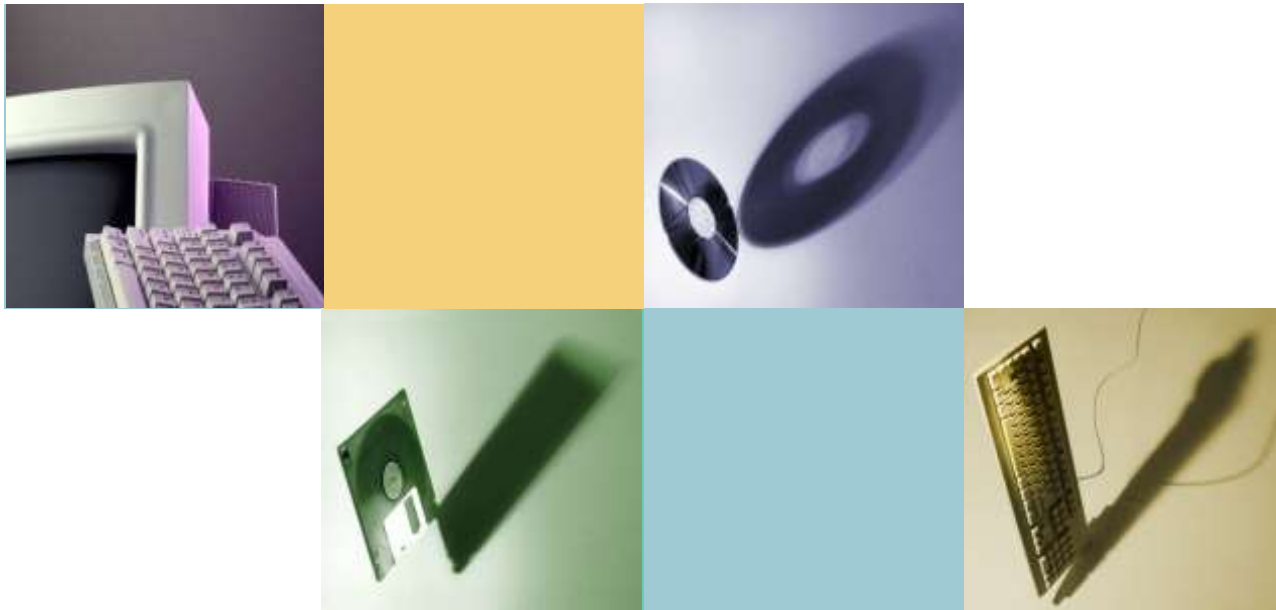


Diferenciación Implícita



MATE 3031 – Cálculo 1

Actividades 2.3

- **Referencia:** Sección 2.5 Derivación implícita, Ver ejemplos 1 al 8
- **Ejercicios de Práctica:** Páginas: Impares 1 – 39
- **Asignación 2.3:** problema 12, 26, 32
- **Referencias del Web**
- JGRAhumada – [Diferenciación Implícita](#)
- Khan Academy – [Diferenciación Implícita](#); Haga ejercicios de Diferenciación Implícita.
- You Tube: Julioprofe [Derivación Implícita](#): [Derivación Logarítmica](#)
- Visual Calculus – Implicit Differentiation
 - [Tutorial](#) on [Implicit differentiation](#).
- SOS Math – [Implicit Differentiation](#)



Ejemplo 1

- Calcule $\frac{dy}{dx}$:

