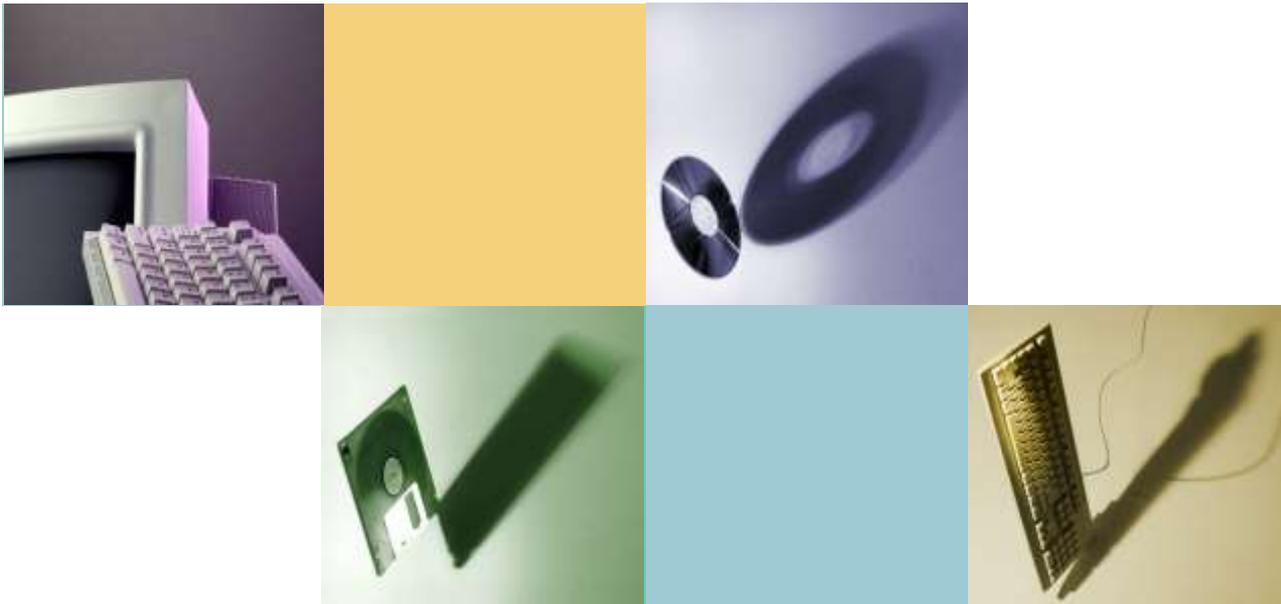


# Unidad 1 - Lección 1.2



## EXPRESIONES ALGEBRAICAS

# Actividad 1.2

- **Referencia del Texto:** Sección 1.3; Problemas Asignados: 15-57 (Impares), 63-77 (Impares), 83-93 (Impares), 97-111 (impares), 115-123 (Impares)
- **Referencia en el Web:**
  - **Math2Me**
    - [Suma y resta de polinomios](#)
    - [Suma de expresiones algebraicas | fracciones](#)
    - [Reducir términos con parentésis | ejercicio 1](#)
    - [Multiplicación de polinomios](#)
    - [Multiplicación de polinomios | ejercicio 1](#)
    - [Multiplicación de polinomios | ejercicio 6](#)
    - [Multiplicación de polinomios | ejercicio 3](#)
    - [Métodos de factorización](#)
    - [Factorización por factor común](#)
    - [Factorización por factor común | ejercicio 1](#)
    - [Factorización por factor común | ejercicio 2](#)
    - [Diferencia de cuadrados | factorización](#)
    - [Factorización por diferencia de cuadrados | ej 3](#)
    - [Factorización de un trinomio  \$x^2+bx+c\$](#)
    - [Factorización de un trinomio |  \$x^2+bx+c\$](#)
    - [Factorización de un trinomio  \$ax^2+bx+c\$](#)
    - [Factorización de un trinomio |  \$ax^2+bx+c\$](#)
    - [Factorización de un trinomio  \$ax^2+bx+c\$  | ejercicio 1](#)



“Tres veces un número menos 5” o “El **triple** de un número menos 5”

$$3x - 5$$

“Diez menos el doble de un número” o “El doble de un número **menos que 10**”

$$10 - 2y$$

“Cinco veces la suma de un número y 4”

$$5(z + 4)$$

# EXPRESIONES ALGEBRAICAS

**Término** - número, una variable o el producto de un número y variables.

**Expresión algebraica** – Uno o la suma o resta de dos o más términos



# Simplificación de Expresiones Algebraicas

- Para simplificar expresiones algebraicas combine sus términos semejantes.
- Términos **semejantes** comparten las mismas variables con los mismos exponentes.
- Ejemplo
- $3y - 7y + 9y = 5y$
- $4xy^2 + 3xy^2 = 7xy^2$
- $7x^2 + 3x + 9x^2 = 16x^2 + 3x$
- $20x + 5 - 25x - 10 = -5x - 5$
- $-3xy^2 + 5y - 8xy^2 = -11xy^2 + 5y$



