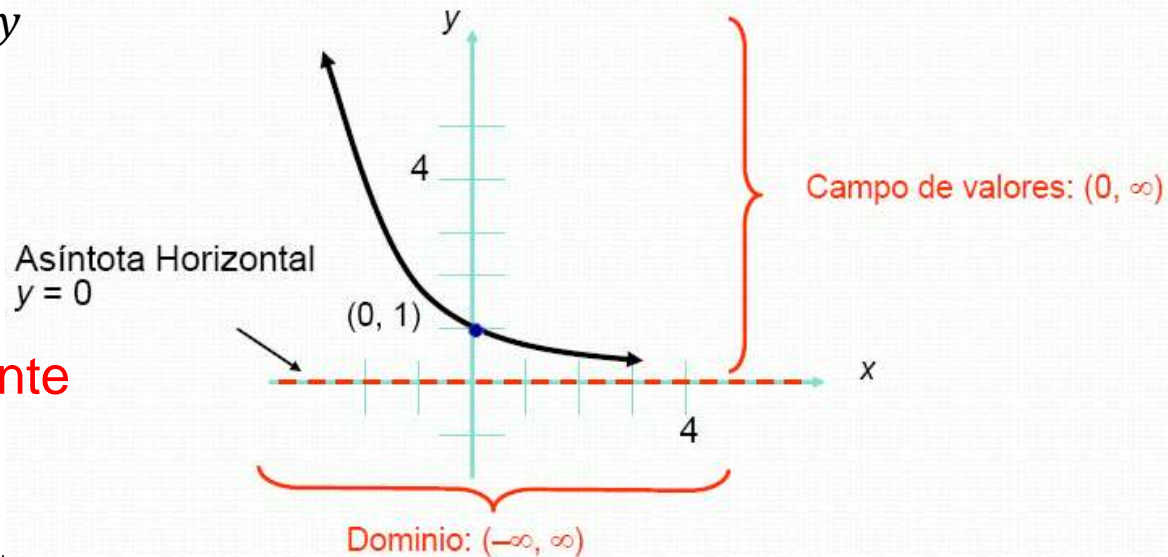
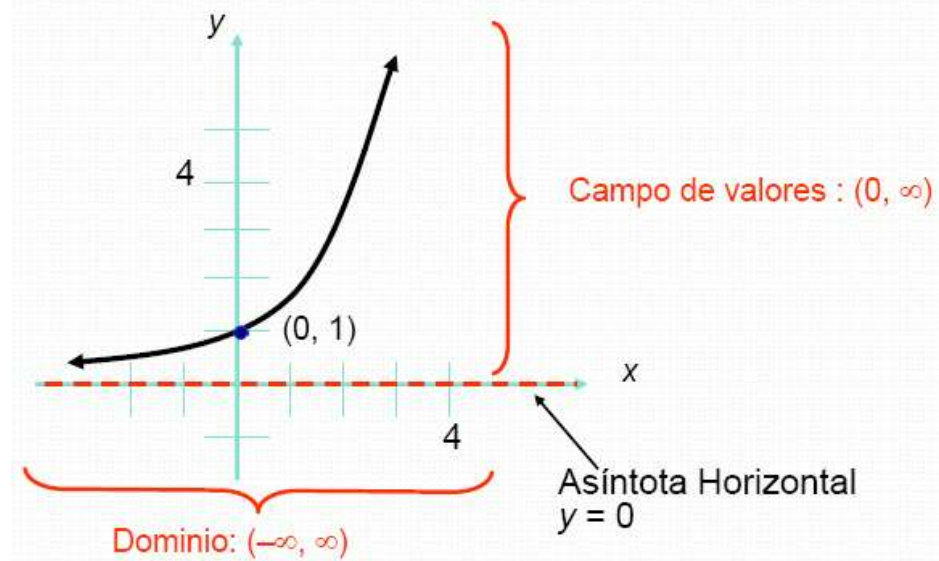
$$a > 1$$

