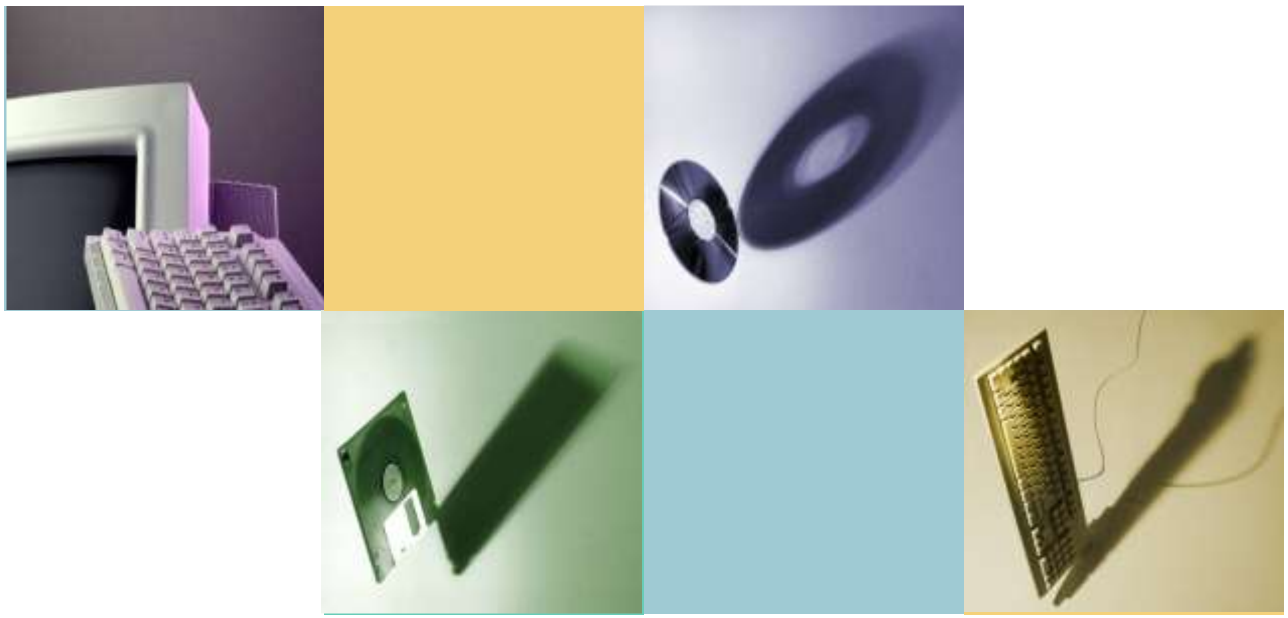
# Unidad 1 – Lección 1.0



## Repaso de Funciones

# Actividades 1.0

- **Referencia del Texto**: Capítulo 5 – Funciones y Sus Gráficas; Section 5.1 Funciones, Ver ejemplos 1 al 11; Ejercicios de Práctica: Páginas 184, 185 y 186 (4ta. Ed Páginas 188-190): Impares 1-51; Capítulo 6 – Logaritmos y Exponenciales Sección 6.2 Funciones Exponenciales: Ver ejemplos 1 al 5. Ejercicios de Práctica: Páginas 236 y 237 (4ta. Ed Páginas 241-242): Impares 1 – 39; Sección 6-3 Logaritmos; Ver ejemplos 1 al 10. Ejercicios de Práctica: Páginas 246 y 247 (4ta. Ed Páginas 251-252): Impares 1 – 45
- **Referencias del Web**
  - Functions versus Relations
  - The Math Page – Functions
  - Videos:
    - Hallar el dominio de una función
    - Evaluación de una función – Parte 1, Parte 2
    - Funciones con dominio dividido

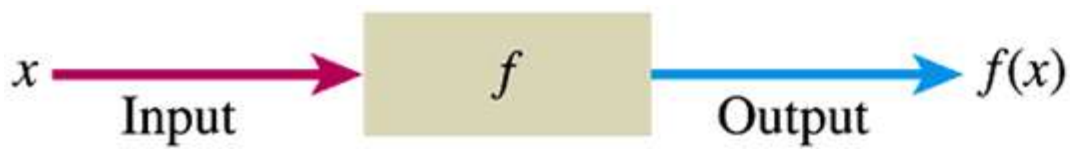


# Objetivos

- Al finalizar esta lección podrás:
- Calcular el valor f(x) de una función
- Reconocer la gráfica de una función.
- Identificar el dominio y el campo de valores de funciones polinómicas y funciones con raíz cuadrada, valor absoluto exponencial, logarítmica y por partes.
- Trazar la gráfica de un función con la ayuda del programa GRAPH

# ¿Qué es una función?

- Una relación entre elementos de dos conjuntos tal cada uno del primero se le asocia un elemento único del segundo.



# ¿Cómo se representa una función?

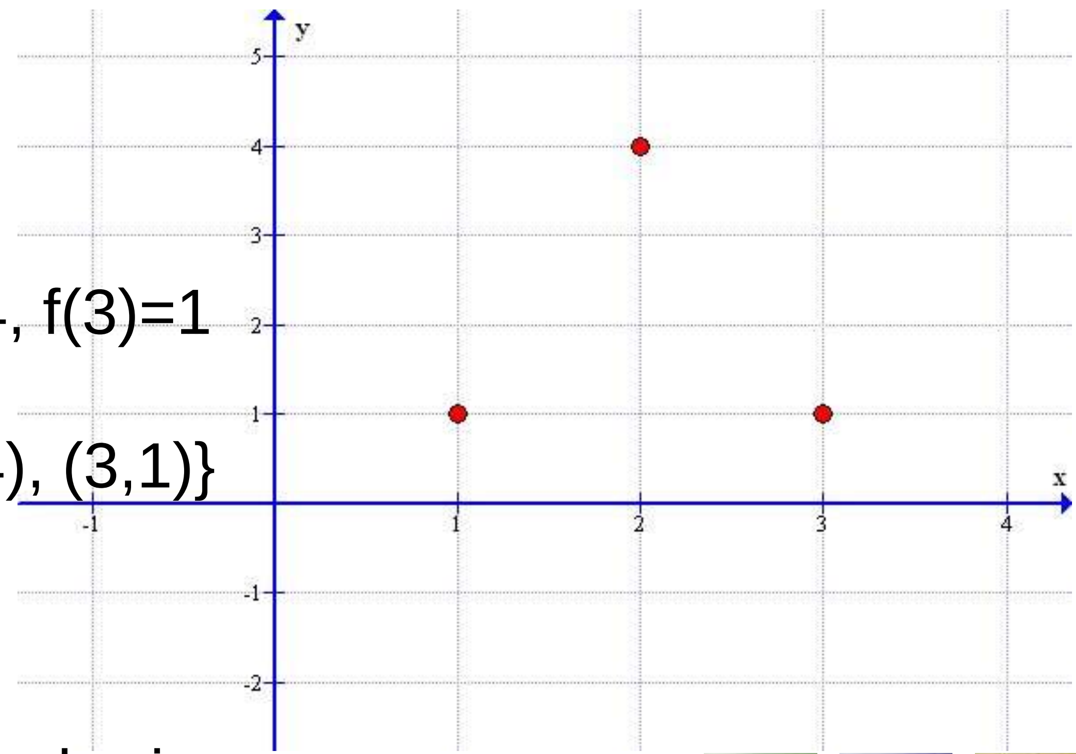
- Sea x={1,2,3}, y = {1, 4}

1. Tabla de valores
   1 → 1
   2 → 4
   3 → 1

2. f(1)=1, f(2)=4, f(3)=1

3. f ={(1,1), (2,4), (3,1)}

4. Gráfica




5. Expresión algebraica.



# Evaluar una función

Para la función $f(x) = 2x^2 + 5$

a) determine el valor $f(3)$

b) determine el valor de $f(1+\sqrt{2})$

c) aproxime el valor a dos lugares decimales $f(1+\sqrt{2})$

Solución:

a) $f(3) = 2(3)^2 + 5 = 23$

b) $$\begin{aligned} f(1+\sqrt{2}) &= 2(1+\sqrt{2})^2 + 5 \\ &= 2(1+\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) + 5 \\ &= 2(3+2\sqrt{2}) + 5 = 11 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

c) $f(1+\sqrt{2}) = 11 + 4\sqrt{2} \approx 16.66$

En la TI30XIIS: 11 [ + ] 4 [2nd] [ $x^2$ ] 2 [ ) ] [ = ]

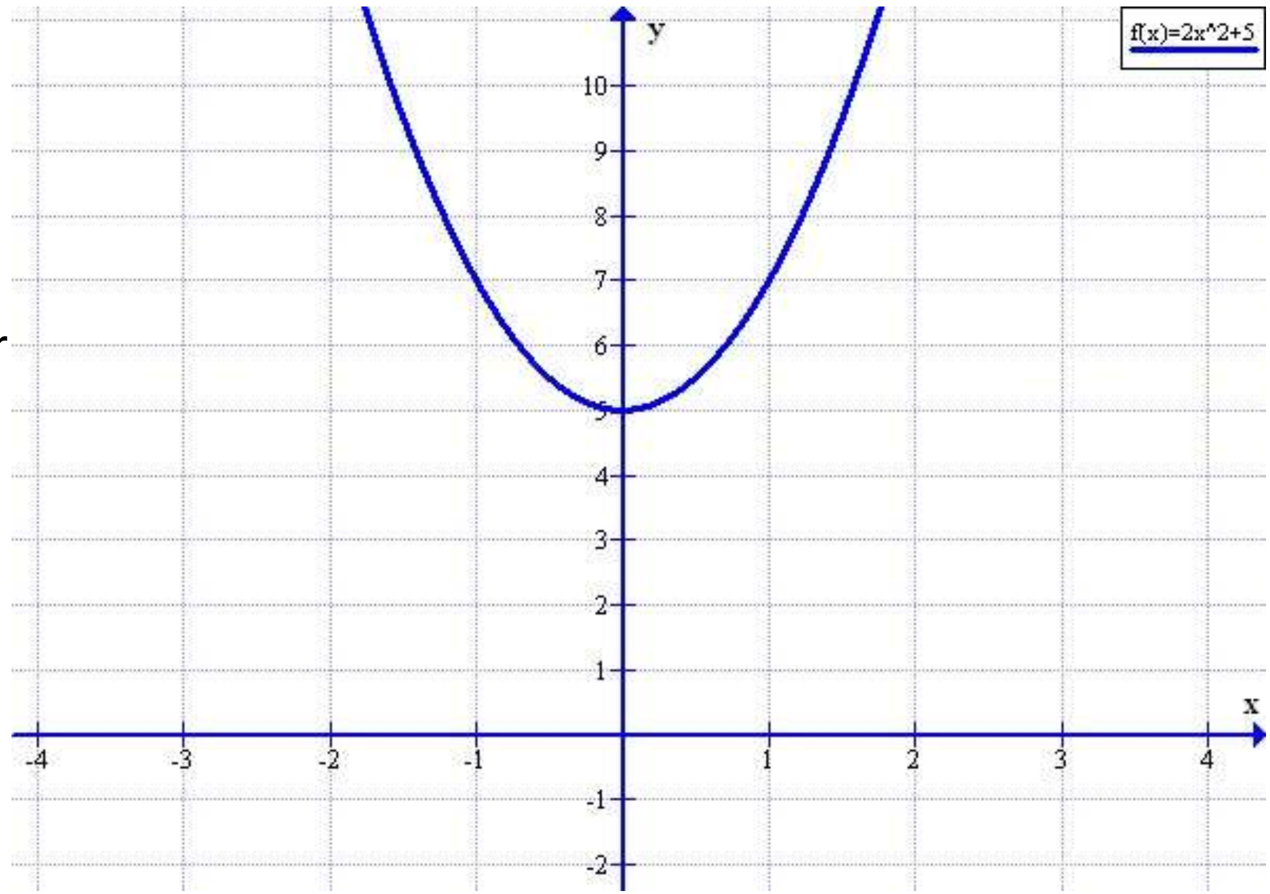


# Gráfica de una función

- Trace la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 + 5$

Solución:
Se asume como el conjunto mayor de números reales que pueda sustituir la variable (Dominio).

Para graficar use programas computadorizados (*graficadores*)