$$y^2 = x$$

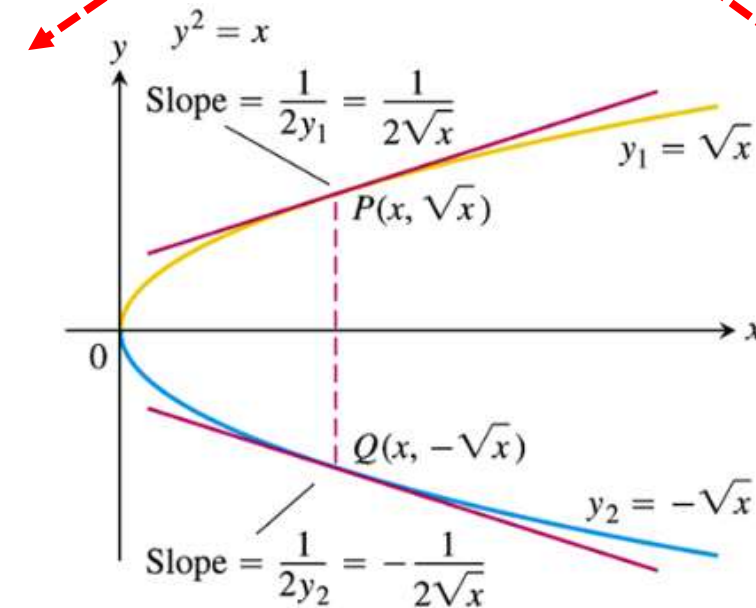
Diferenciación implícita

- Solución:

$$y = \pm\sqrt{x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \sqrt{x} \\ y = -\sqrt{x} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \end{array} \right\}$$



$$\frac{d}{dx} y^2 = \frac{d}{dx} x$$

$$2y \frac{dy}{dx} = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y}$$



Ejemplo 2

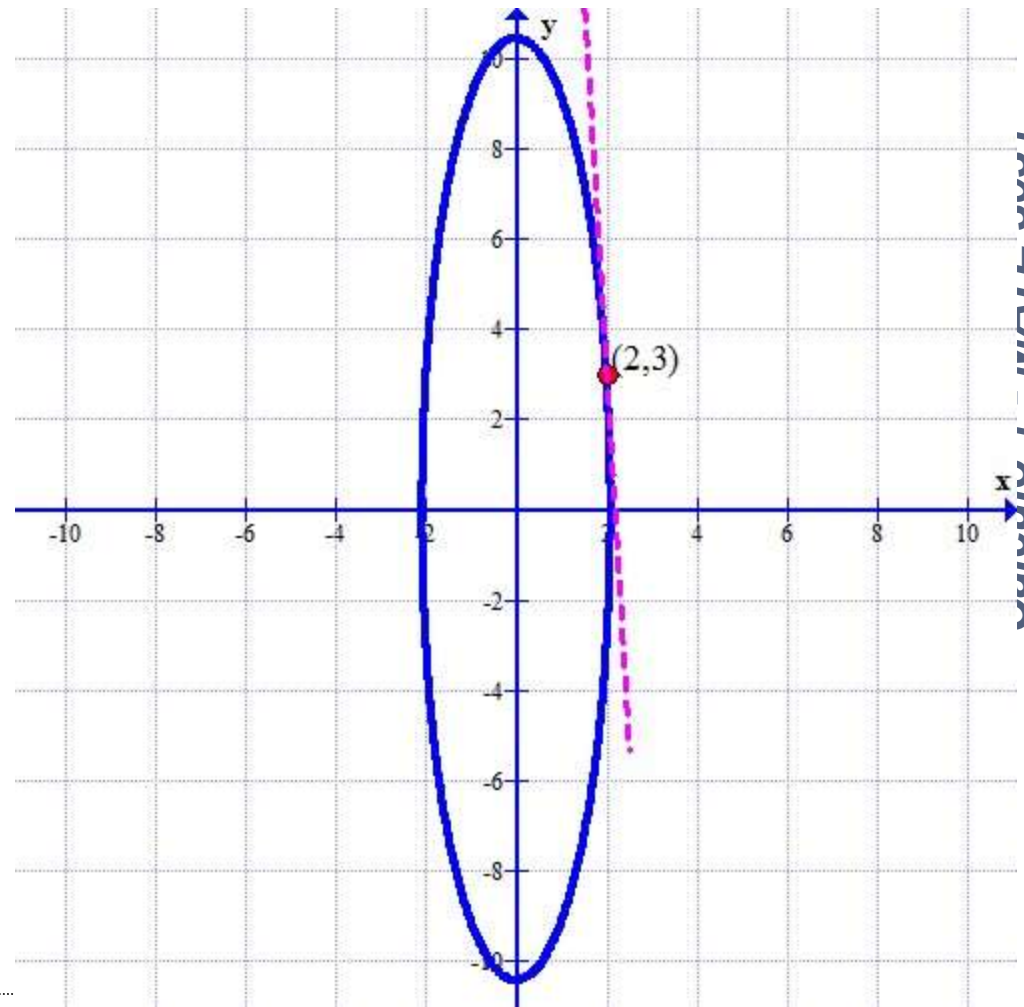
- Determine la ecuación de la recta tangente por el punto (2, 3) por la gráfica de la ecuación: $25x^2 + y^2 = 109$