- No tiene interceptos en x
- El intercepto en y : $(0,1)$
- Función **creciente**
- Función Uno a Uno

$$a^x = a^y \longrightarrow x = y$$

$$0 < a < 1$$

- Función **decreciente**



Ejemplo 1

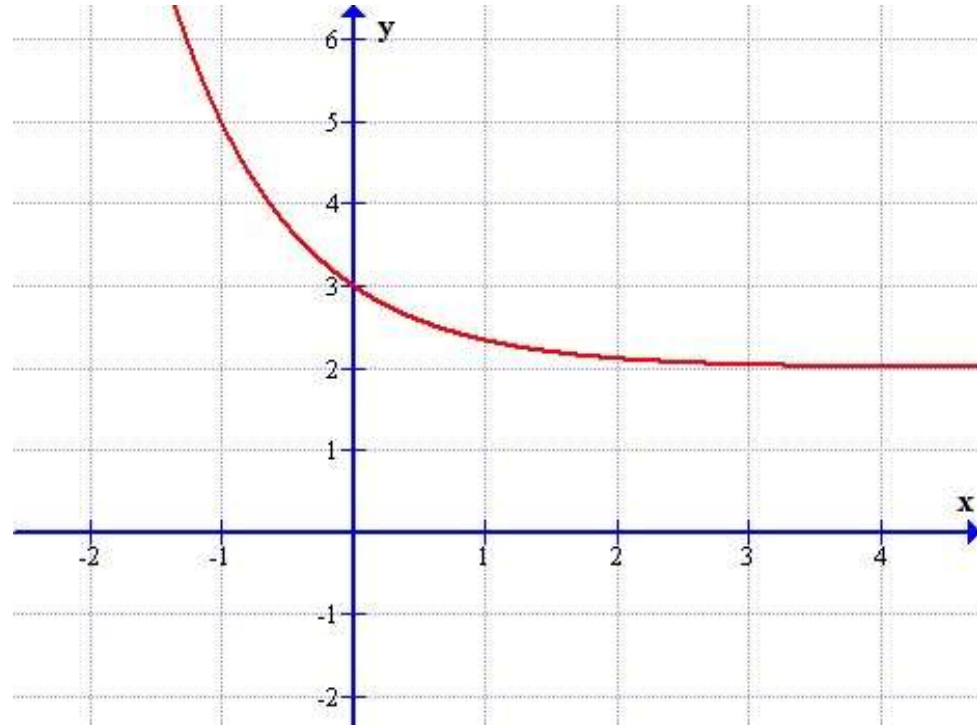
- Cuál de las siguientes funciones mejor representa la gráfica a la derecha

a) $f(x) = 3^x$

b) $f(x) = (1/3)^x - 3$

c) $f(x) = (1/3)^x + 2$

d) $f(x) = 3^x + 3$



Alternativa **c** $f(x) = (1/3)^x + 2$

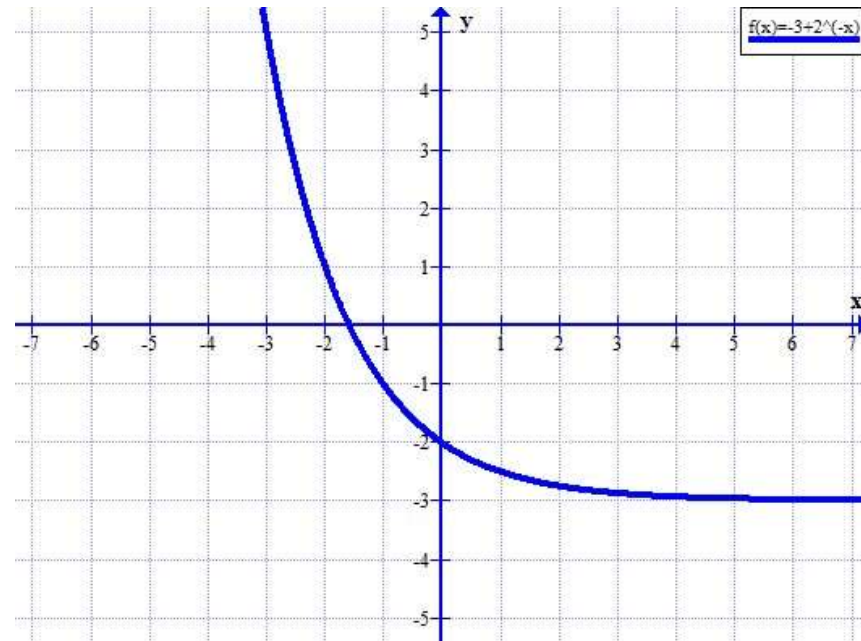
¿Cuál es su asíntota horizontal? $y = 2$



