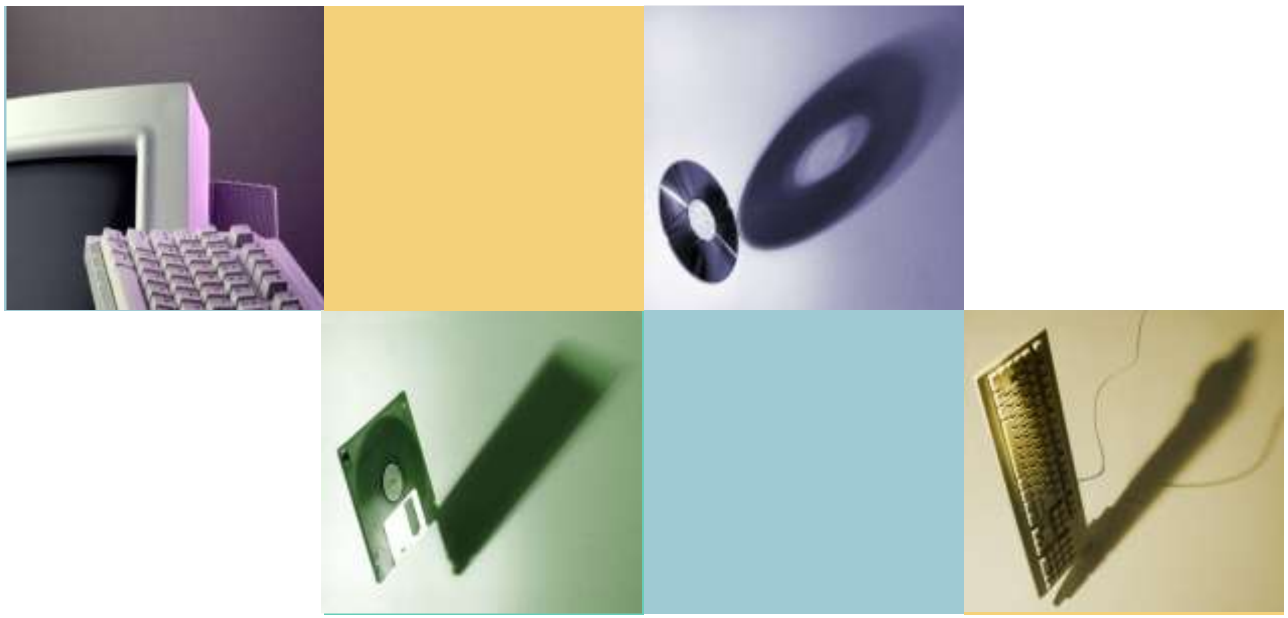
MATE3012 – Lección 4.2



Programación Lineal

Actividad 4.2

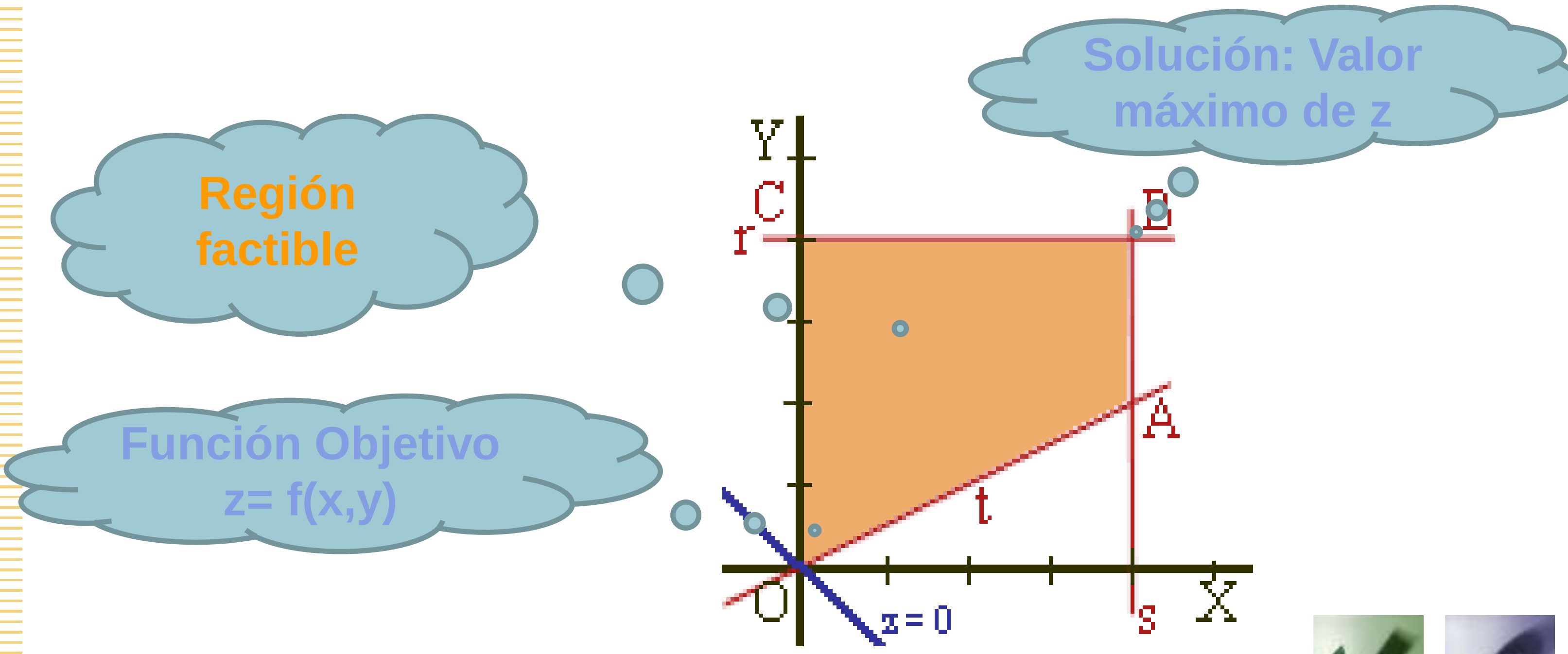
- **Texto:** Capítulo 10 - Sección 10.2 – Optimización Lineal.
- **Ejercicios de Práctica**: Páginas 416 problemas impares 1 al 15.
- **Asignación 4.1**: Página 416-417, 17-20. Identifique las variables, la función objetivo y solución de los problemas.
- **Referencias del Web:**
  - Scribd. Solución de Problemas de Programación Lineal por el Método Gráfico; Ejercicios resueltos de Programación Lineal
  - You Tube: Linear Programming; Linear Programming Word Problem 1; Problem 2.
  - **Purple Math:** Linear Programming: Introduction

