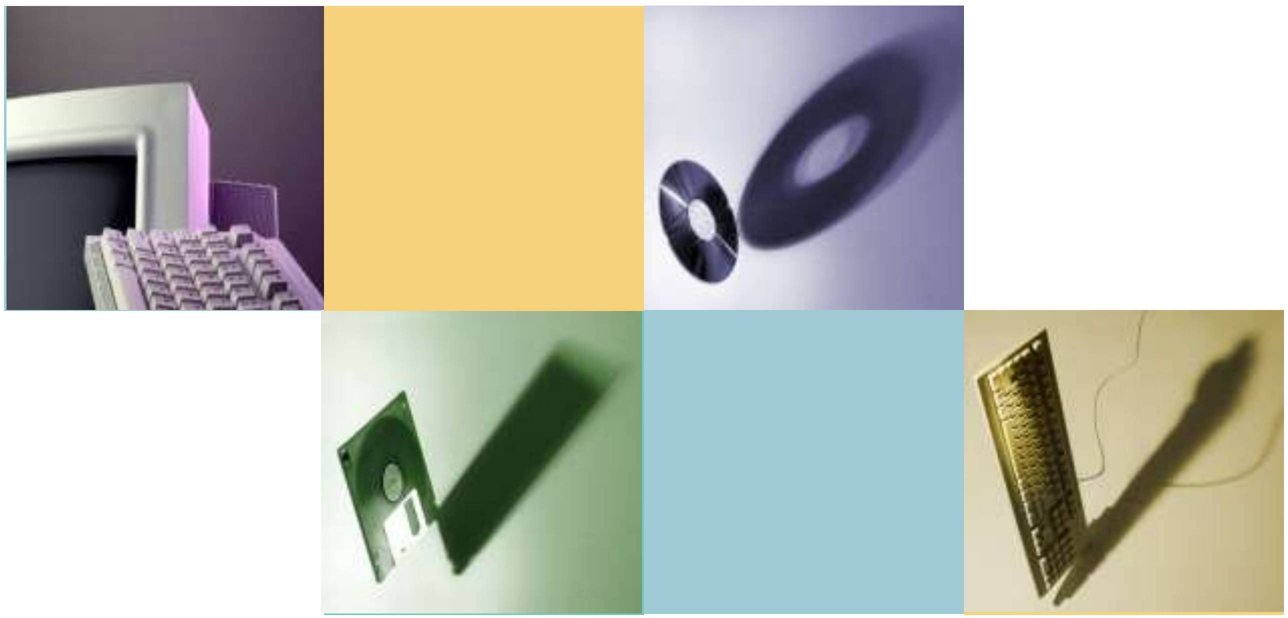
MATE3012 – Lección 4.1



Desigualdades Lineales

Actividad 4.1

- **Texto:** Capítulo 10 - Sección 10.1 – Desigualdades Lineales.
- **Ejercicios de Práctica**: Páginas 406, 407; problemas impares 1 al 23.
- **Asignación 4.1**: Página 406, problemas 18, 20 y 22
- **Referencias del Web:**
- **Referencias:**:
  - Matimaticatuya - Sistema de Ecuaciones Lineales con dos Variables
  - Khan Academy: Graphing System of Inequalities; Graphing Systema of inequalities 2.
  - **Purple Math: Graphing Linear Inequalities**

Desigualdades con 2 variables

- Ejemplos:

$$y + 3x - 5 > 0$$ *Desigualdad lineal*

$$y - 4x^2 < 1$$ *No es una desigualdad lineal*

$$2y > -6|x| + 3$$ *No es una desigualdad lineal*

- Una **desigualdad con dos variables es lineal** si la desigualdad se puede expresar de la forma:

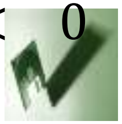
$$\boldsymbol{ax + by < c} \quad \text{o} \quad \boldsymbol{ax + by > c}$$

$$\boldsymbol{ax + by \leq c} \quad \text{o} \quad \boldsymbol{ax + by \geq c}$$

- Una solución es un par ordenado (x_1, y_1) que satisface la desigualdad.
- ¿Es (1, -1) una solución de

$$4x + 2y - 6 < 0?$$

Si ….. Por que $4(1) + 2(-1) - 6 = -4 < 0$



Ejemplo 1

- Determine una solución de $-3x + y > 1$
- **Solución:**
- Tome un valor cualquiera para x, digamos $x = 2$
- Despeje por y

$$-3(2) + y > 1$$
$$y > 1 + 6$$
$$y > 7$$

- Cuando $x = 2$, todas las soluciones serán de la forma $(2, y)$ donde $y > 7$
- Esto quiere decir que **una** solución es (2, 8)