Ejemplo 2

- ¿Cuál es el dominio y rango de la función: $f(x) = -3 + 2^{-x}$?
- Solución:

$$\begin{aligned}f(x) &= -3 + 2^{-x} \\ &= -3 + \left(\frac{1}{2}\right)^x \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3\end{aligned}$$



El **dominio** es el conjunto de todos los números reales: $(-\infty, \infty)$.

Como $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ es siempre un valor positivo,
 $\left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$ será siempre un valor mayor que
3. Por tanto, el **rango** es: $(-3, \infty)$.



Cálculo de potencias con TI30XS

Multiview

- Calcule:

$$3^5 \quad 3 \text{ [^] } 5 \text{ [enter]} \quad 243$$

847,288,609,400

$$3^{25} \quad 3 \text{ [^] } 25 \text{ [enter]} \quad 8.472886094 * 10^{11}$$

$$3^{-5} \quad 3 \text{ [^] } -5 \text{ [enter]} \quad \frac{1}{243} \rightarrow 0.004115226$$

[2nd] [× 10ⁿ] [enter]

$$3^{1.25} \quad 3 \text{ [^] } 1.25 \text{ [enter]} \quad 3.948222039$$

$$3^\pi \quad 3 \text{ [^] } [\pi] \text{ [enter]} \quad 31.5442807$$

$$3^{\sqrt{2}} \quad 3 \text{ [^] } [2nd] [x^2] \text{ [enter]} \quad 4.728804388$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2.1} \quad [() 1 \left[\frac{n}{d} \right] 3 \text{ [→] } ()] \text{ [^] } [(-)] 2.1 \text{ [enter]} \quad 10.04510857$$



El Número e

Está definido como el número de la expresión:

$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ se acerca mientras $n \rightarrow \infty$.

$$e \approx 2.718281827$$

Una **función exponencial natural** es la función:

$$f(x) = e^x$$



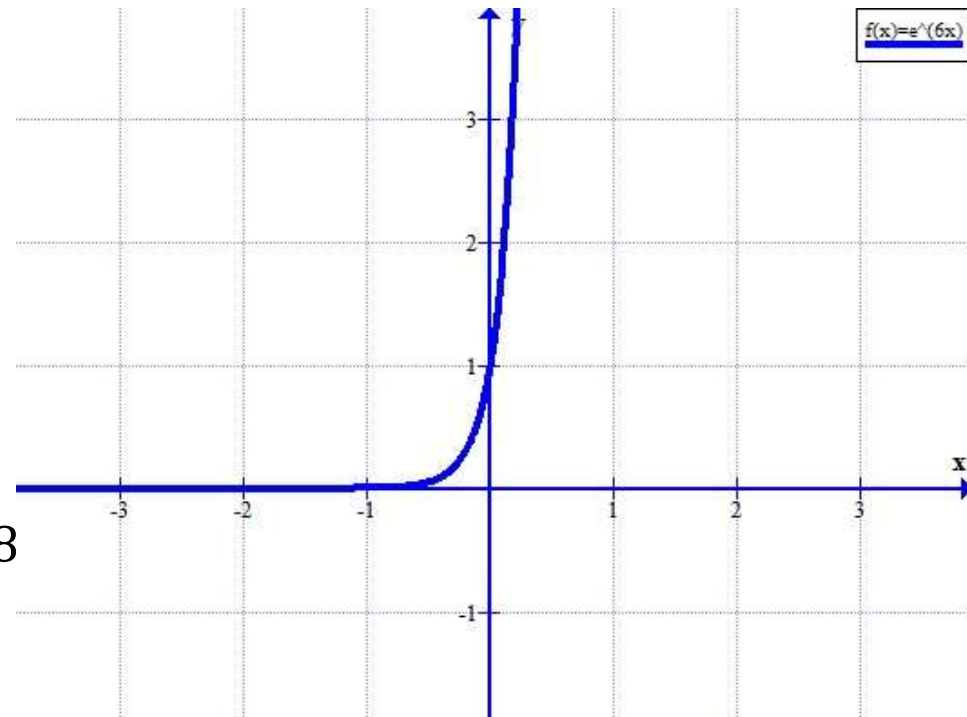
Ejemplo 3

- Para $f(x) = e^{6x}$ aproxime los valores de :
 $f(2)$, $f(-0.3)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$ a la décima más cercana. Luego,
grafique la función.

$$\begin{aligned}f(2) &= e^{6(2)} = e^{12} \\ &\approx 162754.7914 \\ &\approx 162754.8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(-0.3) &= e^{6(-0.3)} = e^{-1.8} \\ &\approx 0.165298888 \\ &\approx 0.2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f\left(\frac{1}{3}\right) &= e^{6\left(\frac{1}{3}\right)} = e^2 \\ &\approx 7.389056099 \approx 7.4\end{aligned}$$



Ejemplo 4

- Las ventas $S(t)$ de un producto crecen a base de la función $S(t) = 1000 - 800e^{-t}$ donde t representa el número de años que el producto ha estado en el mercado. Según este modelo, calcule las ventas cuando ha pasado 2 años y cuando ha pasado 18 meses.
- Solución:

$$S(t) = 1000 - 800e^{-t}$$

$$t = 2 \text{ años}$$

$$t = 18 \text{ meses} = 1.5 \text{ años}$$

$$S(2) = 1000 - 800e^{-(2)}$$

$$\approx 891.7317734$$

$$\approx \$891.73$$

$$S(1.5) = 1000 - 800e^{-(1.5)}$$

$$\approx 821.4958719$$

$$\approx \$821.50$$

1000 [-] 800 [2nd] [ln][(-)]2 [)] [=]



Interés Simple

- **Interés** – cantidad de dinero que se paga por un financiamiento o se recibe por una inversión.
- **Interés simple** – interés que se determina a base de la cantidad financiada o invertida (principal o capital), la tasa de interés (porcentaje) y el tiempo acordado.

$$I = \textit{Principal} (P) \times \textit{Tasa}(r) \times \textit{Tiempo}(t)$$

$$I = Prt$$

- Ejemplos:
- ¿Cuál es el interés simple que se pagaría en un mes por el balance de \$856 en una tarjeta de crédito que cobra a una tasa de 21% anual (APR)?

$$I = 856 \times 0.21 \times \frac{1}{12} \approx \$14.98$$



Interés Compuesto

- **Interés compuesto** – interés que se determina a base de la cantidad financiada o invertida (principal o capital), la tasa de interés nominal anual (APR), el tiempo acordado y los **periodos de composición (capitalización)**.
- **Periodos de composición:** anual (una vez al año), semestral (dos veces al año), trimestral (4 veces al año), mensual (12 veces al año), diario (352 veces al año).
- Donde,

$$\text{Interés}(I) = \text{Cantidad total acumulada}(C) - \text{Principal}(P)$$

$$I = C - P$$

$$C = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$



Ejemplo 5

- Si deposita \$3,000 en una cuenta de ahorros a una tasa de interés compuesto trimestral de 8% ¿cuál será el balance de la inversión en cinco años? y ¿cuánto interés habrá ganado?
- Solución:
- En una composición trimestral, $n=4$. Por tanto, si C representa la cantidad total acumulada, ...