Problemas de programación lineal

- Es un problema donde sea desea optimizar (maximizar/minimizar) una función (**función objetivo**) lineal dado unas condiciones (restricciones – “constraints”).
- Ejemplos de funciones objetivos:
  - maximizar es la función ganancia (utilidad, *profit*)
  - minimizar es la función costo

Problemas de programación lineal

- Las gráficas de las restricciones definen el área factible (*feasible region*) de una función objetivo lineal
- La optimización de una función lineal ocurre en uno de los vértices de la región factible.



Ejemplo 1

- Determine el valor mínimo de la función costo

$$C = 3x + 4y$$

Dado que las restricciones:

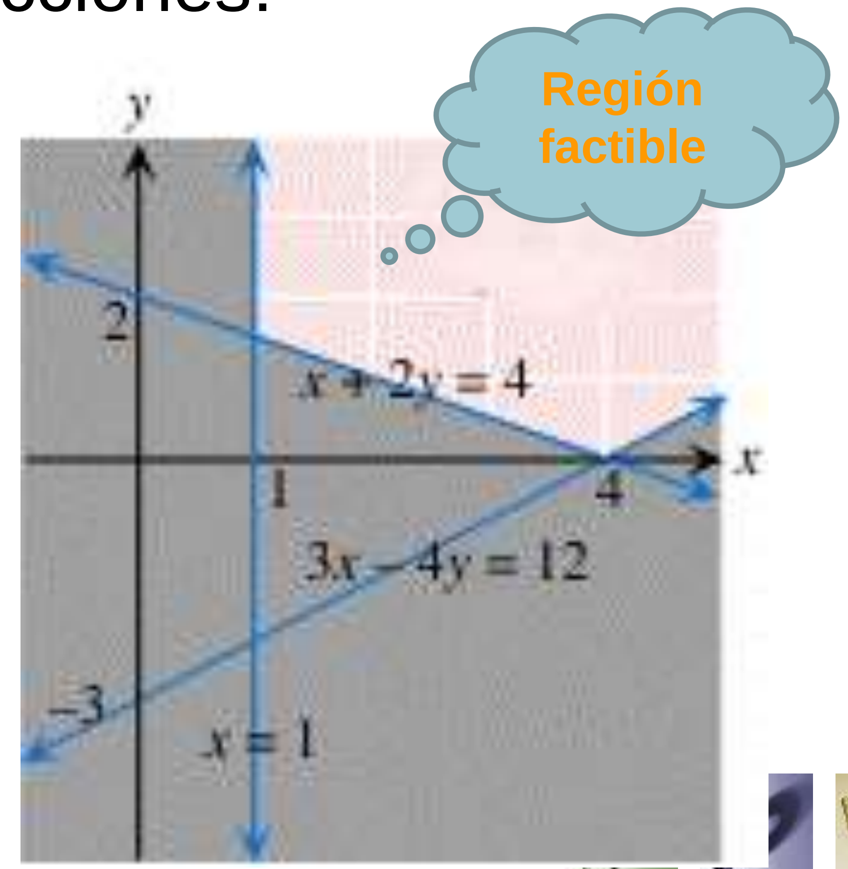
$3x - 4y \leq 12$

$x + 2y \geq 4$

$x \geq 1$

$y \geq 0$

- Solución:
- Paso 1 - Grafique



Solución del Ejemplo 1…p2

- Paso 2: Determine puntos de intersección –

$x + 2y = 4$

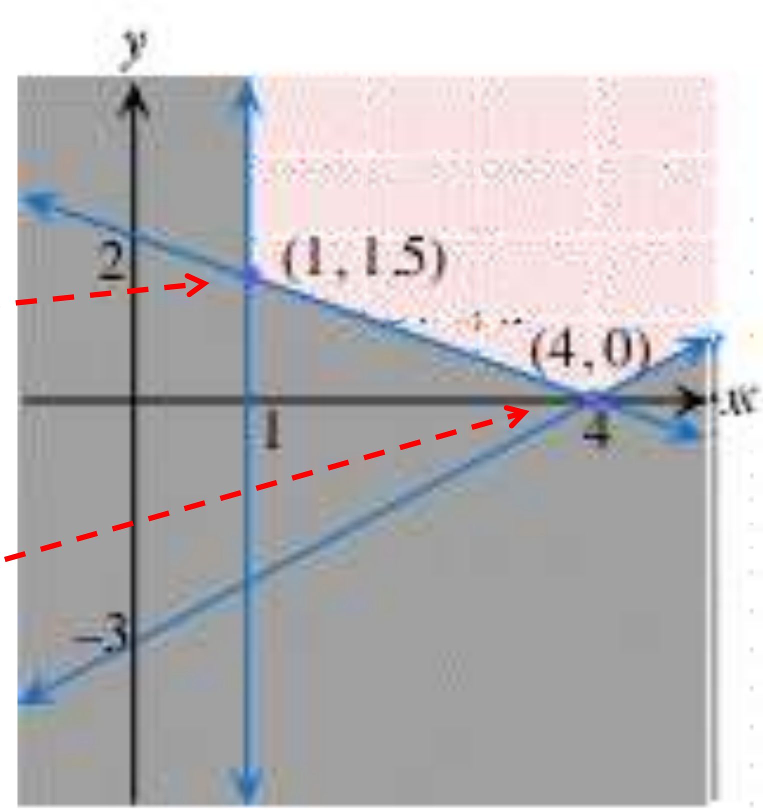