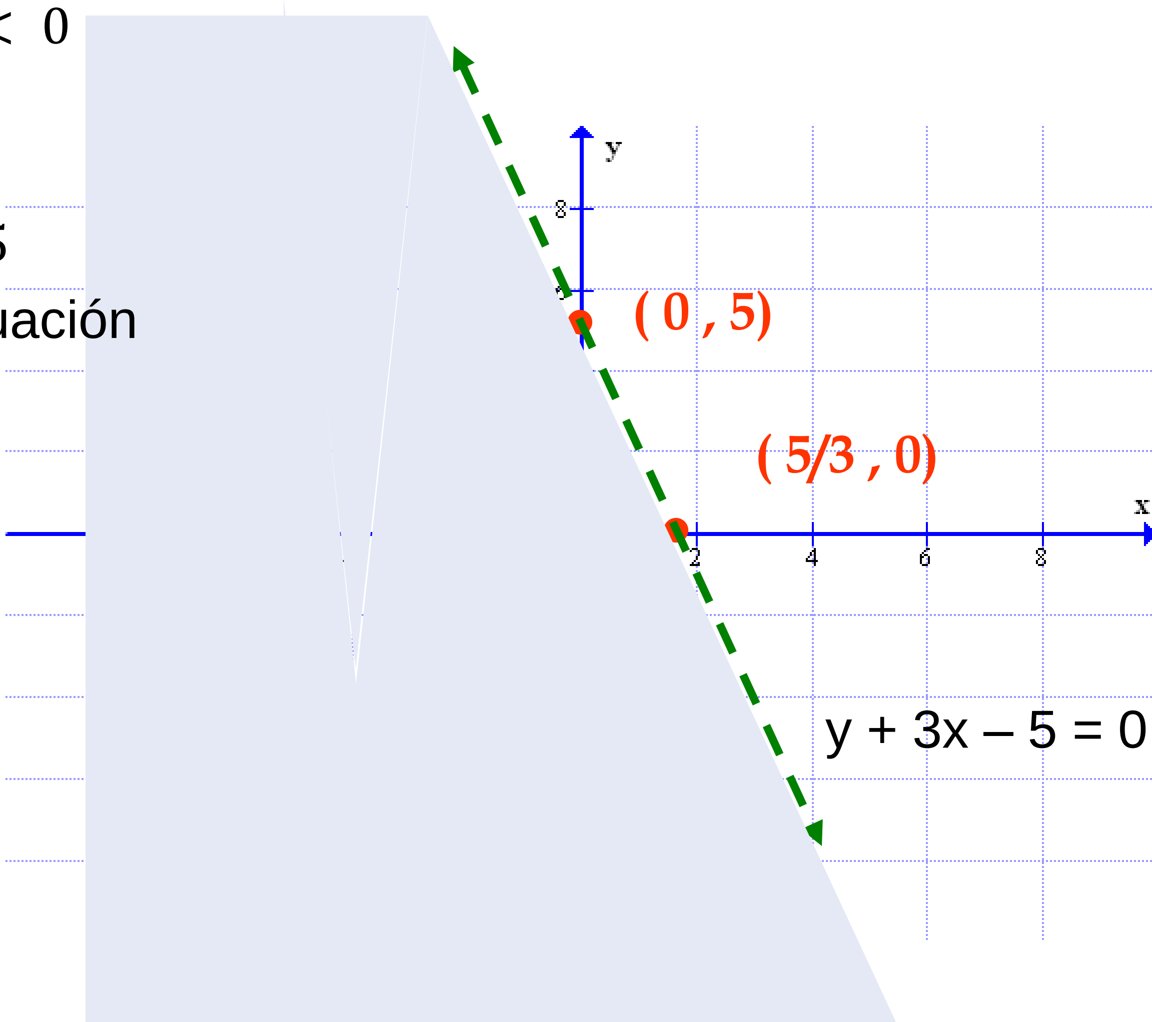
Gráficas de una desigualdad con 2 variables

- Gráfique $y + 3x - 5 < 0$
- Procedimiento manual:
- Paso 1: Despeje por y

$$y < -3x + 5$$

- Paso 2: Grafique la “ecuación correspondiente”