$$C = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$\begin{aligned}C &= 3,000\left(1 + \frac{0.08}{4}\right)^{4 \times 5} \\ &= 3,000(1.02)^{20} \\ &\approx 4457.842188 \approx \$4457.84\end{aligned}$$

$$I = C - P$$

$$I \approx 4,457.84 - 3,000$$

$$I \approx \$1,457.84$$

- A los cinco años habrá acumulado aproximadamente \$4,457.84 y ganado \$1,457.84 en intereses.



Ejemplo 6

- Si deposita \$1,000 en una cuenta de ahorros a una tasa de interés compuesto mensual de 8.31% ¿cuál será el balance de la inversión en diez años? y ¿cuánto interés habrá ganado?
- Solución:
- En una composición mensual, $n=12$. Por tanto, si C representa la cantidad total acumulada, ...

$$C = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$C = 1,000\left(1 + \frac{0.0831}{12}\right)^{12 \times 10}$$

$$= 1,000(1.006925)^{120}$$

$$\approx 2289.047696 \approx \$2,289.05$$

$$I = C - P$$

$$I \approx \$2,289.05 - 1,000$$

$$I \approx \$1,289.05$$

- A los cinco años habrá acumulado aproximadamente \$2,289.05 y ganado \$1,289.05 en intereses.



Tasa Efectiva

- La **tasa efectiva de interés** i_{cf} de una inversión en una cuenta con un APR del $r\%$ compuesto n veces al año, es la **tasa anual** que proporcionaría el mismo crecimiento si se compone una vez al año.

$$i_{cf} = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1$$

- Ejemplo: Una banco desea informar a sus clientes la tasa efectiva de un nuevo Certificado de Depósito que pagará a una tasa de 6% compuesto mensualmente.

$$\begin{aligned} i_{cf} &= \left(1 + \frac{0.06}{12}\right)^{12} - 1 = 1.005^{12} - 1 = 1.061677812 - 1 \\ &= 0.061677812 \approx 6.17\% \end{aligned}$$

- Aproximadamente, si se deposita \$5,000 ¿cuánto interés se ganará al finalizar un año?

$$I = 5,000(0.0617) = \$308.50$$



Ejemplo 7

- ¿Qué es mejor para el inversionista, una capitalización anual al 8.2% o capitalización trimestral con una tasa nominal del 8%?
- Solución:
- La *tasa efectiva* de una capitalización anual al 8% es la misma, 8% annual.
- La *tasa efectiva* para una capitalización trimestral del 8%, implica que $r = 0.08$, $n = 4$. Por tanto,

$$i_{cf} = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1$$

$$\begin{aligned} i_{cf} &= \left(1 + \frac{0.08}{4}\right)^4 - 1 = 1.02^4 - 1 \\ &= 1.08243216 - 1 \\ &= 0.08243216 \\ &\approx 8.24\% \end{aligned}$$

- Le conviene la capitalización trimestral al 8%.



Actividades 1.1

- **Texto:** Capítulo 6 - Sección 6.2 Funciones exponenciales; Sección 6.1 – Interés compuesto y temas relacionados.
- **Ejercicios de Práctica:** Páginas 236, 237; problemas 5 – 9; Use GRAPH par las gráficas de 13 – 19; Páginas 229 problemas 1 – 19;
- **Asignación 1.1:** Páginas 236, 237, Use GRAPH para problema 24; resuelva problemas 36 y 37. Página 229, problema 20
- **Referencias del Web:**
 - Purple Math: [Exponential Functions: Introduction](#)
 - College Algebra Tutorial: [Exponential Functions](#)
 - (Video You tube) [Interés Simple y Compuesto – Henry Vanegas Mejia](#)