$x = 1$

(1, 1.5)

$3x - 4y = 12$

$x + 2y = 4$

(4, 0)



Solución del Ejemplo 1… p3

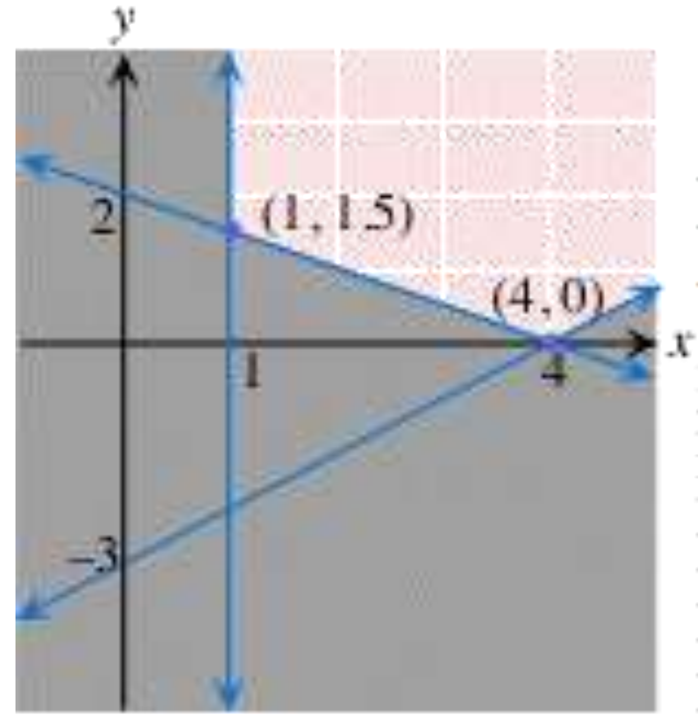
- Paso 3: Determine valores de función objetivo en puntos de intersección –

$$C = 3x + 4y$$

$$C = 3(1) + 4(1.5) = 9$$

$$C = 3(4) + 4(0) = 12$$

Por tanto, la función costo asume su valor mínimo de 9 cuando x = 1, y = 1.5



Ejemplo 2

- En un almacén se guarda aceite de girasol y de oliva. Para atender a los clientes se han de tener almacenados un mínimo de 20 envases de aceite de girasol y 40 de aceite de oliva. Además, el número de envases de aceite de oliva no debe ser inferior a la mitad del número de envases de aceite de girasol. La capacidad total del almacén es de 150 envases. Sabiendo que el gasto de almacenaje de un envase de aceite de girasol es de $1 y el de oliva es $2, ¿cuántos envases de cada tipo habrá que almacenar para que el gasto sea mínimo?