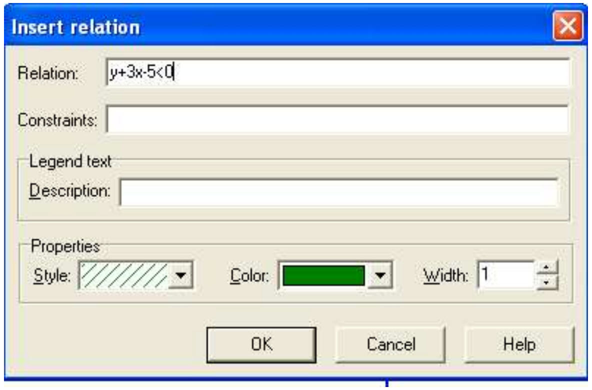
$$y = -3x + 5$$



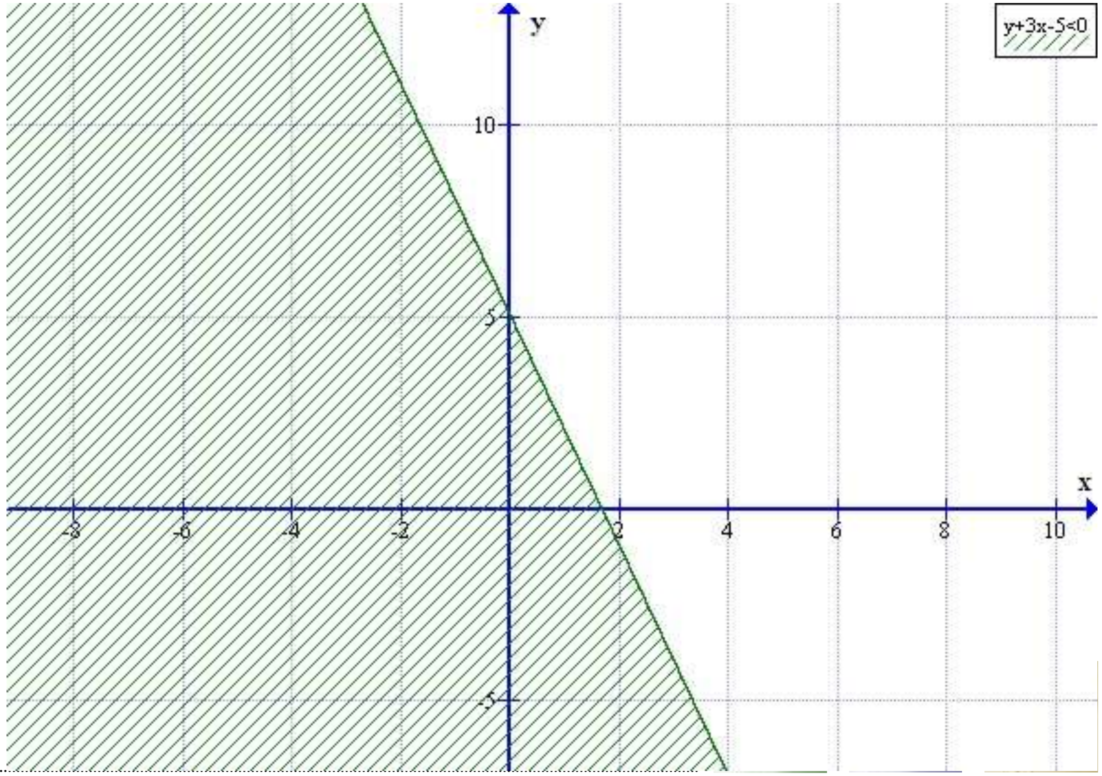
Seleccione un punto por encima o por debajo de la recta ….

Determine si el punto satisface la desigualdad …

Graficando desigualdades con GRAPH



- Gráfique de y + 3x - 5 < 0
- Paso 1: Seleccione **Insert Relation** del menú de Function
- Paso 2: Entre desigualdad



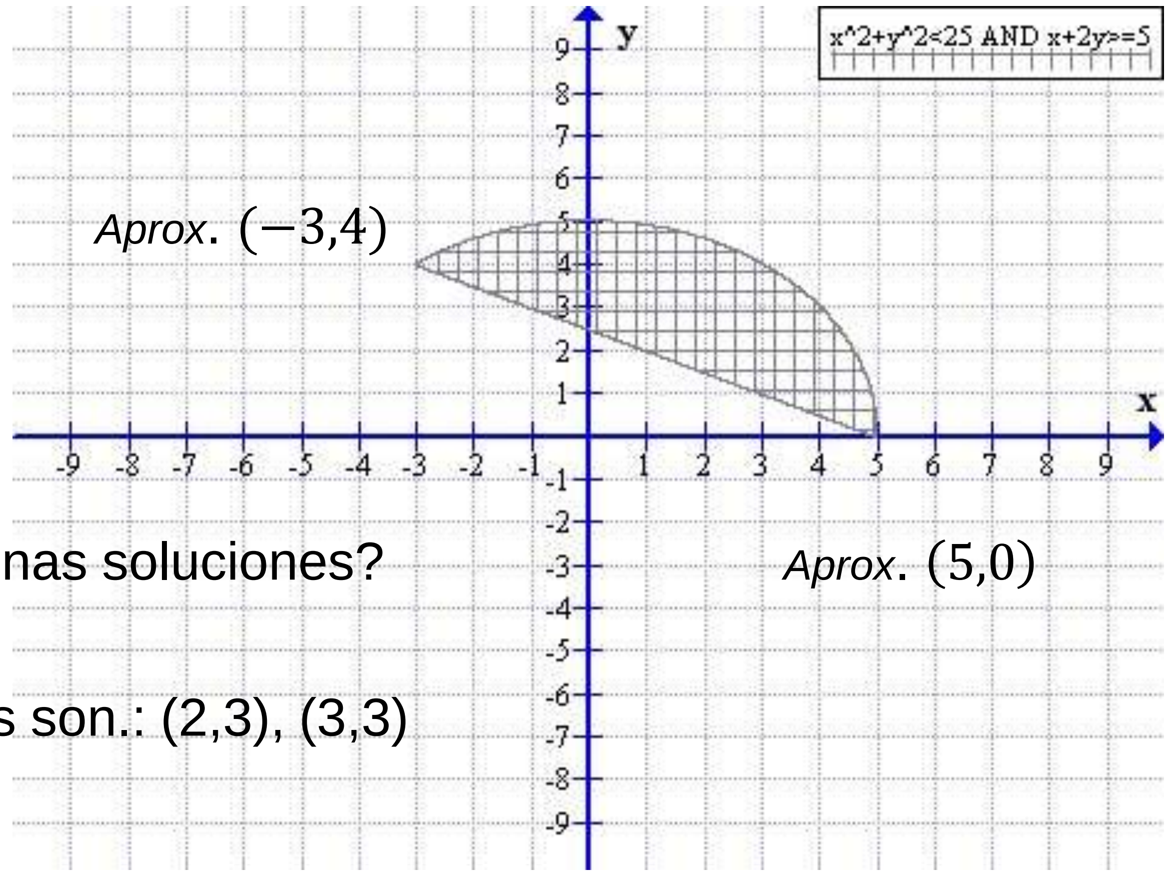
Ejemplo 2

- Ejemplo 4

Grafique

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 25 \\ x + 2y \geq 5 \end{cases}$$

Solución:



Aprox. $(-3,4)$

Aprox. $(5,0)$

¿Puede identificar algunas soluciones?