# Graficador: GRAPH

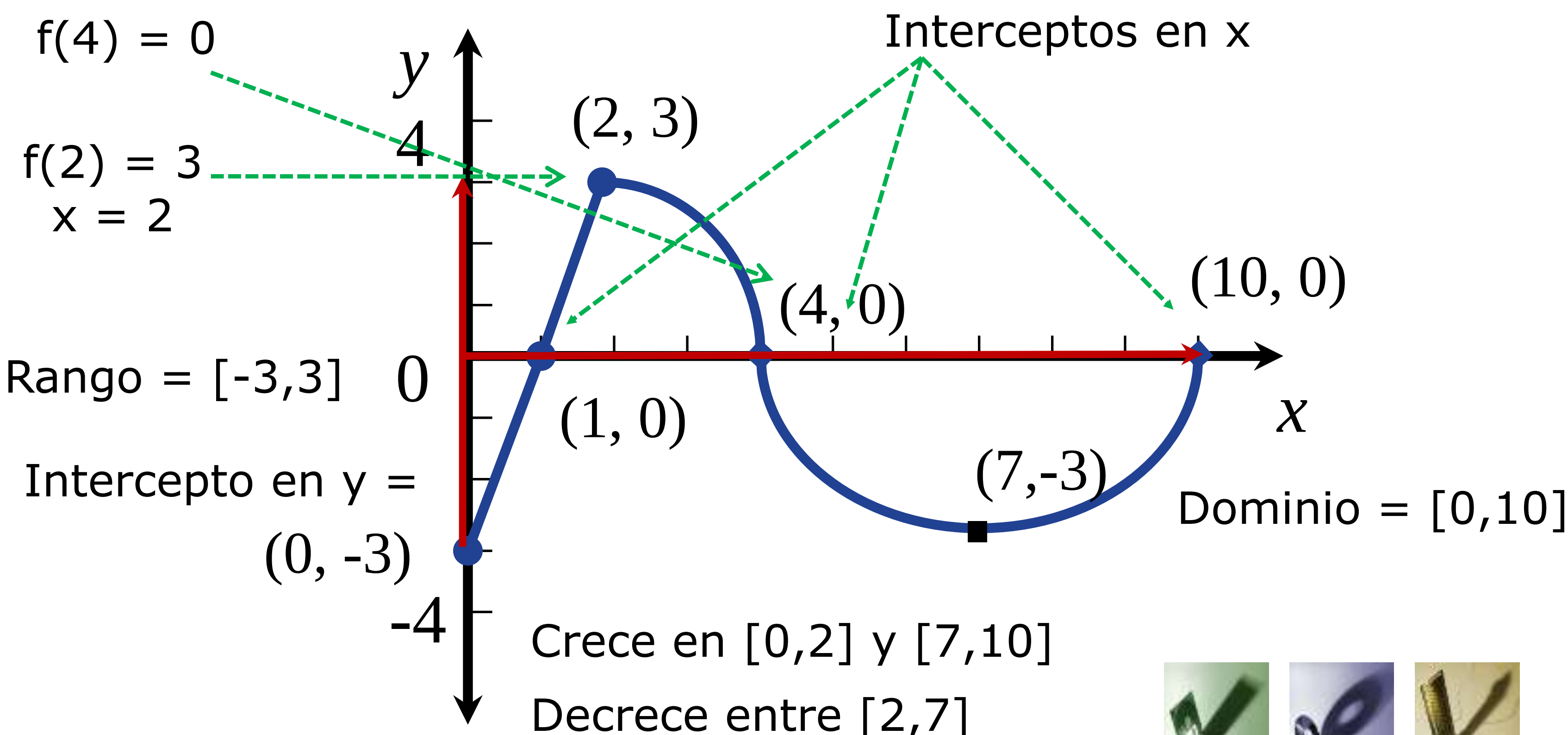
- Permite del menú Function:
  - Graficar funciones (Insert Function)
  - Conjunto de puntos (Insert point series)
  - Aproximar un conjunto de puntos por una gráfica (Insert trendline)
  - Relaciones (Insert relation)


Bajar de: [http://www.padowan.dk/graph/](http://www.padowan.dk/graph/)

# Interpretación de la gráfica

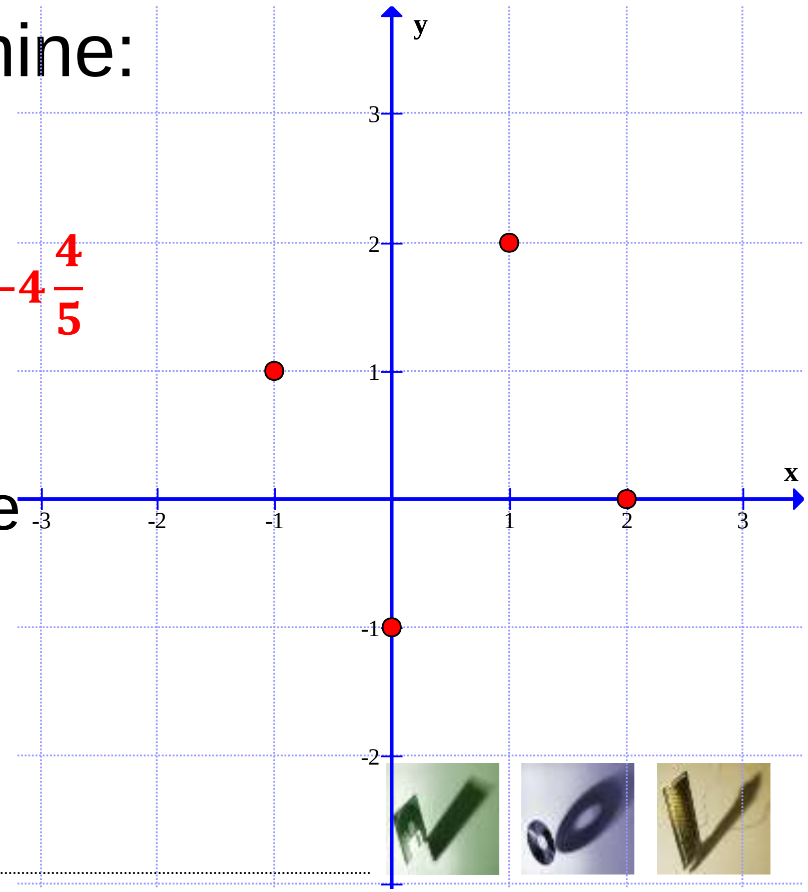
De la gráfica de la función f siguiente,

a) Determine f(4).
b) Determine x, si que f(x) = 3
c) Determine el dominio, recorrido e interceptos.
d) Determine dónde crece y decrece



# Ejercicio #1

1. Si f = {(-2, 1), (1, -5), (3, 2)} determine:
   - f(1) = - 5
   - Dominio de f = {- 2, 1, 3}
2. Si $g(x) = \frac{2}{5}x - 6$ determine:
   - g(10)$= \frac{2}{5}(10) - 6 = 4 - 6$ = - 2
   - g(3) $= \frac{2}{5}(3) - 6 = \frac{6}{5} - 6 = \frac{-24}{5} = -4\,\frac{4}{5}$
   - $g(\sqrt[3]{5}) = \frac{2}{5}(\sqrt[3]{5}) - 6 = \frac{2\sqrt[3]{5}}{5} - 6$
3. De la gráfica de f, determine
   - f(2) **= 0**
   - f(0) **= -1**
   - f(-1) **= 1**

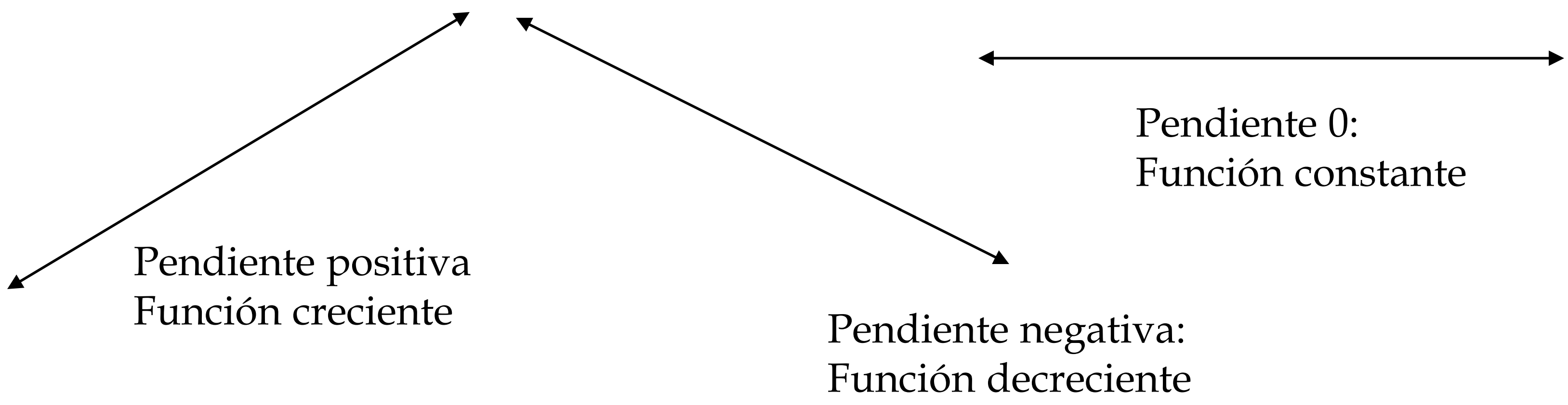


# La Función Lineal

- La función lineal es la función de la forma:

$$f(x) = mx + b$$

- La gráfica de una función lineal es la recta con pendiente *m*, intercepto en y en (0,b).
- Tres tipos de funciones lineales:



# Pendiente (Slope)

- Sea $(x_1, y_1)$ y $(x_2, y_2)$ dos puntos en una recta tal que $x_1 \neq x_2$. Entonces, la **pendiente (m)** de la recta que pasar por estos puntos está definida como:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Si $x_1 = x_2$ entonces la recta es una línea vertical y la pendiente no está definida.
- Ejemplo: Determine la pendiente de la recta que pasa por los puntos (1,3) y (4,5):

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(5)-(3)}{(4)-(1)} = \frac{2}{3}$$

# Algunos datos para recordar …

- Si m es la pendiente de una recta que pasa por el punto $(x_1, y_1)$. Entonces, su ecuación se puede expresar como: … (***pendiente-punto***)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

- Ejemplo: Si una recta tiene pendiente -3 y pasa por el punto (-1, 2) entonces su ecuación es:

$$y - 2 = (-3)(x - (-1))$$

$$y - 2 = -3(x + 1)$$

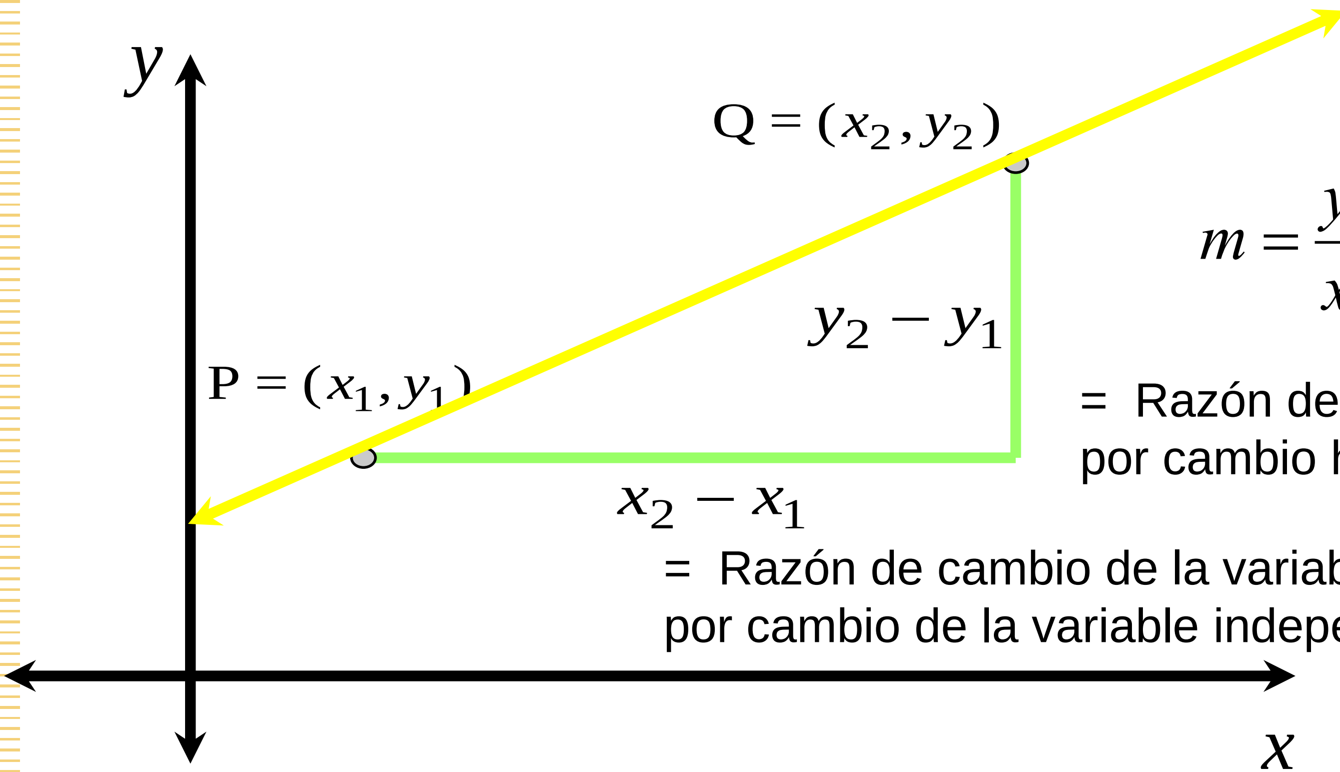
$$y - 2 = -3x - 3$$

$$y = -3x - 1$$

Nota: Esta última forma de expresar la ecuación de una recta se llama ***pendiente-intercepto*** ya que su intercepto en y será (0,-1).

# Interpretación gráfica de la pendiente

- La pendiente se puede ver como la razón de cambio vertical ($y_2 - y_1$) sobre la razón de cambio horizontal ($x_2 - x_1$).




$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

= Razón de cambio vertical por cambio horizontal

= Razón de cambio de la variable dependiente por cambio de la variable independiente.

# Ejemplo 1

- Determine la ecuación de la recta que pasa por los puntos (-1,-2) (3,2)
- Solución:
  - Determine pendiente: $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{2-(-2)}{3-(-1)} = \dfrac{4}{4} = 1$
  - Sustituya la pendiente m = 1 y cualquiera de los puntos en la ecuación **de la forma pendiente punto**.