Solución del Ejemplo 2 …p1

- Paso 1 – Defina las variables y la función objetivo

  "… ¿cuántos envases de cada tipo habrá que almacenar para que el gasto sea máximo? …"

  x = el número de envase de aceite de girasol

  y = el número de envases de aceite de oliva

  $C(x, y)$ = la función gasto que se desea minimizar

  Como el almacenaje de un envase de girasol es $1 y el de oliva es $2:

$$C(x, y) = x + 2y$$

Solución del Ejemplo 2 … p2

- Paso 2 – Establezca las restricciones.
- "… un mínimo de 20 envases de aceite de girasol y 40 de aceite de oliva…"

$$x \geq 20, \qquad y \geq 40$$

- Además, "el número de envases de aceite de oliva NO debe ser inferior a la mitad del número de envases de aceite de girasol"

$$y \geq \frac{x}{2}$$

- La capacidad total del almacén es de 150 envases. …"

$$x + y \leq 150$$

Solución del Ejemplo 2 … p3

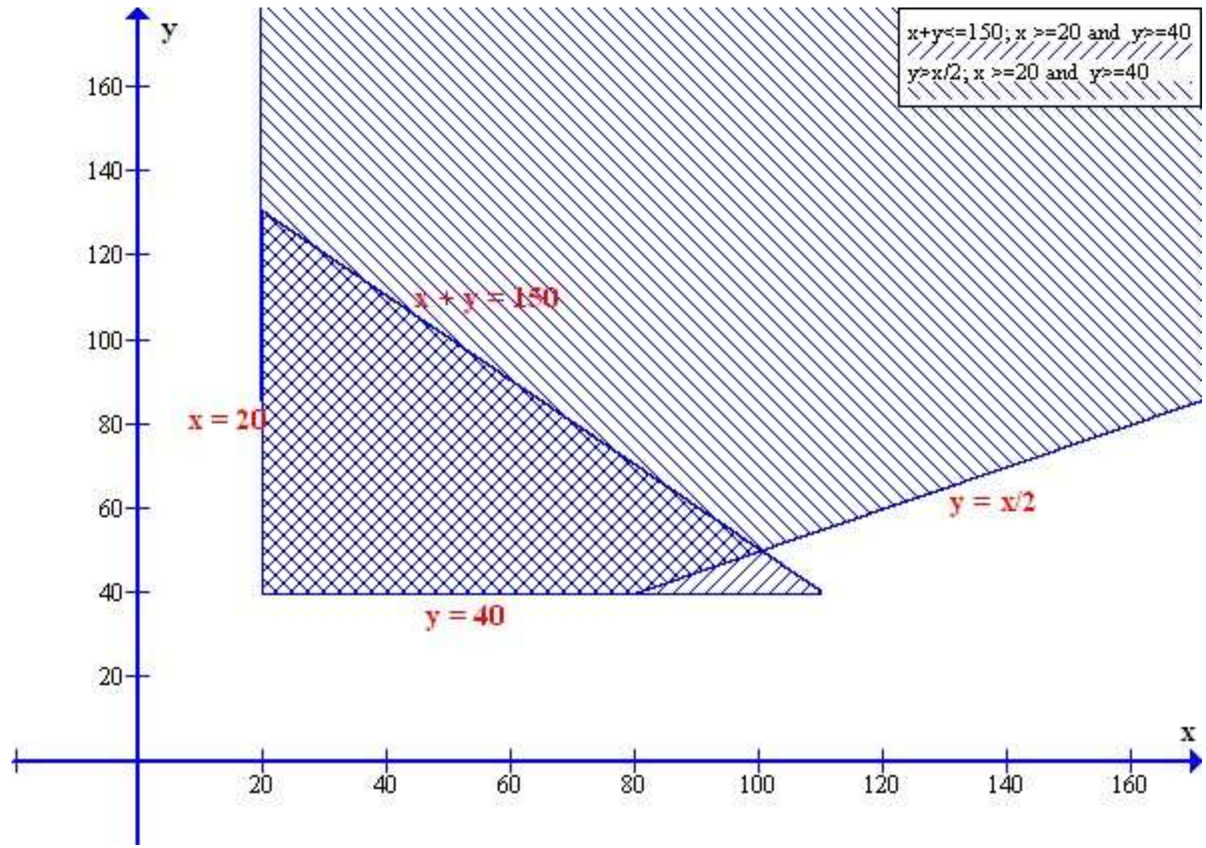
- Paso 2 – Determine región factible

$$x + y \leq 150$$

$$y \geq \frac{x}{2}$$

$$x \geq 20\,,$$

$$y \geq 40$$



Solución del Ejemplo 2 … p4

- Paso 3 – Determine puntos de intersección

$$x = 20$$
$$x + y = 20$$

(20, 130)