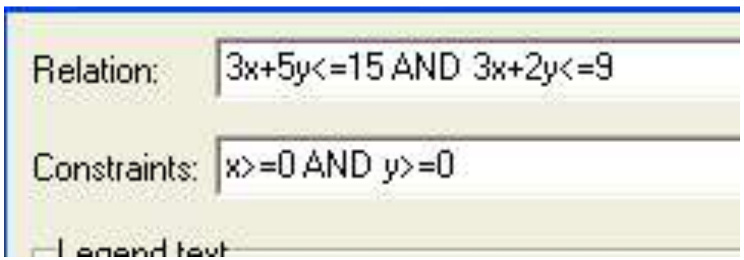
Algunas solucones son.: (2,3), (3,3)

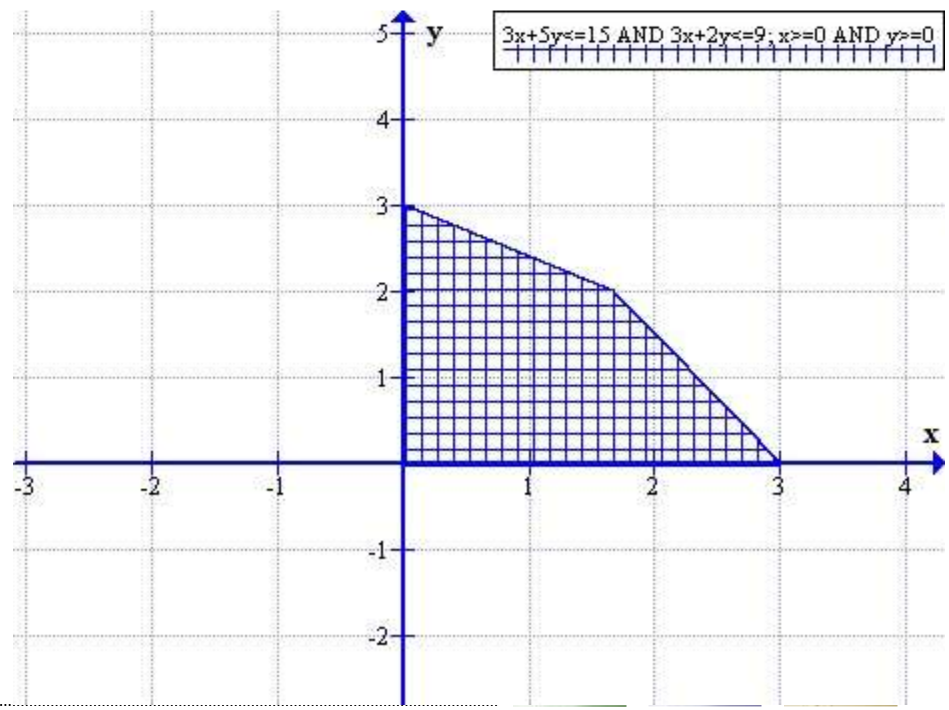
¿Puede identificar los puntos donde las gráfica se cruzan?

Sistemas de desigualdades lineales

- Grafique el conjunto solución del sistema.
- Solución:
- Entramos valores en **Insert Relation**.

$$\begin{cases} 3x + 5y \leq 15 \\ 3x + 2y \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$





Vertices de un sistema de desigualdades

- Los **vértices** de un sistema de desigualdades son los puntos de intersección de los bordes. Se determinan resolviendo el sistema.
- Ejemplo: Resuelva: $\begin{cases} x^2 + y^2 < 25 \\ x + 2y \geq 5 \end{cases}$
- Solución:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x = 5 - 2y \end{cases} \longrightarrow (5 - 2y)^2 + y^2 = 25$$

$$\longrightarrow (25 - 20y + 4y^2) + y^2 = 25$$

$$-20y + 5y^2 = 0$$

$$-5y(4 - y) = 0$$

$$\longrightarrow \quad y = 0 \quad ó \quad y = 4$$

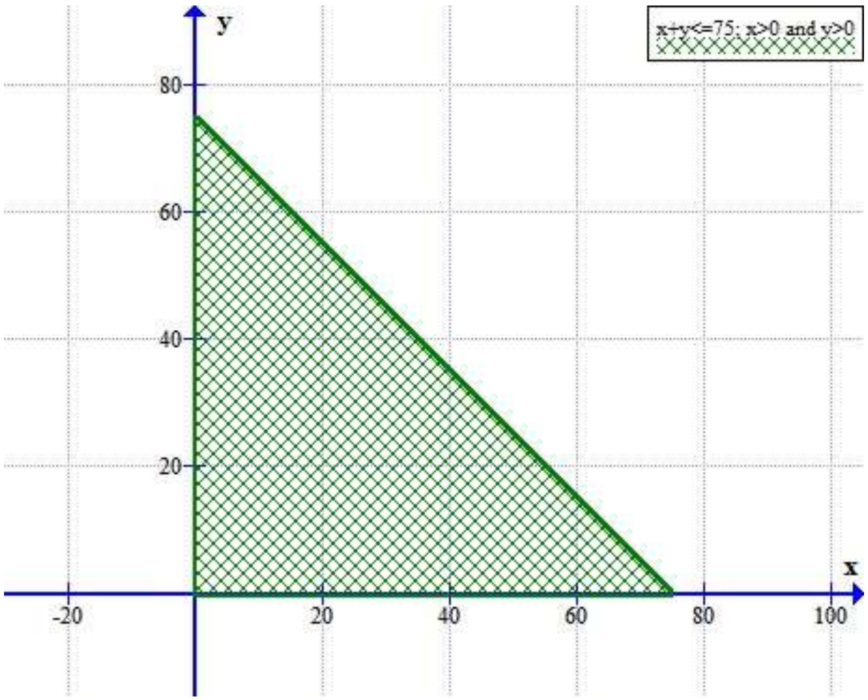
$$x = 5 - 2(0) \qquad x = 5 - 2(4)$$

$$x = 5 \qquad x = -3$$

Los vértices del sistema son: $(\mathbf{5}, \mathbf{0}), (-\mathbf{3}, \mathbf{4})$