$$y - y_1 = m\left(x - x_1\right)$$

$$y-(-2) = (1)\left(x-(-1)\right) \qquad\qquad y-2 = (1)\left(x-3\right)$$

$$y+2 = x+1 \qquad\qquad y-2 = x-3$$

$$y = x+1-2 \qquad\qquad y = x-3+2$$

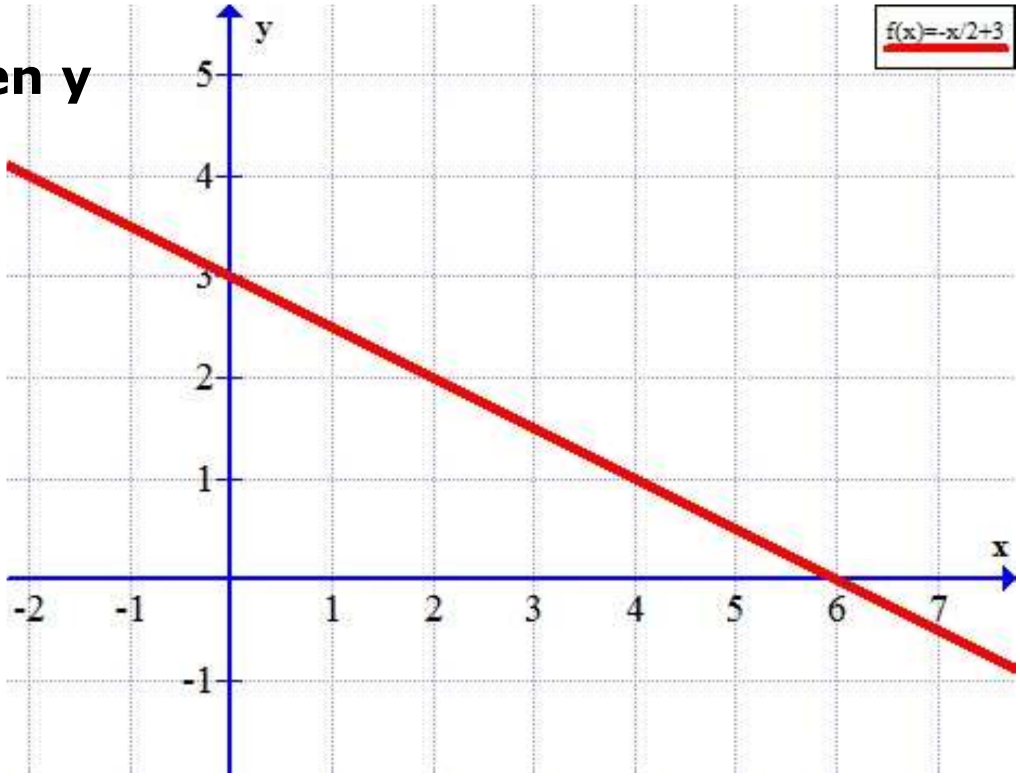
$$y = x-1 \longleftrightarrow y = x-1$$

# Ejemplo 2

- Bosqueje la gráfica de: $f(x) = -\dfrac{1}{2}x + 3$. Luego, determine el intercepto en x.
- Solución:

**Pendiente** **Intercepto en y**

$-\dfrac{1}{2}$ $(0,3)$




¿Cuál es el intercepto en $x$?

Es equivalente a preguntar:
¿Para cuál valor de $x$ ….

$$f(x) = 0 \quad ?$$

$$0 = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$\frac{1}{2}x = 3$$

$$x = 6$$

**Intercepto en x** = (6, 0)

# Interpretación de la pendiente como razón de cambio

- En una relación lineal $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{mx} + \boldsymbol{b}$ , la pendiente $\boldsymbol{m}$ representa:
  - **la razón de cambio promedio** de $y$ con respecto al cambio en en $x$.
  - Que $\boldsymbol{y}$ **cambiará** $\boldsymbol{m}$ unidades **por cada unidad adicional** de $\boldsymbol{x}$ .
- Ejemplos:
  - Si $\boldsymbol{y}$ es la población de una especie en una región cada $\boldsymbol{x}$ meses. Entonces, la pendiente indica cuántas especies cambiará por cada mes adicional que pase.
  - Si $\boldsymbol{y}$ es el costo de producir $\boldsymbol{x}$ artículos. Entonces, la pendiente indica cuánto cambiará el costo por producir un artículo adicional.
  - Si $\boldsymbol{y}$ es el número de artículos que se vendarán a un precio $\boldsymbol{x}$. Entonces, la pendiente indica cuántos artículos más (o menos) se venderán al subir el precio por un dolar adicional

# Modelaje a través de funciones

- Un fabricante puede vender 300 unidades de su producto al mes a un costo de $20 por unidad y 500 unidades a un costo de $15 por unidad. Exprese la demanda del mercado mensual como una función del precio por unidad, suponiendo que es una función lineal. (Demanda es el número de unidades de un producto que el público está dispuesto a pagar a un precio establecido)

Solución:

- Sea $N$ el número de unidades del producto que pueden venderse mensualmente a un precio $p$ por unidad.
- Cuando $p$ = 20, $N$ = 300 y cuando $p$ = 15, $N$ = 500
- Si $N$ define una función lineal de $p$, entonces la función se puede expresar como una ecuación de la forma:

$$N = mp + b$$

donde $m$ es la pendiente y $b$ es el intercepto

# Modelaje …

*Como* $p$ = 20, $N$ = 300 y cuando $p$ = 15, $N$ = 500

$$m = \frac{500 - 300}{15 - 20} = -40$$

- La pendiente -40 representa el cuántas unidades menos (negativo) se venderán por cada dólar que se aumente.
- Usando la forma pendiente-punto, la ecuación de una recta …:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$N - 300 = -40(p - 20)$$

