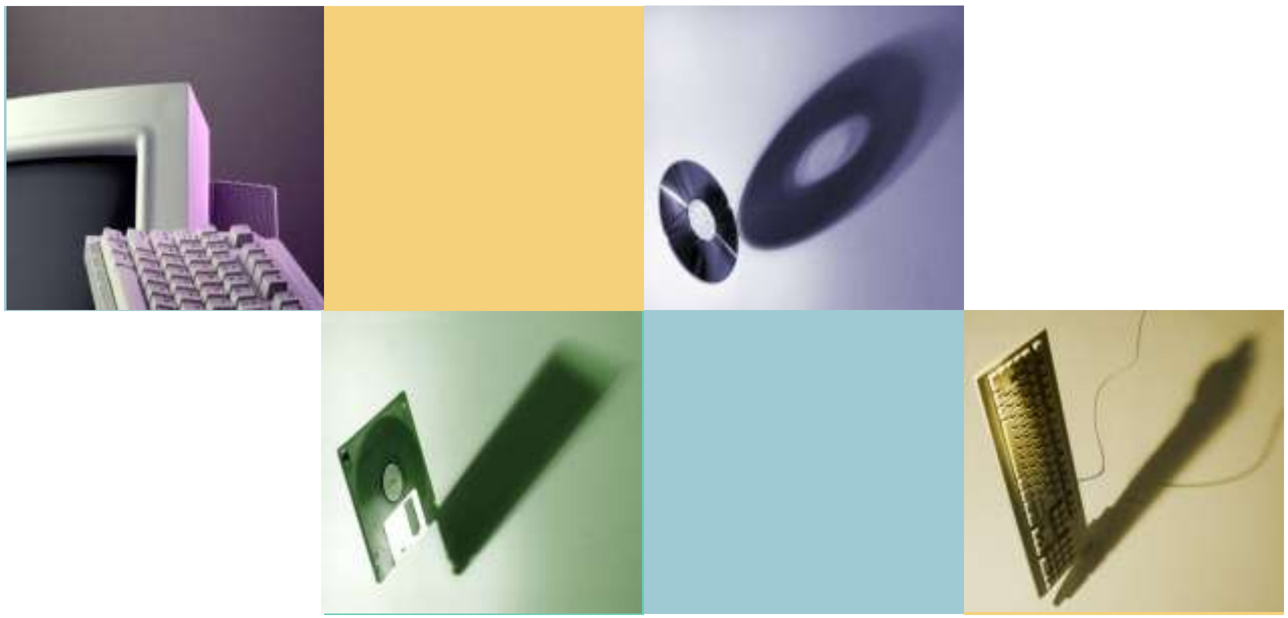
Unidad 2 – Lección 2.2



Las reglas del producto y el cociente

Actividades 2.2

- **Referencia**: Section 12.1: Derivadas de Productos y Cocientes; Estudie Ejemplos del 1 al 7. Realice ejercicios de practica impares del 1 al 45 de las páginas 502-503 (4ta Ed. Páginas 509-510)
- **Asignación 2.2:** Página 503 (4ta Ed. Página 510)**,** Resuelva problemas 36, 40 y 45.
- Referencias del Web:
  - Tutorials for the Calculus Phobe – Product Rule , Quotient Rule
  - Lea el tutorial titulado **Product Rule** Tutorial. Luego, realice los ejercicios de práctica en Drill.
  - Lea el tutorial titulado **Quotient Rule** Tutorial. Luego, realice los ejercicios de práctica Drill.

Objetivos

- Usar las reglas de diferenciación para calcular la derivada del producto de dos funciones.
- Usar las reglas de diferenciación para calcular la derivada del cociente de dos funciones.