$$x = 20$$
$$y = 40$$

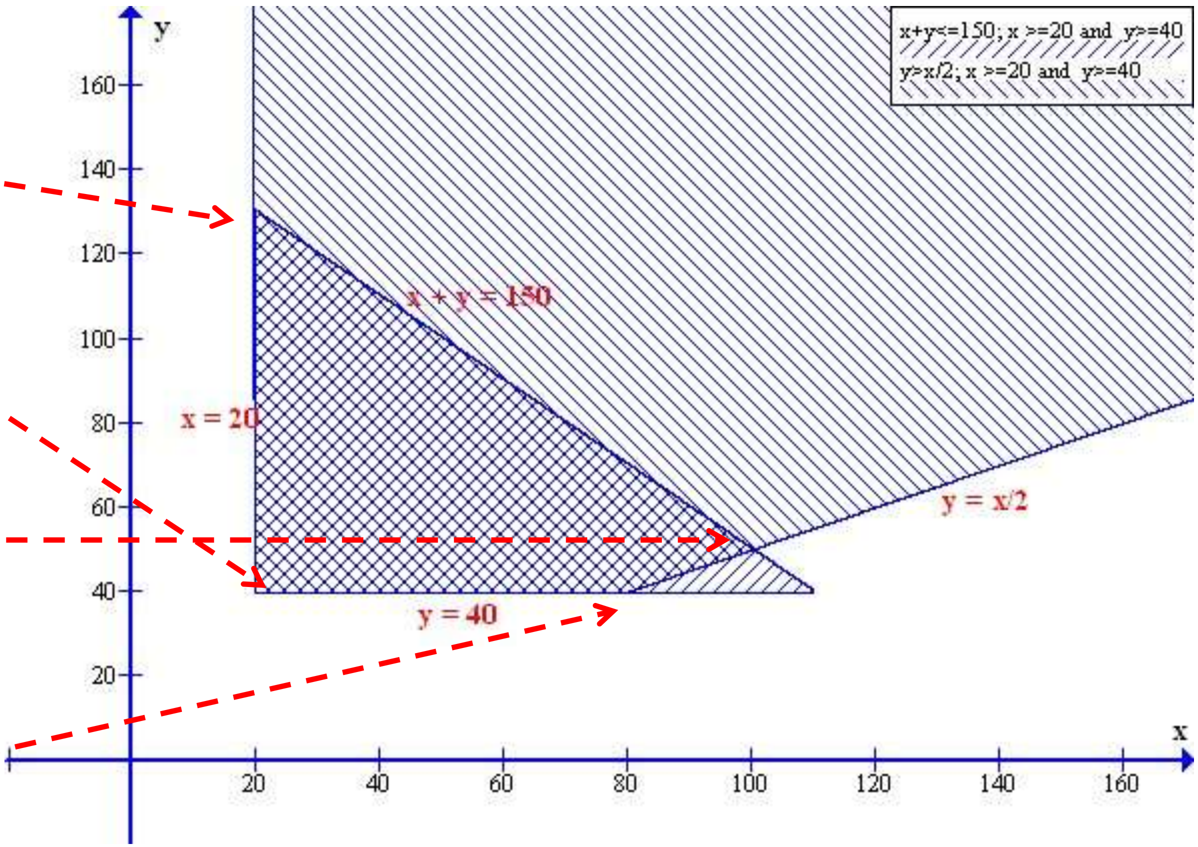
(20, 40)

$$y = \frac{x}{2}$$
$$x + y = 150$$

(100, 50)

$$y = \frac{x}{2}$$
$$y = 40$$

(80, 40)



Solución del Ejemplo 2 … p5

- Paso 3 – Determine valores de la función objeto

$$C = x + 2y$$

(20, 130)

$$C = (20) + 2(130) = 280$$

(20, 40)