Problema 1(Distribución)

- Dos almacenes distribuyen un artículo a una tienda que sólo requiere 75 unidades. Si x representa la cantidad semanal que el primer almacen distribuye a la tienda, represente las condiciones que las cantidades enviadas a la tienda por cada almacen deben satisfacer. Luego, grafique.
- Solución:



- Paso 1 - Identificar variables
- Si $\boldsymbol{x}$ es el número de unidades que envía el primer almacen
- y el número de unidades que envía el segundo almacén
- Paso 2 - Identificar Condiciones (sistema)

$$\boldsymbol{x + y \le 75}$$

- Como las cantidades enviadas no pueden ser negativas,

$$\boldsymbol{x \ge 0 \quad , \quad y \ge 0}$$

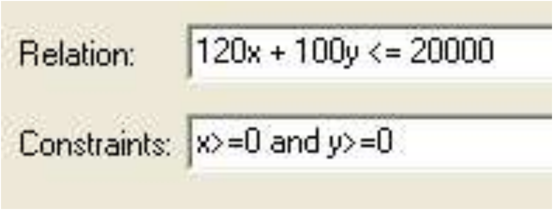
Problema 2 (Inversión)

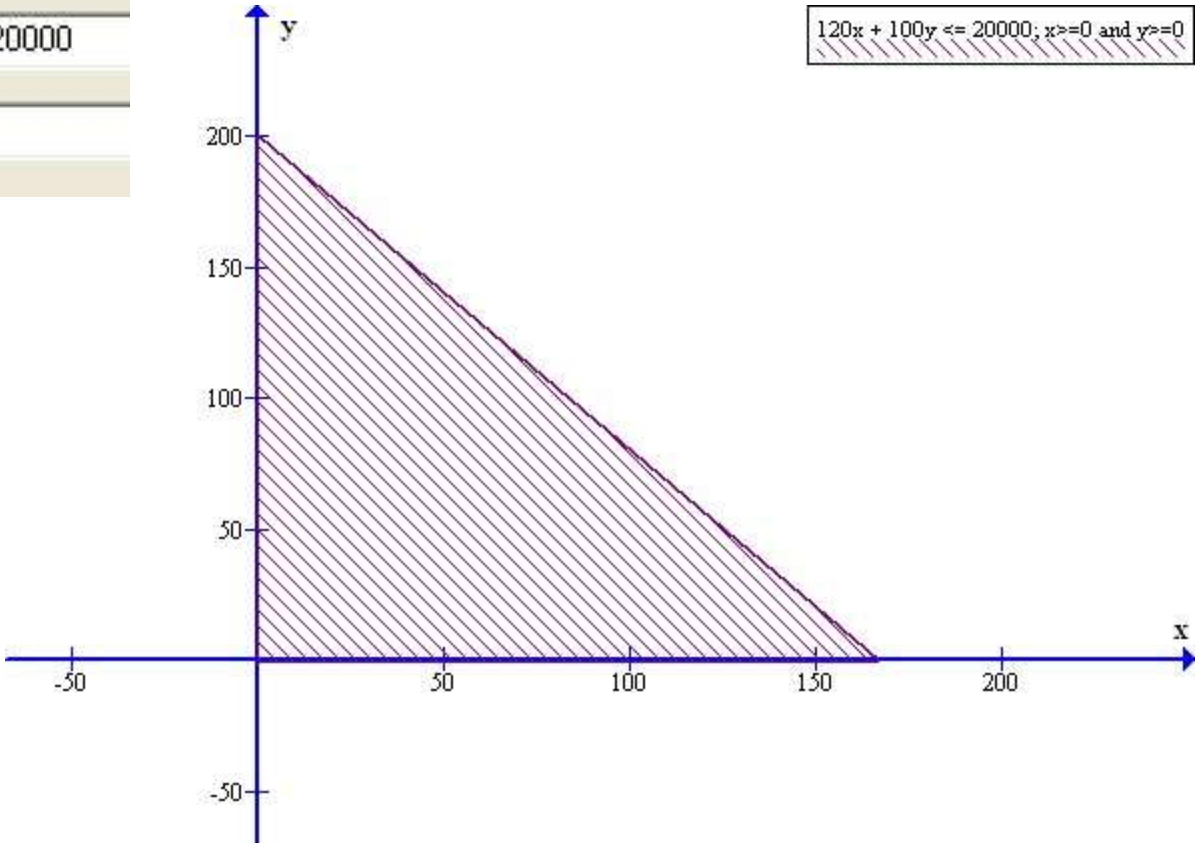
- Un accionista planea invertir aproximadamente \$20,000 en dos acciones. Una de las acciónes está valorada en \$120 y la otra en \$100. ¿Cuáles son las posibles maneras que puede invertir?
- Solución:
- Sea x, y el número de acciones que compra de $\$120$ y $\$100$ respectivamente.
- Entonces, $\$120x$, $\$100y$ son las cantidades de dinero invertidas en cada una.
- Además, la cantidad total invertida se puede expresar:

$$\mathbf{120}\boldsymbol{x} + \mathbf{100}\boldsymbol{y} <= \mathbf{20000}$$

donde $\boldsymbol{x} \geq \mathbf{0}$, $\boldsymbol{y} \geq \mathbf{0}$

Representación gráfica Problema 2





Problema 3 (Inversión)