Paso 1: Hallar pendiente de la recta tangente calculando:

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2, y=3}$$

Paso 2: Hallar ecuación sustituyendo pendiente punto en la forma de ecuación-punto

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



Ejemplo 2 ...

Paso 1: Hallar pendiente de la recta tangente calculando:

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2, y=3}$$

$$\frac{d}{dx}(25x^2 + y^2) = \frac{d}{dx}(109)$$

$$50x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$2y \frac{dy}{dx} = -50x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-50x}{2y} = \frac{-25x}{y}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{(2,3)} = \frac{-25(2)}{(3)} = \frac{-50}{3}$$

Paso 2: Hallar ecuación sustituyendo pendiente punto en la forma de ecuación-punto

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{-50}{3}(x - 2)$$

$$y = \frac{-50}{3}x + \frac{109}{3}$$



Ejemplo 3

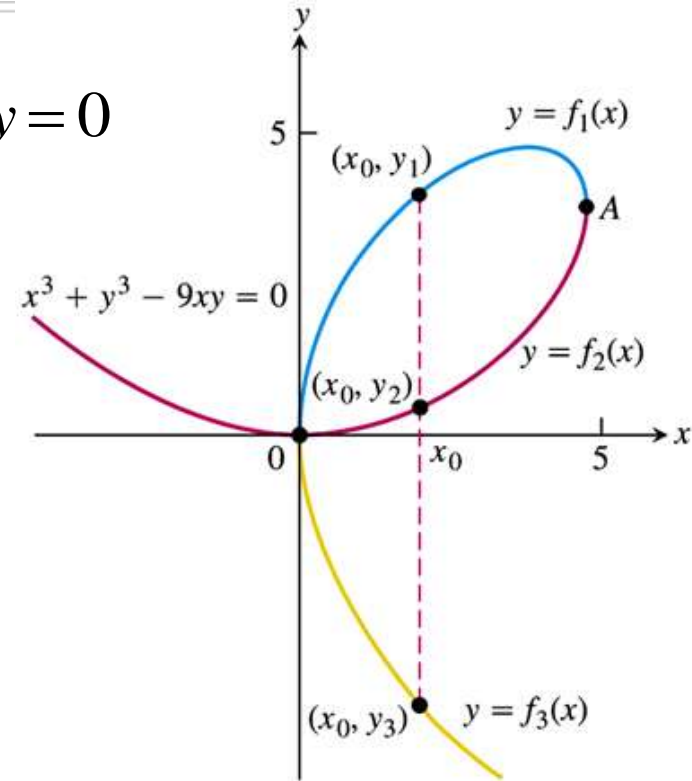
- Calcule $\frac{dy}{dx}$ si la ecuación: $x^3 + y^3 - 9xy = 0$
- Solución:

$$\frac{d}{dx} [x^3 + y^3 - 9xy] = \frac{d}{dx} 0$$

$$\frac{d}{dx} x^3 + \frac{d}{dx} y^3 - 9 \frac{d}{dx} xy = \frac{d}{dx} 0$$

$$3x^2 + 3y^2 \frac{dy}{dx} - 9 \left(x \frac{dy}{dx} + y \frac{d}{dx} x \right) = 0$$

$$3x^2 + 3y^2 \frac{dy}{dx} - 9x \frac{dy}{dx} - 9y = 0$$



Ejemplo 3 ...

