

Universidad de Puerto Rico en Carolina Decanato de Asuntos Académicos Departamento de Ciencias Naturales Matemática



PRONTUARIO

Título: Precálculo I

Codificación: MATE 3171

Horas/crédito: Tres (3) créditos

Horas contacto: 45 horas por cuatrimestre

Prerequisitos: Ninguno

Correquisitos y

otros requerimientos: Ninguno

Descripción del curso: Sistemas de números reales, ecuaciones, desigualdades, plano

cartesiano, distancia, punto medio, círculo, rectas, funciones básicas, transformaciones, operaciones con funciones, función inversa, números complejos, funciones polinómicas, funciones racionales,

análisis de información utilizando gráficas.

Objetivos de aprendizaje

Al finalizar el curso, el estudiante estará capacitado para:

- 1. Aplicar las propiedades de números reales en la solución de problemas algebraicos.
- 2. Llevar a cabo procedimientos algebraicos que requieran manipular expresiones algebraicas y racionales.
- 3. Aplicar las propiedades de expresiones exponenciales y logarítmicas.
- 4. Resolver ecuaciones polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas, etc.
- 5. Aplicar ecuaciones en la solución de problemas verbales.
- 6. Identificar el dominio y campo de valores (rango) de una función.
- 7. Evaluar una función y dado un valor funcional obtener la pre-imagen.
- 8. Reconocer algebraicamente y gráficamente cuando una función es invertible y hallar la función inversa y su gráfica.
- 9. Construir e interpretar gráficas de funciones importantes tales como: lineales, cuadráticas, polinómicas, racionales, etc.
- 10. Identificar características de las gráficas de funciones: hallando los interceptos, hallando máximos y mínimos, reconociendo simetrías, hallando asíntotas.
- 11. Intercambiar formas representacionales de funciones.
- 12. Identificar los atributos distintivos de cada familia de funciones como la forma de la gráfica y las propiedades características.

2 horas

- 13. Hacer transformaciones de la gráfica de una función, entre éstas: traslaciones horizontales y verticales, reflexiones por los ejes, etc.
- 14. Hacer manipulaciones aritméticas que requieran conocer el concepto de una función como objeto.
- 15. Computar y reconocer la composición de funciones.
- 16. Formular y resolver problemas verbales relacionados con funciones.

Learning Outcomes

- 1. Los estudiantes calcularán el resultado de operaciones algebraicas básicas.
- 2. Los estudiantes resolverán ecuaciones en una variable.
- 3. Los estudiantes resolverán desigualdades en una variable.
- 4. Los estudiantes determinarán cuál es la ecuación de una recta, dadas ciertas condiciones.
- 5. Los estudiantes calcularán el resultado de las operaciones con funciones.
- 6. Los estudiantes analizarán una función dada, precisando sus características.
- 7. Los estudiantes construirán la gráfica de una función dada.
- 8. Los estudiantes calcularán los ceros de una función polinómica.
- Los estudiantes realizarán operaciones matemáticas precisas y justificarán su uso en el análisis de problemáticas a las ciencias naturales o sociales, incluyendo la discusión de tendencias económicas.
- 10. Los estudiantes interpretarán matemáticamente problemas verbales y utilizarán representaciones gráficas para la solución de problemas cuantitativos, incluyendo la construcción de estimados y el análisis de información.

Bosquejo de contenido y distribución de tiempo

Tema Distribución de tiempo

- I. Sistemas de números reales
 - A. Los números reales
 - 1. Números naturales
 - 2. Números enteros
 - 3. Números racionales
 - 4. Números irracionales
 - 5. Propiedades de los números reales
 - 6. Operaciones con números reales
- II. Radicales 2 horas
 - A. Conceptos básicos
 - 1. Raíces y radicales
 - 2. Radicando, índice y radical
 - B. Propiedades de radicales
 - 1. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

$$2. \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} , b \neq 0$$

3.
$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

4.
$$\sqrt[kn]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^m}$$

- 5. Simplificación de radicales
- C. Operaciones con expresiones radicales
 - 1. Multiplicación y división de expresiones radicales
 - 2. Suma y resta de expresiones radicales
 - 3. Racionalización del denominador de una expresión radical con denominador en la forma $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, $\sqrt{a} \sqrt{b}$, a $+ \sqrt{b}$, a $+ \sqrt{b}$, $\sqrt{a} + b$ o $\sqrt{a} b$.
- D. Expresiones con exponentes fraccionarios
 - 1. Definición de a^{1/n}
 - a. Relación entre expresiones radicales y expresiones con exponentes fraccionarios
 - b. Simplificación de expresiones en la forma a^{1/n}
 - 2. Definición de a^{m/n}
 - a. Simplificación de expresiones en la forma a^{m/n}