- El accionista que planea invertir en aproximadamente $\$20{,}000$ en dos acciones, valoradas en $\$120$ y $\$100$ respectivamente, se entera que la primera acción paga un dividendo de $\$6$ por acción y la segunda $\$3$. Si desea asegurar una ganancia de al menos $\$750$, represente de manera gráfica, ¿cuáles son las posibles maneras que el inversionista puede invertir?
- Solución:
- Sea x, y el número de acciones que compra de $\$120$ y $\$100$ respectivamente. Entonces, la cantidad total invertida se puede expresar:

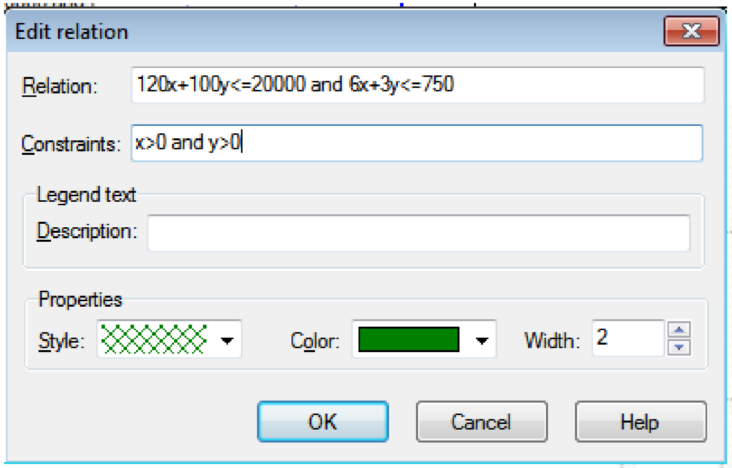
$$\mathbf{120}\boldsymbol{x} + \mathbf{100}\boldsymbol{y} <= \mathbf{20000} \quad \text{donde} \quad \boldsymbol{x} \geq \mathbf{0} \ , \quad \boldsymbol{y} \geq \mathbf{0}$$

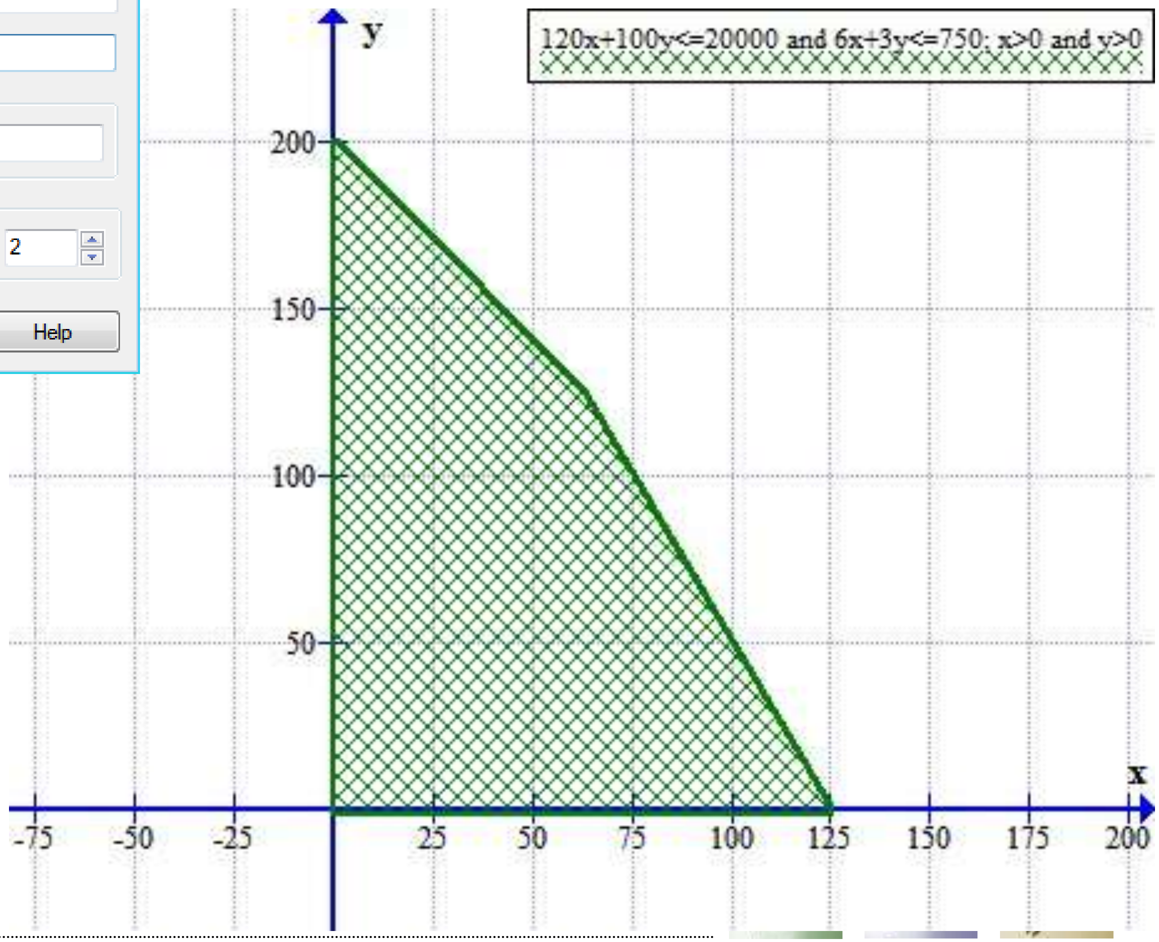
- Además, $6x$, $3y$ son los dividendos que se reciben por cada una. Por tanto, se desea que el dividendo total cumpla:

$$\mathbf{6}\boldsymbol{x} + \mathbf{3}\boldsymbol{y} \geq \mathbf{750}$$

Representación gráfica Problema 3

- Gráfica:





Problema de Aplicación 3 (Distribución)

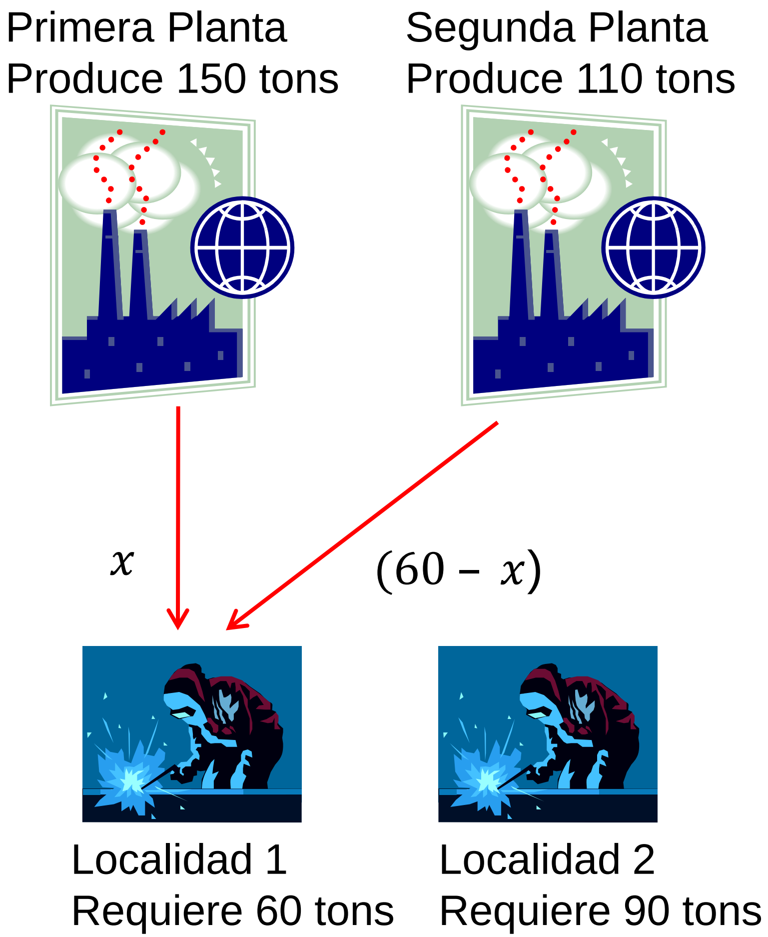
- Una compañía produce 150 toneladas de lámina de aluminio en cierta localidad y 110 toneladas en otra. Parte de este material debe enviarse a dos obras de construcción. La primera requiere 60 toneladas y la segunda 90.
- Si x, y representan las cantidades enviadas por la primera a las dos obras respectivamente, expresen las condiciones (desigualdades) que las variables x, y deben satisfacer.

Solución: Problema 3 … p1

- x es la cantidad de aluminio enviada por la primera localidad a la primera obra.
- Como la primera obra sólo requiere 60 toneladas,

$$(60 - x)$$

es la cantidad de aluminio que será enviada por la segunda localidad.