$$N - 300 = -40p - 800$$

$$N = -40p - 800 + 300$$

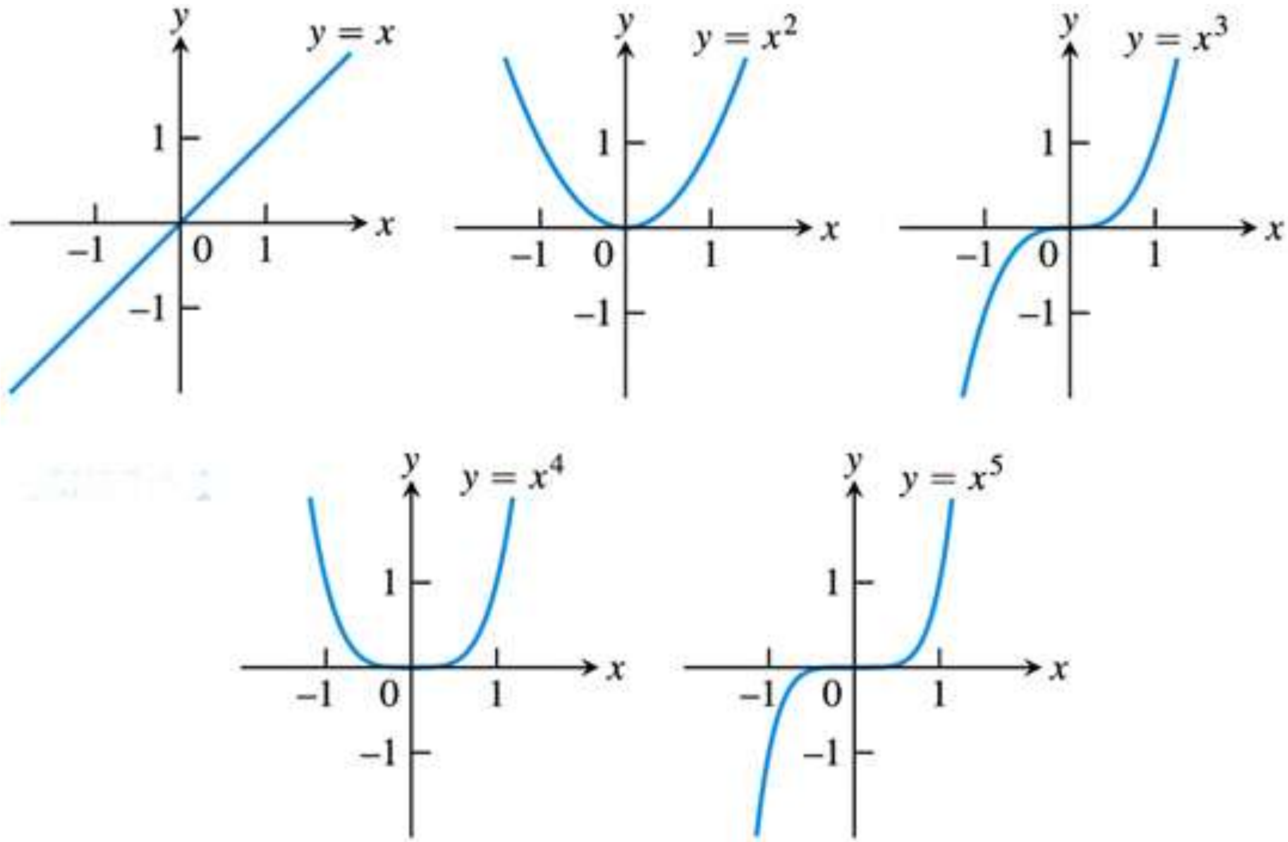
$$N = -40p - 500$$

- La función demanda a base del precio es:

$$N(p) = -40p - 500$$

# Funciones potencias $f(x) = x^n$

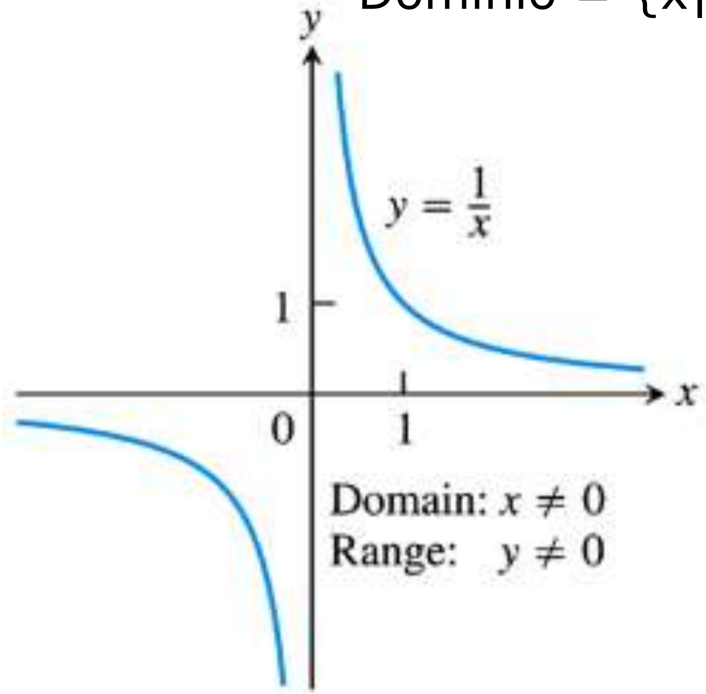
Gráficas de $f(x) = x^n$, n = n = 1, 2, 3, …

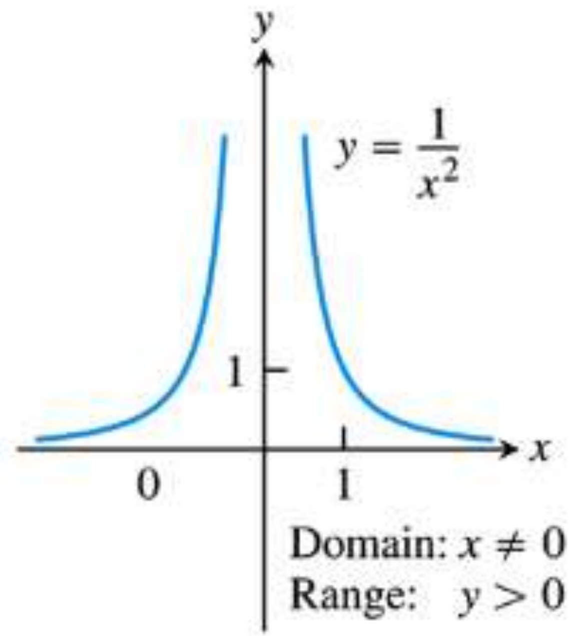



Dominio = (-infinito, infinito)

# Funciones potencias $f(x) = x^{-n}$

Dominio = {x|x distinto de 0}




Gráficas de $f(x) = x^{-n}$ n = 1, 3, … impar tienen un parecido.

Gráficas de $f(x) = x^{n}$ n = 2, 4, … par tienen un parecido.