III. Polinomios 3 horas

- A. Conceptos básicos
 - 1. Definición de polinomio
 - 2. Términos, coeficiente y parte variable
 - 3. Término constante
 - 4. Grado de un término y grado del polinomio
 - 5. Monomios, binomios y trinomios
- B. Operaciones con polinomios
 - 1. Suma
 - 2. Resta
 - 3. Multiplicación
 - a. Producto de monomios
 - b. Producto de monomio y polinomio
 - c. Producto de dos polinomios
 - 4. Productos especiales
 - a. Cuadrado de un binomio: $(a + b)^2$ y $(a b)^2$
 - b. Producto (a + b)(a b)
 - c. Cubo de un binomio: $(a + b)^3$ y $(a b)^3$
 - 5. Factorización de polinomios
 - Factorización mediante la extracción del factor común mayor
 - b. Factorización por agrupación de términos
 - c. Factorización de la diferencia de dos cuadrados
 - d. Factorización de trinomios

1 hora

IV. Expresiones racionales

- A. Conceptos básicos
 - 1. Definición de una expresión racional
 - 2. Ejemplos de expresiones racionales
 - 3. Dominio de una expresión racional
 - 4. Evaluación de expresiones racionales
- B. Simplificación de expresiones racionales
- C. Operaciones
 - 1. Multiplicación
 - 2. División
 - 3. Suma y resta
 - a. Expresiones con denominadores iguales
 - b. Expresiones con denominadores diferentes

V. Ecuaciones y desigualdades

3 horas

- A. Ecuaciones lineales
 - 1. Solución de ecuaciones con coeficientes enteros y coeficientes fraccionarios
- B. Ecuaciones cuadráticas
 - 1. Solución
 - a. Método de factorización
 - b. Completar el cuadrado
 - c. Fórmula cuadrática
- C. Ecuaciones racionales
 - 1. Solución
- D. Ecuaciones con valor absoluto
 - 1. Solución
- E. Ecuaciones radicales
 - 1. Solución
- F. Ecuaciones literales
 - 1. Solución
 - a. Ecuaciones en varias variables (2 o más variables)
 - b. Resolver o despejar por una variable
- G. Desigualdades
 - 1. Simbolos de desigualdad
 - a. Relación menor que (<)
 - b. Relación menor o igual que (≤)
 - c. Relación mayor que (>)
 - d. Relación mayor o igual que (≥)
 - 2. Intervalos
 - a. Abierto
 - b. Cerrado
 - c. Semi-abierto o semi-cerrado
 - d. Acotado y no acotado
 - e. Representación gráfica
 - 3. Desigualdades simples

- 4. Desigualdades compuestas 5. Desigualdades cuadráticas Desigualdades racionales 7. Desigualdades con valor absoluto VI. Plano cartesiano, distancia entre puntos, punto medio y círculo Sistema de coordenadas cartesianas 1. Ejes de coordenadas y plano cartesiano Pares ordenados y puntos en el plano 3. Distancia y punto medio entre dos puntos B. Ecuación del círculo 1. Hallar el radio y las coordenadas del centro de un círculo, dada su ecuación 2. Establecer la ecuación de un círculo dada su gráfica o su radio y las coordenadas de su centro 3. Trazar la gráfica de un círculo, dada su ecuación o sus características VII. Ecuación de recta Pendiente de una recta 1. 2. Interceptos en los ejes Forma pendiente-intercepto 4. Forma punto-pendiente 5. Forma general Gráficas de ecuaciones lineales B. Rectas paralelas y rectas perpendiculares 1. Rectas paralelas