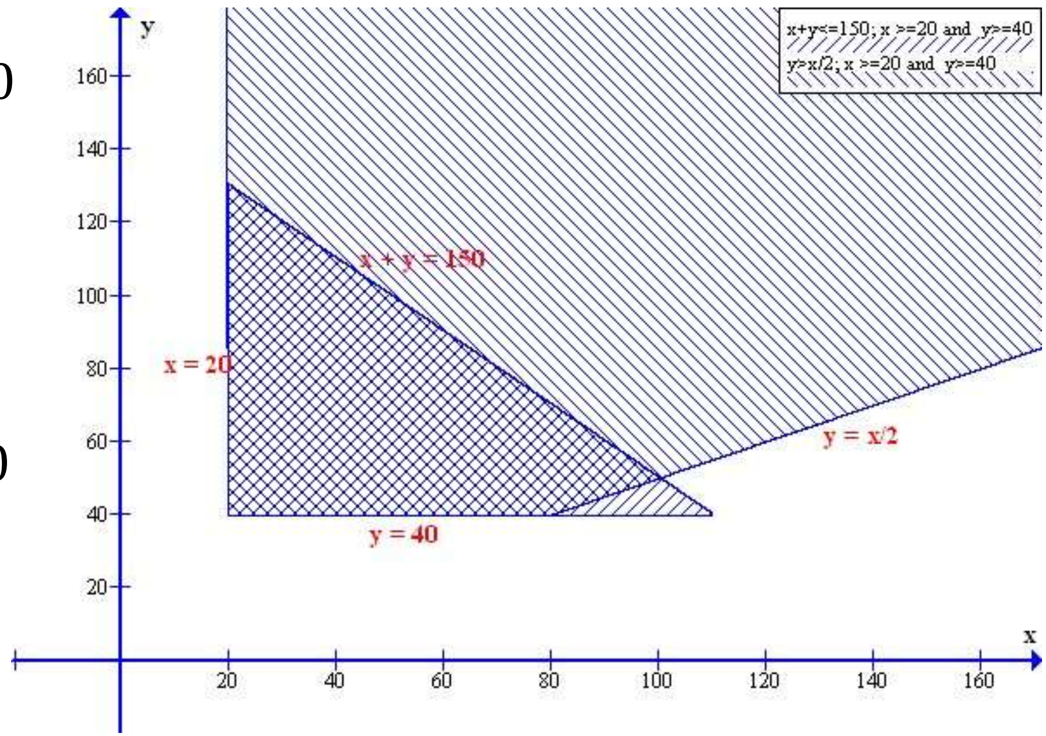
$$C = (20) + 2(40) = 100$$

(100, 50)

$$C = (100) + 2(50) = 200$$

(80, 40)

$$C = (80) + 2(40) = 160$$



Por tanto, la función costo asume su valor mínimo de $100 cuando se almacena **20** envases de aceite de girasol y **50** de aceite oliva.

Ejemplo 4

- Una empresa de productos químicos produce dos tipos de fertilizantes. Su marca regular contiene nitratos, fosfatos y potasio en la razón 3:6:1 (en peso) y su marca súper contienen estos tres ingredientes en la razón 4:3:3. Cada mes la empresa puede confiar en un suministro de 9 toneladas de nitratos, 13.5 toneladas de fosfatos y 6 toneladas de potasio. Su planta productora puede elaborar a los más 25 toneladas de fertilizantes al mes. Si la empresa obtiene una utilidad de $300 por cada toneladas de fertilizante regular y $480 por cada tonelada del súper, ¿qué cantidades de cada tipo deberá producir para obtener la máxima utilidad?

Ejemplo 4 … p1

- Variables –

  .. ¿qué cantidades de cada tipo deberá producir para obtener la máxima utilidad?

  Sea $\boldsymbol{x}$ el número de toneladas de fertilizante de marca regular

  Sea $\boldsymbol{y}$ el número de toneladas de fertilizante de marca super

- Función Objetivo –

  … Si la empresa obtiene una utilidad de $300 por cada toneladas de fertilizante regular y $480 por cada tonelada del súper …

$$\boldsymbol{G(x,y) = 300x + 480y}$$

Ejemplo 4 … p2

- Restricciones -

.. La producción de cada tipo de fertilizantes al mes no puede ser negativo ..

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

.. Su planta productora puede elaborar a los más 25 toneladas de fertilizantes al mes..

$$x + y \leq 25$$

.. Su marca regular contiene nitratos, fosfatos y potasio en la razón 3:6:1 (en peso) y su marca súper contienen estos tres ingredientes en la razón 4:3:3 ..