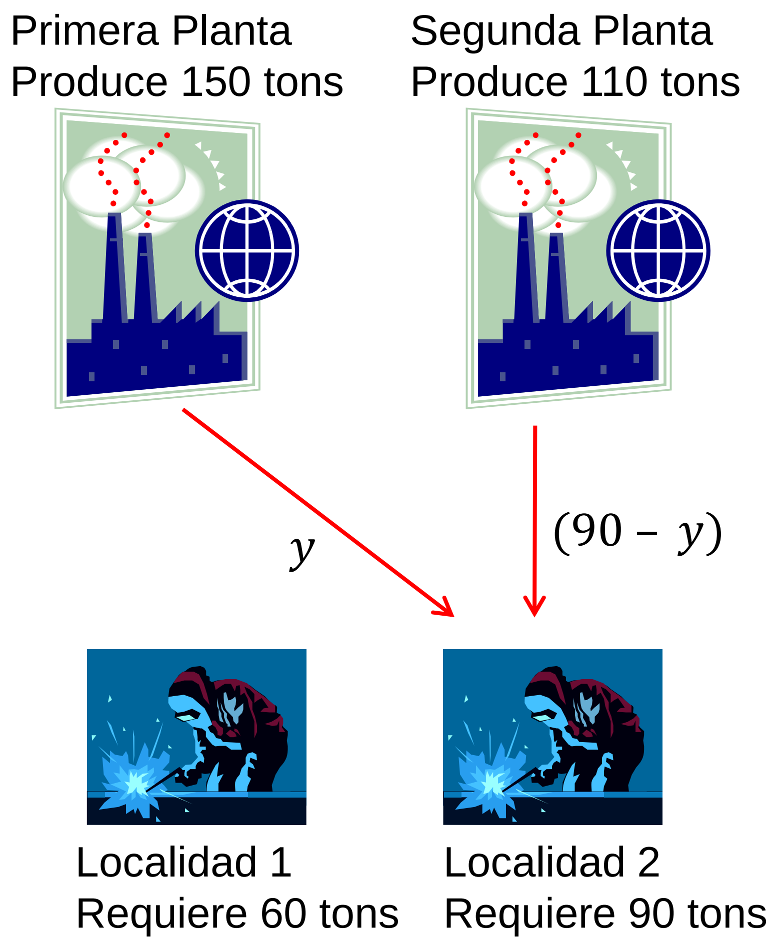


Solución: Problema 3 ... p2

- y es la cantidad de aluminio enviada por la primera localidad a la segunda obra.
- Como la segunda obra sólo requiere 90 toneladas,

$$(90 - y)$$

es la cantidad de aluminio que será enviada por la segunda localidad.



Solución: Problema 3 … p3

- La primera localidad produce 150 toneladas,

$$\boldsymbol{x + y \leq 150}$$

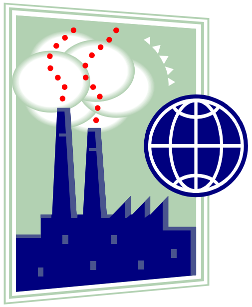
- La segunda localidad produce 110 toneladas.

$$(60 - x) + (90 - y) \leq 110$$
$$150 - x - y \leq 110$$
$$- x - y \leq 110 - 150$$
$$- x - y \leq -40$$
$$\boldsymbol{x + y \geq 40}$$

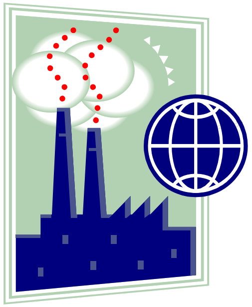
- Además,

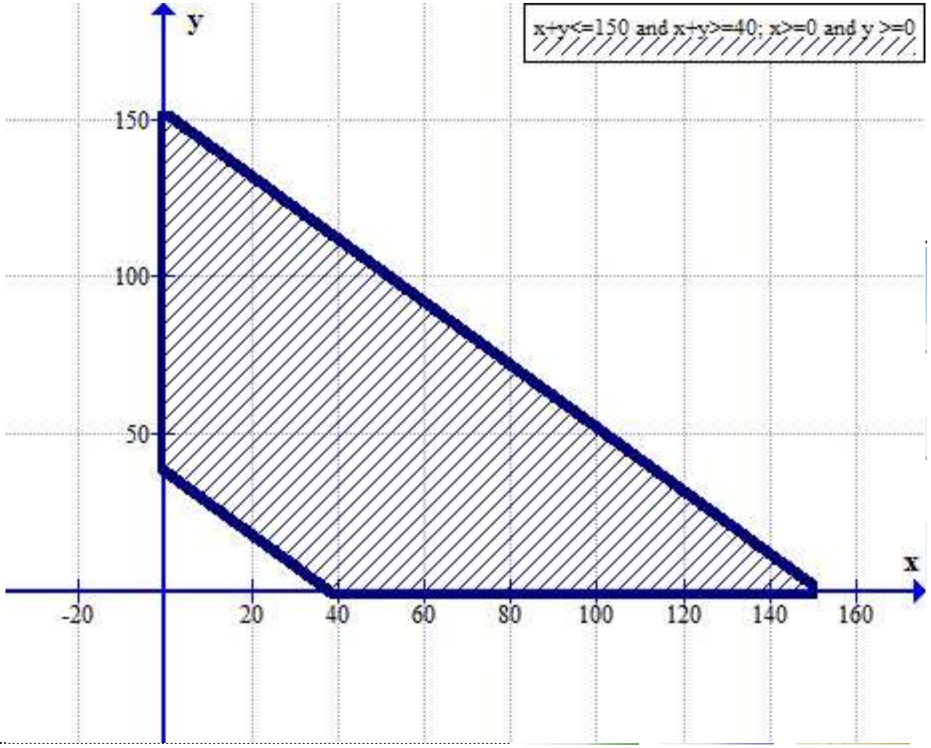
$$\boldsymbol{x \geq 0} \quad , \qquad \boldsymbol{y \geq 0}$$

Primera Planta
Produce 150 tons



Segunda Planta
Produce 110 tons





Actividad 4.1

- **Texto:** Capítulo 10 - Sección 10.1 – Desigualdades Lineales.
- **Ejercicios de Práctica**: Páginas 406, 407; problemas impares 1 al 23.
- **Asignación 4.1**: Página 406, problemas 18, 20 y 22
- **Referencias del Web:**
- **Referencias:**:
  - Matimaticatuya - Sistema de Ecuaciones Lineales con dos Variables
  - Khan Academy: Graphing System of Inequalities; Graphing Systema of inequalities 2.
  - **Purple Math: Graphing Linear Inequalities**