2 horas

3 horas

- - Rectas perpendiculars
- D. Tasa de cambio promedio y modelos lineales

VIII. Funciones básicas

14 horas

- A. Relaciones
 - 1. Definición y formas de representación (pares ordenados, conjuntos diagramados, tablas de valores, gráficas)
 - 2. Dominio de una relación
 - 3. Campo de valores de una relación
- B. Funciones
 - Definición y ejemplos 1.
 - Dominio y campo de valores de una función
 - Evaluación de funciones 3.
 - Prueba de la recta vertical
 - Funciones especiales y sus gráficas
 - a. Lineal: f(x) = mx + b
 - b. Constante: f(x) = b
 - c. Identidad: f(x) = x
 - d. Cuadrática y cúbica

1 hora

- e. Valor absoluto
- f. Recíproco
- g. Raíz cuadrada
- h. Definidas por intervalos
- 6. Funciones crecientes y decrecientes
- 7. Transformaciones de funciones
 - a. Desplazamientos
 - b. Reflexiones
 - c. Expansiones
 - d. Contracciones
- 8. Funciones pares e impares
- 9. Funciones cuadráticas
 - a. Características
 - 1. Parábola que abre hacia arriba o hacia abajo
 - 2. Vértice
 - 3. Eje de simetría
 - 4. Interceptos en x y en y
 - 5. Gráficas
 - 6. Forma estándar
 - b. Valor máximo o mínimo
- 10. Operaciones con funciones
 - a. Operaciones básicas (+, -, ·, ÷)
 - b. Composición
- 11. Función inversa
 - a. Definición
 - b. Función 1-1
 - c. Prueba de la recta horizontal
 - d. Inversa de una función
- IX. Números complejos
 - A. La unidad imaginaria (i)
 - 1. Potencias de *i*
 - 2. Número imaginario puro
 - 3. Potencias de números imaginarios puros
 - B. El conjunto de los números complejos
 - 1. Definición y ejemplos
 - 2. Suma y resta de números complejos
 - 3. Multiplicación de números complejos
 - 4. Conjugado y módulo de un número complejo
 - 5. División de números complejos

8 horas

X. Funciones polinómicas

- A. Funciones polinómicas
 - 1. Definición
 - 2. Ceros de un polinomio
 - a. Multiplicidad
 - b. Hallar los ceros
 - c. Teorema del valor intermedio para polinomios
 - 3. Comportamiento extremo de un polinomio
 - 4. División de polinomios
 - a. División larga
 - b. División sintética
 - 5. Teorema del residuo
 - 6. Teorema del factor
 - 7. Teorema fundamental del álgebra
 - 8. Teorema de ceros racionales
 - 9. Factorización completa de un polinomio
 - 10. Gráficas de funciones polinómicas

XI. Funciones racionales

3 horas

- A. Características y gráfica
 - 2. Definición
 - 3. Dominio
 - 4. Interceptos
 - 5. Asíntotas
 - a. Verticales
 - c. Horizontales
 - d. Oblicuas
 - 6. Gráficas

XII. Análisis cuantitativo y cualitativo

3 horas

- A. Análisis de problemáticas a las ciencias naturales o sociales usando operaciones matemáticas precisas
- B. Aplicaciones y uso de representaciones gráficas para la solución de problemas cuantitativos, incluyendo la construcción de estimados y el análisis de información

Total: 45 horas

Técnicas instruccionales

En el curso se utilizarán las siguientes técnicas:

- 1. Conferencia
- 2. Discusión de ejemplos ilustrativos y problemas
- 3. Demostraciones
- 4. Aprendizaje cooperativo

Recursos mínimos disponibles o requeridos

La institución tiene disponibles los siguientes recursos para el ofrecimiento del curso:

- 1. Salones equipados con
 - a. Pizarra
 - b. Computadora para uso del profesor, con acceso a Internet y con los programados Graph y Microsoft Office (Word, PowerPoint, etc.) instalados
 - c. Proyector digital
- 2. Laboratorio de Matemática (Salón D-202) con 30 computadoras
- 3. Tutorías
- 4. Libros de referencia en el Centro de Recursos para el Aprendizaje

En el curso se requieren los siguientes materiales al estudiante:

- 1. Libro de texto asignado
- 2. Calculadora científica
- 3. Papel cuadriculado
- 4. Regla

Técnicas de evaluación

Se administrarán exámenes parciales, un examen final y pruebas cortas o tareas especiales. El esquema para evaluar el aprendizaje del estudiante incluye:

1.	Tres exámenes parciales	60%
2.	Pruebas cortas/Tareas especiales	15%
3.	Examen final	<u>25%</u>
	Total	100%

Los exámenes parciales se ofrecerán fuera del horario oficial de clase. El examen final se ofrecerá dentro del periodo de exámenes finales, según asigne la Oficina del Registrador.