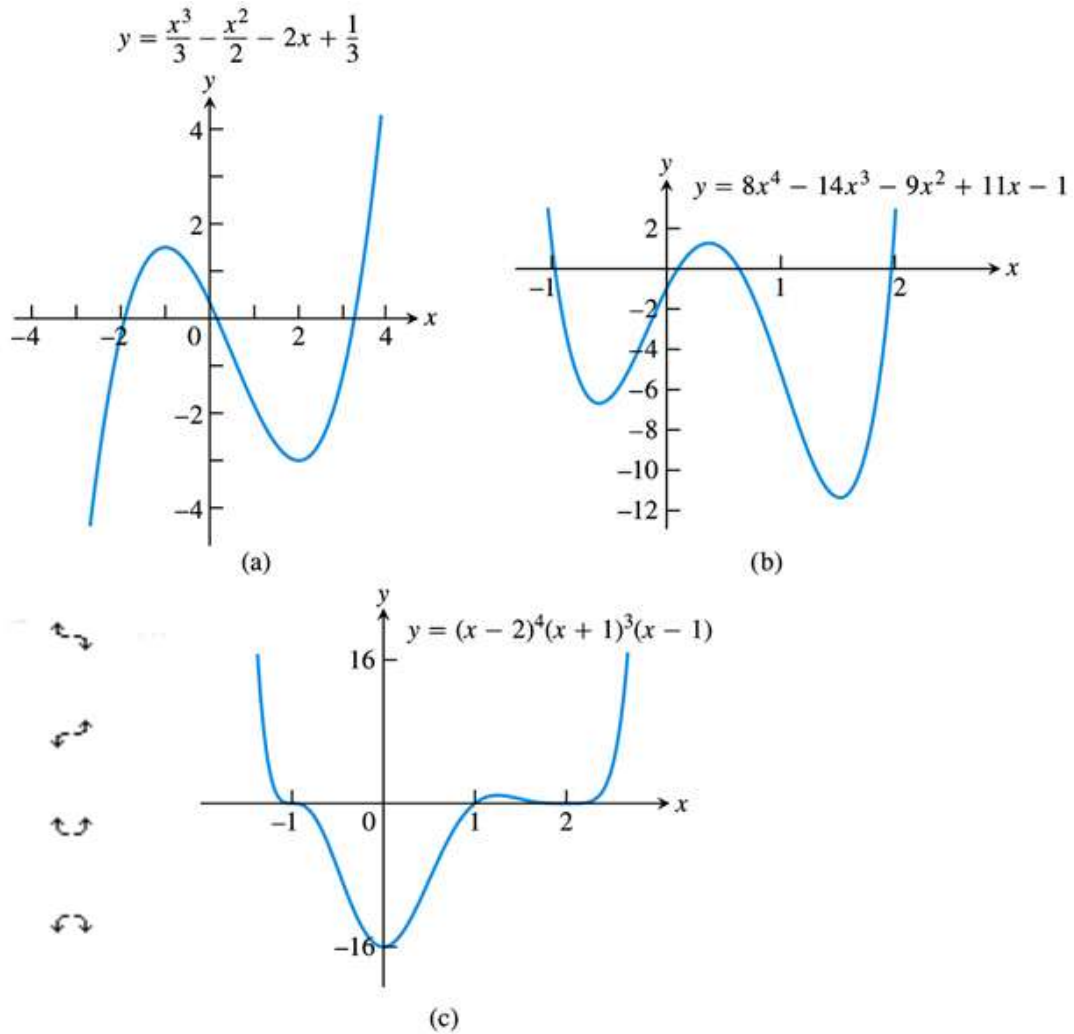
# Funciones Polinómicas

Funciones de la forma:

$$f(x) = P(x)$$

Donde *P(x)* es un polinomio.

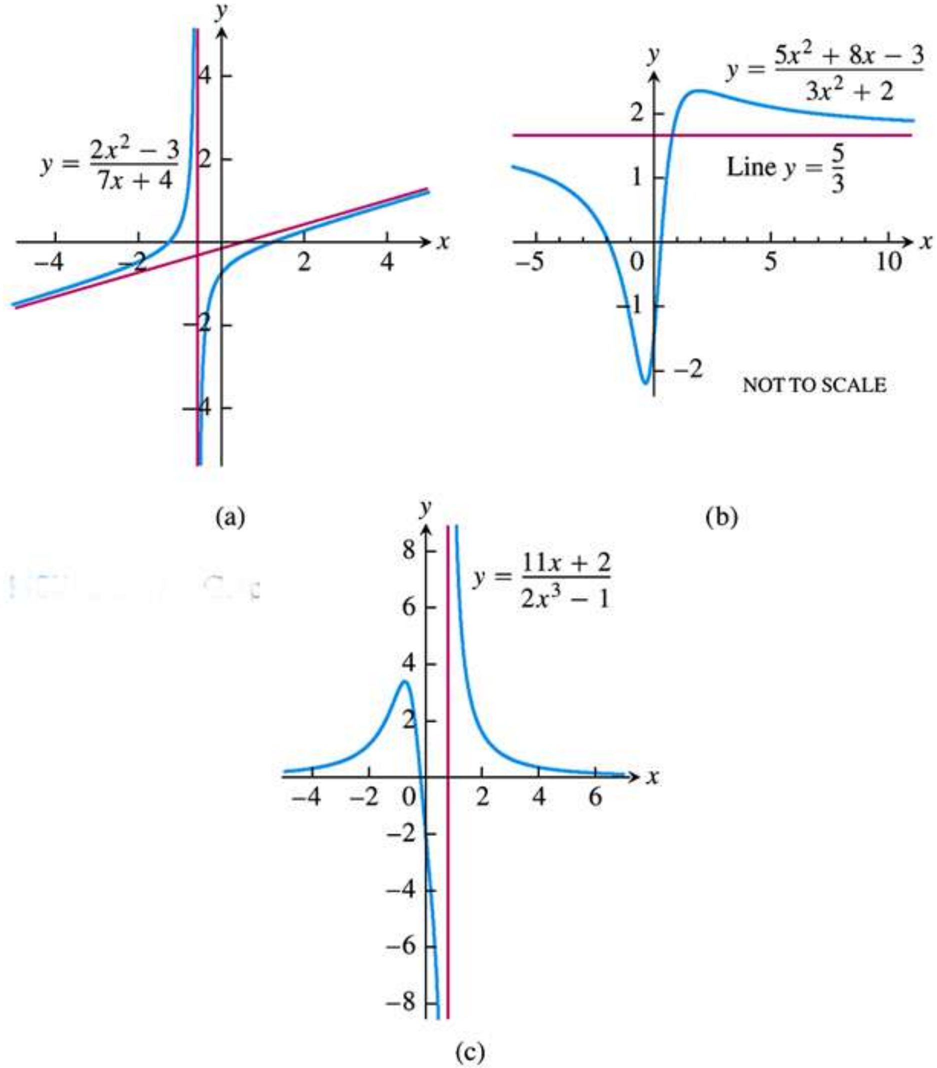
Los extremos de las gráficas de las funciones polinómicas se parecen de acuerdo a la paridad de su grado y el signo del coeficiente que determina su grado.