.. Cada mes la empresa puede confiar en un suministro de 9 toneladas de nitratos, 13.5 toneladas de fosfatos y 6 toneladas de potasio. ..

$$0.3x + 0.4y \leq 9$$

$$0.6x + 0.3y \leq 13.5$$

$$0.1x + 0.3y \leq 6$$

Ejemplo 4 … p3

- Identificar región factible

$x \geq 0$

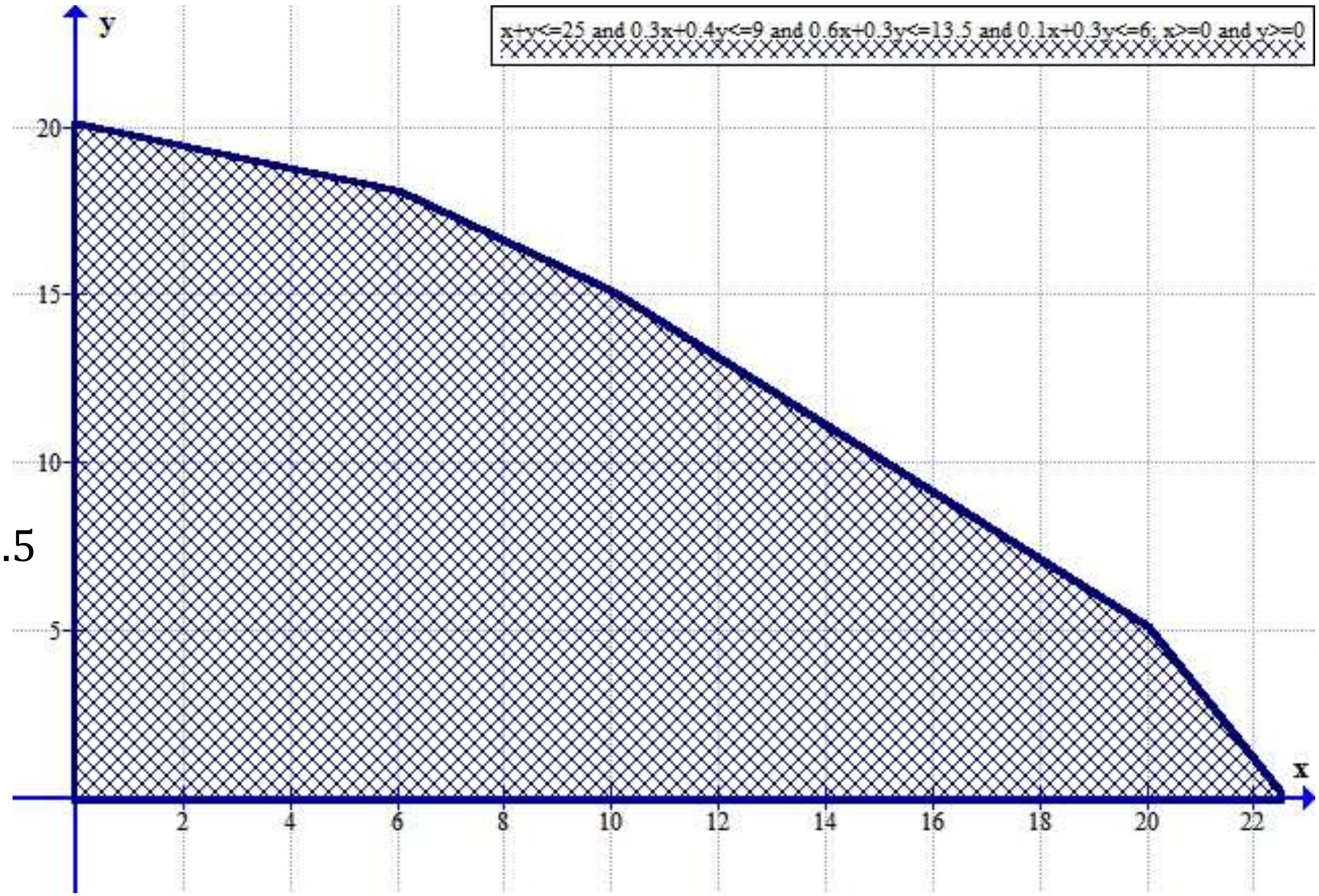
$y \geq 0$

$x + y \leq 25$

$0.3x + 0.4y \leq 9$

$0.6x + 0.3y \leq 13.5$

$0.1x + 0.3y \leq 6$



Ejemplo 4 … 4

- Identificar puntos de intersección

$x = 0$

$0.1x + 0.3y = 6$

(0, 20)

$0.1x + 0.3y = 6$

$0.3x + 0.4y = 9$

(6, 18)

$0.3x + 0.4y = 9$

$x + y = 25$

(10, 15)