En el caso de ausencia de un estudiante a un examen parcial y que el profesor la considere justificada ante la evidencia que presente el alumno, se podrá ofrecer a éste una reposición. La reposición se ofrecerá durante el periodo de exámenes finales (podría ser el mismo día del examen final del curso). La reposición tendrá un nivel de dificultad mayor que el examen parcial ofrecido el día que correspondía. No se ofrecerán reposiciones a estudiantes que hayan obtenido una calificación baja en un examen, ni tampoco se sustituirá la nota de un examen por otro examen ni por trabajos especiales. Asimismo, si un estudiante se ausenta a dos o 3 exámenes parciales, sólo podrá reponer uno de ellos (si su ausencia es justificada) y se le otorgará 0 en los demás exámenes que no se presentó a tomar.

La evaluación al estudiante se basará únicamente en los criterios mencionados en esta sección. No se asignarán trabajos especiales adicionales.

Se realizará evaluación diferenciada a estudiantes con necesidades especiales.

Acomodo razonable

Los estudiantes que requieren acomodo razonable o reciben servicios de Rehabilitación Vocacional deben comunicarse con el profesor al inicio del cuatrimestre para planificar el acomodo y equipo necesario conforme a las recomendaciones de la oficina que atiende los asuntos para personas con impedimentos en la institución (Oficina de Ley 51).

Integridad académica

La Universidad de Puerto Rico promueve los más altos estándares de integridad académica y científica. El Artículo 6.2 del Reglamento General de Estudiantes de la UPR (Certificación Núm. 13, 2009-2010, de la Junta de Síndicos) establece que "la deshonestidad académica incluye, pero no se limita a: acciones fraudulentas, la obtención de notas o grados académicos valiéndose de falsas o fraudulentas simulaciones, copiar total o parcialmente la labor académica de otra persona, plagiar total o parcialmente el trabajo de otra persona, copiar total o parcialmente las respuestas de otra persona a las preguntas de un examen, haciendo o consiguiendo que otro tome en su nombre cualquier prueba o examen oral o escrito, así como la ayuda o facilitación para que otra persona incurra en la referida conducta". Cualquiera de estas acciones estará sujeta a sanciones disciplinarias en conformidad con el procedimiento disciplinario establecido en el Reglamento General de Estudiantes de la UPR vigente.

Sistema de calificación

La calificación final en el curso se otorgará a base de la siguiente escala:

100 -	90%	A
89 –	80%	В
79 –	65%	C
64 –	60%	D
59 –	0%	F

Bibliografía

Libro de texto:

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2017). *Precálculo: Matemáticas para el cálculo* (7a ed). México: Cengage Learning.

Referencias

Aufmann. R.N. & Nation, R.D. (2015). *Algebra and trigonometry* (8a ed). Stamford, CT, EE.UU.: Cengage Learning.

Beecher, J.A., Penna, J.A. & Bittinger, M.L. (2015). *Algebra and trigonometry* (5a ed). Boston, MA, EE.UU.: Pearson.

Larson, R. (2018). Precalculus (10a ed). Boston, MA: Cengage Learning.

.

Miller, J. & Gerken, D. (2017). Precalculus. New York, NY, EE. UU.: McGraw Hill.

Stewart, J., Redlin, L. & Watson, S. (2015). *Algebra and trigonometry* (4a ed). Boston, MA, EE.UU.: Cengage.

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2016). *Precalculus: Mathematics for Calculus* (7a ed). Boston, MA, EE.UU.: Cengage Learning.

Sullivan, M. (2015). Algebra and trigonometry (10a ed). Boston, MA, EE.UU.: Pearson.

Sullivan, M. (2016). Precalculus (10a ed). Canada: Pearson.

Young, C. (2014). Precalculus: With limits (2a ed). Hoboken, NJ, EE.UU.: Wiley.

La bibliografía sugerida con anterioridad al año 2015 se considera necesaria debido a la naturaleza del curso.

Recursos electrónicos

about.com

Algebra help and tutorials http://math.about.com/od/algebra/

Khan Academy

Precalculus

https://www.khanacademy.org/math/algebra-home/precalculus

MathPortal

Math lessons

http://www.mathportal.org/

Revisado en enero de 2020