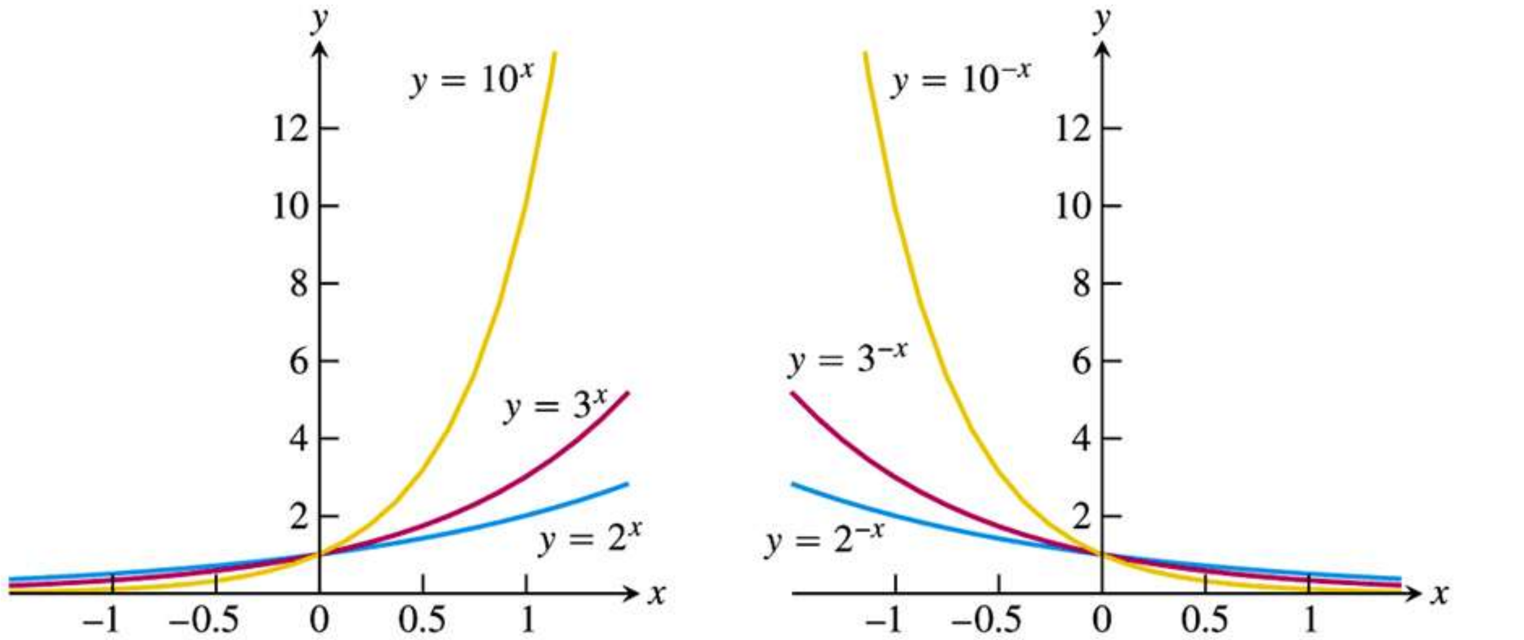
# Funciones Racionales

Funciones compuesta del cociente de dos polinomios. Esto es, de la forma:

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$



# Funciones Exponenciales: $f(x) = a^x$




(a) $y = 2^x, y = 3^x, y = 10^x$ (b) $y = 2^{-x}, y = 3^{-x}, y = 10^{-x}$

Si $f(x) = 3^x$

$$f(-5.8) = 3^{-5.8} \approx 0.001708822$$

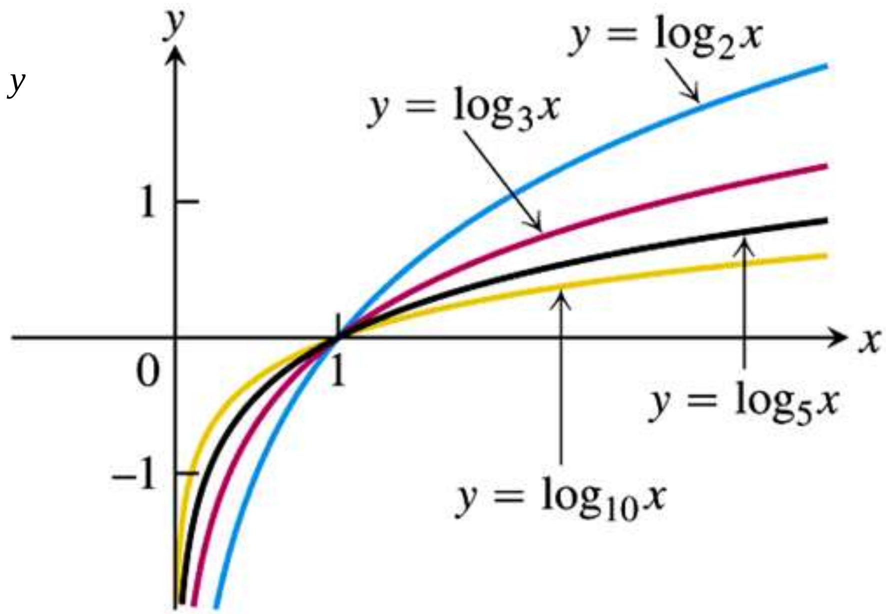
$$f(4) = 3^4 = 81$$

$$f(1.25) = 3^{1.25} \approx 3.948222039$$

# Funciones Logarítmicas:
# $f(x) = \log_a x$

$$y = \log_a x \quad \text{si y sólo si} \quad x = a^y$$

En GRAPH entre **log(x)** para la función con base 10 y use el formato **logb(x, *a*)** para la función con base *a* y entre **ln(x)** para la función con base e




$$\text{Si } f(x) = \log x$$

$$f(100) = \log 100 = 2$$

$$f(5) = \log 5 \approx 0.698970004$$

$$\text{Si } f(x) = \log_3 x$$

$$f(3) = \log_3 81 = 4$$

$$f(5) = \log_3 5$$

$$= \frac{\log 5}{\log 3} \approx 1.464973521$$

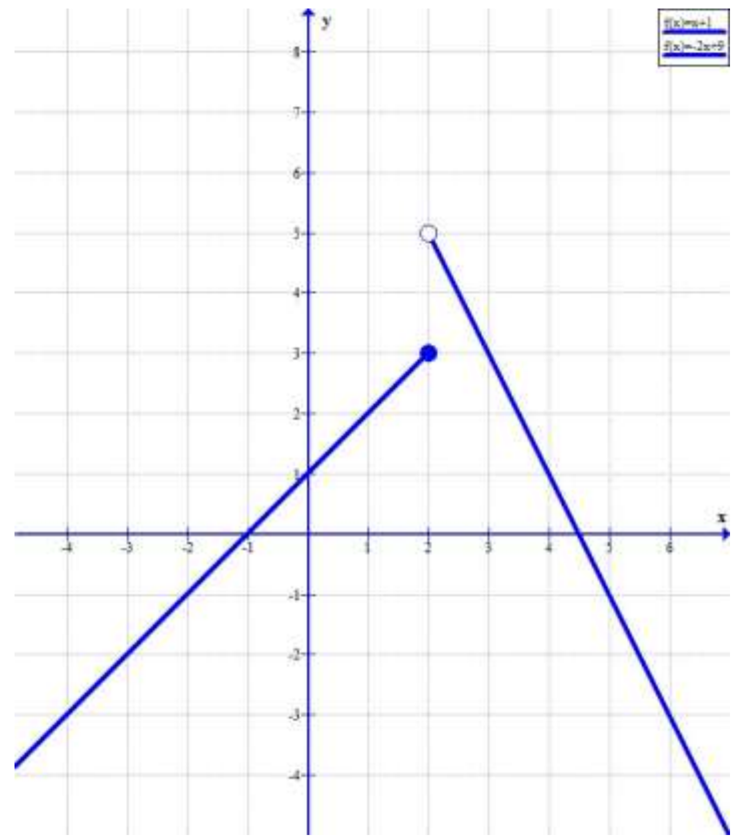
$$\text{Si } f(x) = \ln x$$

$$f(1) = \ln 1 = 0$$

$$f(5) = \ln 5 \approx 1.609437912$$

# Funciones por partes

- Si $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \le 2 \\ -2x+9 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ determine f(-1), f(2), f(4) y sus interceptos, si los tiene.




- Solución:

  **f(-1)** = (-1) + 1 = 0
  **f(2)** = (2) + 1 = 3
  **f(3)** = -2(4) + 9 = 1

  Si x = 0, entonces f(0) = (0) + 1 = 1
  **Intercepto en y** es **(0,1)**
  Si f(x) = 0, entonces

  | | |
  |---|---|
  | 0 = x +1 | 0 = -2x + 9 |
  | x = -1 | x = 4.5 |

**Interceptos en x** son **(-1, 0)** , **(4.5, 0)**