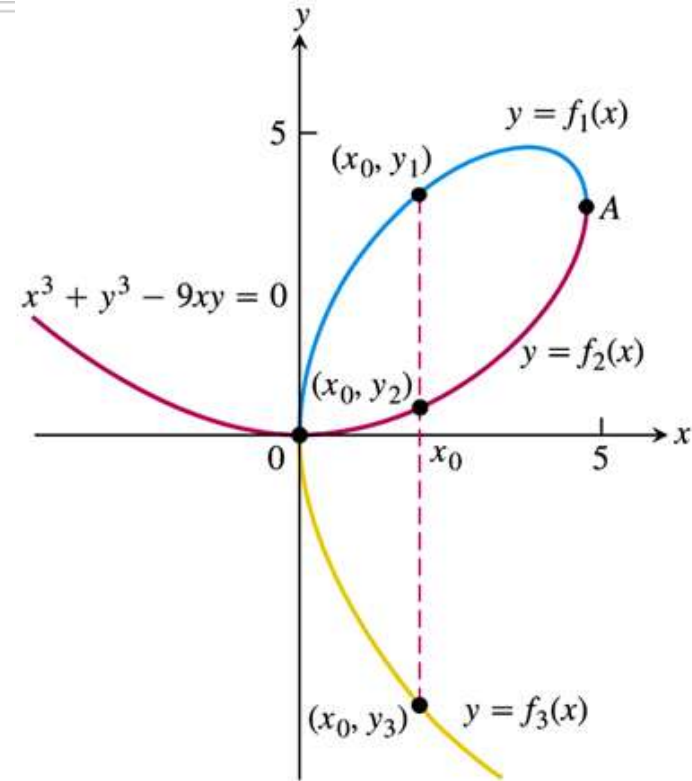
$$3x^2 + 3y^2 \frac{dy}{dx} - 9x \frac{dy}{dx} - 9y = 0$$



$$3y^2 \frac{dy}{dx} - 9x \frac{dy}{dx} = -3x^2 + 9y$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot (3y^2 - 9x) = -3x^2 + 9y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3(-x^2 + 3y)}{3(y^2 - 3x)} = \frac{3y - x^2}{y^2 - 3x}$$



Ci



Ejemplo 4

- Calcule $\frac{dy}{dx}$ si la ecuación $\sin x + \cos y = \sin x \cos y$:

- Solución:
$$\frac{d}{dx}(\sin x + \cos y) = \frac{d}{dx}(\sin x \cos y)$$

$$\frac{d}{dx} \sin x + \frac{d}{dx} \cos y = \sin x \frac{d}{dx} \cos y + \cos y \frac{d}{dx} \sin x$$

$$\cos x - \sin y \frac{dy}{dx} = \sin x \cdot \left(-\sin y \frac{dy}{dx}\right) + \cos y \cos x$$

$$\cos x - \sin y \frac{dy}{dx} = -\sin x \sin y \frac{dy}{dx} + \cos y \cos x$$

$$\sin x \sin y \frac{dy}{dx} - \sin y \frac{dy}{dx} = \cos y \cos x - \cos x$$

$$\sin y \frac{dy}{dx} (\sin x - 1) = \cos x (\cos y - 1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x (\cos y - 1)}{\sin y (\sin x - 1)}$$



Ejemplo 5

- Asuma que la ecuación $x^6 = \cot y$ define una función diferenciable de x , encuentre dy/dx :

$$\frac{d}{dx} x^6 = \frac{d}{dx} \cot y$$

$$6x^5 = -\csc^2 y \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{6x^5}{-\csc^2 y} = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-6x^5}{\csc^2 y}$$



Ejercicios #1

Calcule $\frac{dy}{dx}$ si $x^2 - 3xy + y^2 = -1$

Solución: $\frac{d}{dx}(x^2 - 3xy + y^2) = \frac{d}{dx}(-1)$

$$\frac{d}{dx}x^2 - 3\frac{d}{dx}xy + \frac{d}{dx}y^2 = 0$$

$$2x - 3\left(x\frac{dy}{dx} + y\right) + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$-3x\frac{dy}{dx} + 2y\frac{dy}{dx} = 3y - 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3y - 2x}{2y - 3x}$$