Regla del Producto

$$\text{Si } f(x) = u(x) \cdot v(x) \text{ entonces,}$$

$$(uv)' = uv' + vu'$$

Ejemplo 1

Ejemplo: Calcule $\dfrac{d}{dx}\left[(\sqrt{x}+3)(x^2-5x)\right]=\dfrac{d}{dx}\left[(x^{\frac{1}{2}}+3)(x^2-5x)\right]$

$$(uv)' = uv' + vu'$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = (x^{\frac{1}{2}}+3)(2x-5) + (x^2-5x)(\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}})$$

$$= (2x^{\frac{3}{2}} - 5x^{\frac{1}{2}} + 6x - 15) + (\frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}} - \frac{5}{2}x^{\frac{1}{2}})$$

$$= \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} - \frac{15}{2}x^{\frac{1}{2}} + 6x - 15$$

$$= \frac{5}{2}x\sqrt{x} - \frac{15}{2}\sqrt{x} + 6x - 15$$

Ejercicios #1

a) Calcule $\frac{dy}{dx}$ si $y=\left(x^2+3\right)\left(x+1\right)$

$$=\left(x^2+3\right)\left(1\right)+\left(x+1\right)\left(2x\right)$$

$$=x^2+2x^2+2x+3$$

$$=3x^2+2x+3$$

b) $\frac{d}{du}\left(u+\frac{3}{u}\right)\left(u^2-1\right)=\left(u+\frac{3}{u}\right)\left(2u\right)+\left(u^2-1\right)\left(1-\frac{3}{u^2}\right)$

$$=\left(2u^2+6\right)+\left(u^2-3-1+\frac{3}{u^2}\right)$$

$$=3u^2+2+\frac{3}{u^2}$$

Regla del Cociente

Si $f(x) = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ entonces,

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$$

Ejemplo 2

Ejemplo: Calcule la derivada de: $f(x) = \dfrac{2x-1}{4x+3}$

$$f'(x) = \frac{vu' - uv'}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{(4x+3)(2)-(2x-1)(4)}{(4x+3)^2}$$

$$= \frac{8x+6-8x+4}{(4x+3)^2}$$

$$= \frac{10}{(4x+3)^2}$$

Ejemplo 3

Ejemplo: Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(t)=\dfrac{5t}{2-3t}$ por el punto (1, -5).

$$f'(t)=\frac{(2-3t)\frac{d}{dt}5t-5t\frac{d}{dt}(2-3t)}{(2-3t)^2}=\frac{(2-3t)(5)-5t(-3)}{(2-3t)^2}$$

$$=\frac{10}{(2-3t)^2}$$

$$\text{pendiente m}=f'(1)=\frac{10}{(2-3(1))^2}=10$$

La ecuación de la recta tangente por el punto (1, -5) es: $y+5=10(t-1)$

$$y=10t-15$$

Ejemplo 4

- El producto nacional bruto (PNB) de un país es el valor de todos los bienes y servicios producidos en un año. Asuma que el PNB está aumentando con el tiempo de acuerdo a la fórmula en miles de millones de dólares: $PNB(t) = 100 + t$
- La población P en millones en un instante t es dado por: $P(t) = 75 + 2t$
- Si el ingreso per cápita es dado por: $I = \dfrac{PNB}{P}$
- Encuentre **la tasa de cambio del ingreso per cápita** en el instante t.



Solución del Ejemplo 4

- Como $$I(t) = \frac{PNB}{P} = \frac{100 + t}{75 + 2t}$$

$$I'(t) = \frac{(75 + 2t)(1) - (100 + t)(2)}{(75 + 2t)^2}$$

$$= \frac{-125}{(75 + 2t)^2}$$

- La tasa de cambio del ingreso per cápita está dado por:

$$I'(t) = \frac{-125}{(75 + 2t)^2}$$

Ejemplo 5

- Un estudio sobre el ingreso per cápita I de un país sobre un periodo de 12 años encuentra que el mismo es dado por la función: $I(t) = \frac{-(t+10)}{t+1.5} + 8$
- Use GRAPH para graficar el ingreso (I) por cápita entre t=0 y t=12.
- Además, use GRAPH para graficar y calcular su derivada.

Solución: Active GRAPH, entre función como :

-(*x*+10)/(*x*+1.5)+8

y entre parámetros de 0 a 12

Solución Ejemplo 5 …

- Seleccione función y seleccione:

  Insert $\frac{dy}{dx} f'(x)$

$f'(x)$

= (-(x+1.5)-(-(x+10)))/(x+1.5)^2

= ((-x-1.5)-(-x-10)))/(x+1.5)^2

= (-x-1.5+x+10)/(x+1.5)^2

= 8.5/(x+1.5)^2

$$f' = \frac{8.5}{(x+1.5)^2}$$