$x + y = 25$

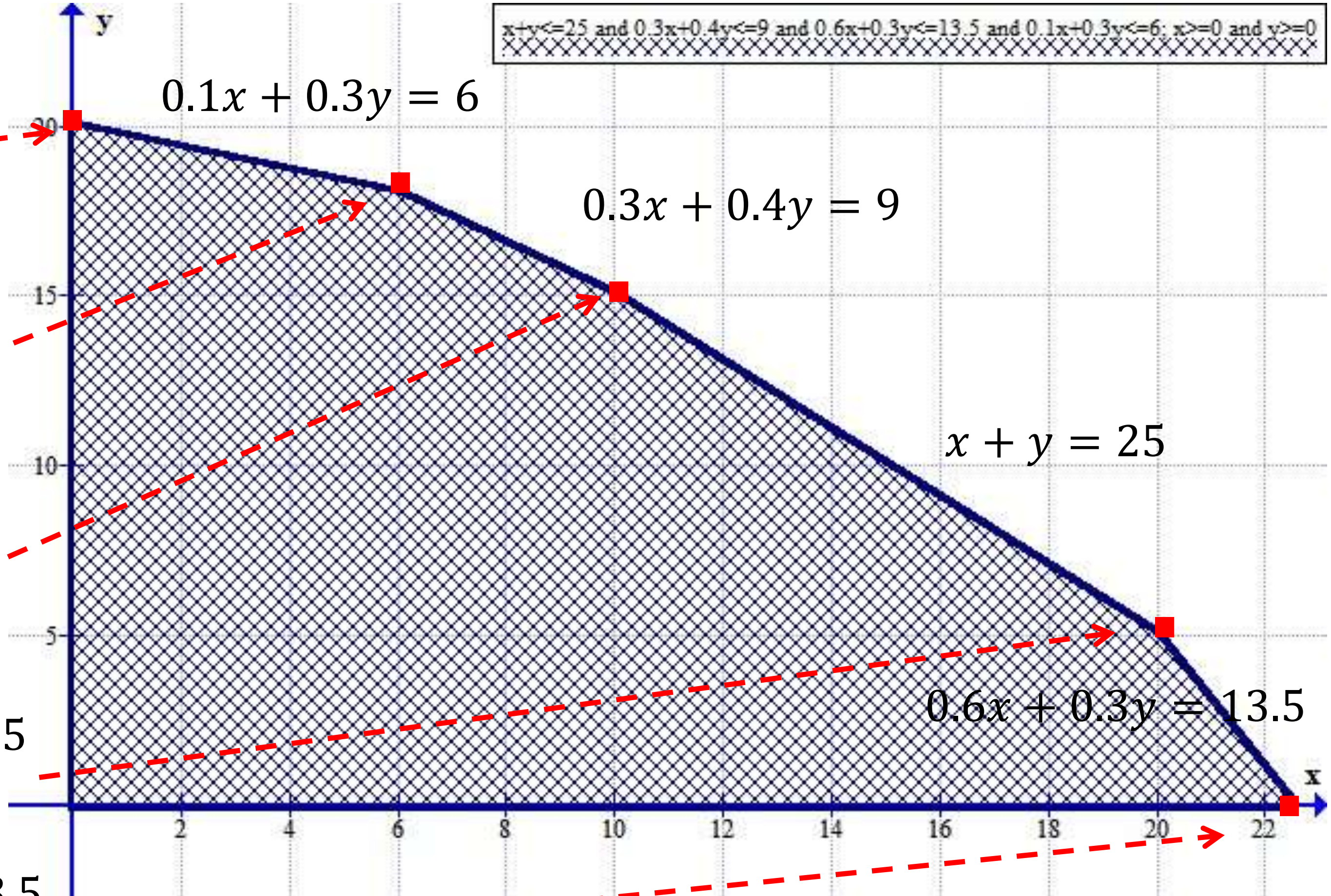
$0.6x + 0.3y = 13.5$

(20, 5)

$0.6x + 0.3y = 13.5$

$y = 0$

(22.5, 0)



Ejemplo 4 … p 5

- Determine valores de la función objeto

$$G(x, y) = 300x + 480y$$

$$G(0, 20) = 300(0) + 480(20) = 9600$$

$$G(6, 18) = 300(6) + 480(18) = 10440$$

$$G(10, 15) = 300(10) + 480(15) = 10200$$

$$G(20, 5) = 300(20) + 480(5) = 8400$$

$$G(22.5, 0) = 300(22.5) + 480(0) = 6750$$

La ganancia máximo se obtiene fabricando 6 toneladas del fertilizante del tipo regular y 18 toneladas del tipo súper.

Actividad 4.2

- **Texto:** Capítulo 10 - Sección 10.2 – Optimización Lineal.
- **Ejercicios de Práctica**: Páginas 416 problemas impares 1 al 15.
- **Asignación 4.1**: Página 416-417, 17-20. Identifique las variables, la función objetivo y solución de los problemas.
- **Referencias del Web:**
  - Scribd. Solución de Problemas de Programación Lineal por el Método Gráfico; Ejercicios resueltos de Programación Lineal
  - You Tube: Linear Programming; Linear Programming Word Problem 1; Problem 2.
  - **Purple Math:** Linear Programming: Introduction