Ejercicio #2

- Calcule la ecuación de la recta tangente por el punto (3,4) a la gráfica de $(y-5)^5 = x^2 + 2xy - 33$

$$\frac{d}{dx}(y-5)^5 = \frac{d}{dx}(x^2 + 2xy - 33)$$

$$5(y-5)^4 \frac{dy}{dx} = 2x + 2 \frac{d}{dx}(xy)$$

$$5(y-5)^4 \frac{dy}{dx} = 2x + 2\left(x \frac{dy}{dx} + y\right)$$

$$5(y-5)^4 \frac{dy}{dx} = 2x + 2x \frac{dy}{dx} + 2y$$

$$5(y-5)^4 \frac{dy}{dx} - 2x \frac{dy}{dx} = 2x + 2y$$

$$\frac{dy}{dx} [5(y-5)^4 - 2x] = 2(x+y)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2(x+y)}{[5(y-5)^4 - 2x]}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{(3,4)} = \frac{2(3+4)}{[5(4-5)^4 - 2(3)]} = -14$$

Sustituyendo la pendiente y punto en la ecuación de una recta:

$$y - 4 = -14(x - 3)$$

$$y = -14x + 46$$



Ejercicios del Libro

- Encuentre dy/dx

1. $x^2 + y^2 = 9$

3. $x^{1/2} + y^{1/2} = 16$

5. $x^3 - xy + y^2 = 7$

7. $x^3y^3 - y = x$

9. $x^3 - 3x^2y + 2xy^2 = 12$

11. $\sin x + 2 \cos 2y = 1$

13. $\sin x = x(1 + \tan y)$

15. $y = \sin xy$

2. $x^2 - y^2 = 25$

4. $2x^3 + 3y^3 = 64$

6. $x^2y + y^2x = -2$

8. $\sqrt{xy} = x^2y + 1$

10. $4 \cos x \sin y = 1$

12. $(\sin \pi x + \cos \pi y)^2 = 2$

14. $\cot y = x - y$

16. $x = \sec \frac{1}{y}$



Ejercicios del Libro ...

- Encuentre dy/dx en el punto indicado

21. $xy = 6, (-6, -1)$

22. $y^3 - x^2 = 4, (2, 2)$

23. $y^2 = \frac{x^2 - 49}{x^2 + 49}, (7, 0)$

24. $x^{2/3} + y^{2/3} = 5, (8, 1)$

25. $(x + y)^3 = x^3 + y^3, (-1, 1)$

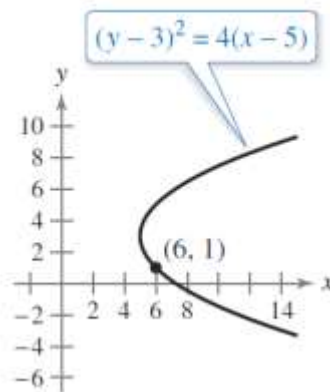
26. $x^3 + y^3 = 6xy - 1, (2, 3)$

27. $\tan(x + y) = x, (0, 0)$

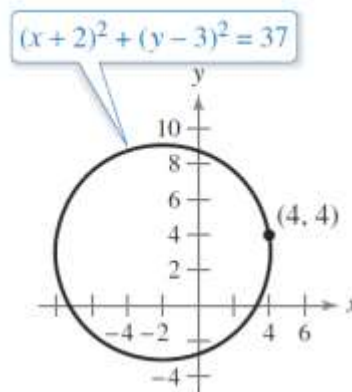
28. $x \cos y = 1, \left(2, \frac{\pi}{3}\right)$

Encuentre la ecuación de la recta tangente por el punto indicado

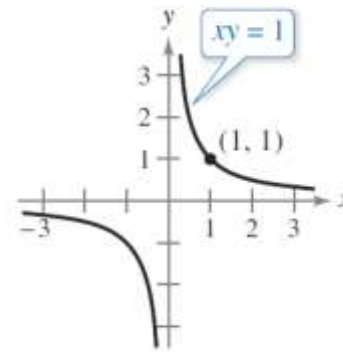
33. Parabola



34. Circle



35. Rotated hyperbola



36. Rotated ellipse