# Polinomios (en una variable)

- Expresión algebraica compuesta de un término o una suma finita de términos con una variable con exponentes enteros no negativos. ....Ejemplos

$$5x^2$$

Monomio

Grado 2

$$-4$$

Monomio

Grado 0

$$-\frac{3}{5}y^5 - 3y^2$$

Binomio

Grado 5

$$-3z^4 - 3z^6 - 12$$

Trinomio

Grado 6

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 1$$

Polinomio

Grado 3

- Grado** del polinomio con una variable es el exponente mayor que la variable tiene. Un término compuesto sólo de una constante es un polinomio de grado 0.
- No son polinomios:

$$x^5 - 3x^{-2} + 1$$

$$\frac{x^2 + 1}{x^3}$$



# Evaluación de Expresiones algebraicas

- El **valor** de una expresión algebraica, es el valor que adquiere cuando sus variables reciben un valor.
- Ejemplos: Si  $x = -2$

$$\begin{aligned}5 + 7x &= 5 + 7(-2) \\ &= 5 + -14 = \mathbf{-9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^4 + 2x^3 - 7x &= (-2)^4 + 2(-2)^3 - 7(-2) \\ &= 16 + 2(-8) + 14 \\ &= 16 - 16 + 14 = \mathbf{14}\end{aligned}$$



$$\text{¿Es } 5x^2 - x - 5x^2 = -x \text{ ?}$$

# OPERACIONES CON POLINOMIOS



# Adición de polinomios

Ejemplo 1:  $(2x^2 + 3x + 1) + (x^2 - 5x + 4)$

*Combine términos semejantes*

$$(2x^2 + x^2) + (3x - 5x) + (1 + 4) =$$

$$(3x^2) + (-2x) + (5) = 3x^2 - 2x + 5$$

Ejemplo 2:  $(-4x^2 + x - 1) + (-x^2 - 9)$

$$(-4x^2 - x^2) + (x) + (-1 - 9) =$$

$$(-5x^2) + (x) + (-10) = -5x^2 + x - 10$$

**Ver: 5.2.3 Ejemplo 1, 2 y 3**



# Substracción de polinomios

- $(2x^2 + 3x + 1) - (x^2 - 5x + 4)$
- $(2x^2 + 3x + 1) + (-x^2 + 5x - 4)$

$$(2x^2 - x^2) + (3x + 5x) + (1 - 4) =$$

$$(x^2) + (8x) + (-3) = x^2 + 8x - 3$$

- $(-4x^2 + x - 1) - (-x^2 - 9)$
- $(-4x^2 + x - 1) + (x^2 + 9)$

$$(-4x^2 + x^2) + (x) + (-1 + 9) =$$

$$(-3x^2) + (x) + (8) = -3x^2 + x + 8$$

Ver: 5.2.4 Ejemplo 2



# Multiplicación de Polinomios

- $-3x^2 (2x^2 + 3x + 1) = -6x^4 - 9x^3 - 3x^2$



*Propiedad Distributiva*

- $(2x - 3)(-3x + 1) = -6x^2 + 2x + 9x - 3$



$$= -6x^2 + 11x - 3$$

- $(x^2 + x - 1)(-2x + 5) = -2x^3 + 5x^2 - 2x^2 + 5x + 2x - 5$



$$= -2x^3 + 3x^2 + 7x - 5$$



# Productos Especiales

- $$\begin{aligned}(x - 3)(x + 3) &= x^2 + 3x - 3x - 9 \\ &= x^2 - 9\end{aligned}$$

*La diferencia de cuadrados*

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

- $$(2x - 5)(2x + 5) = 4x^2 - 25$$
- $$(-3x + 2y)(-3x - 2y) = 9x^2 - 4y^2$$

*Cuadrados perfectos*

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned}(x - 4)^2 &= x^2 - 2(x)(4) + (4)^2 \\ &= x^2 - 8x + 16\end{aligned}$$



# Ejercicios de Práctica #1

Sume

$$(x^2 + 7x) + (-3x^2 - 4x)$$

$$(y^2 + 4y) + (-4y - 8)$$

$$(2x^2 + 6x + 12) + (3x^2 + x + 8)$$

$$(x^3 - 7x + 4) + (2x^2 + x - 10)$$

$$(2a^3 - 7a + 1) + (-3a^2 - 4a + 1)$$

Reste

$$(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 5x + 8)$$

$$(4x^3 + 5x + 2) - (-3x^2 + 2x + 1)$$

$$(2y^3 + 6y - 2) - (y^3 + y^2 + 4)$$

$$(y^2 - 10xy) - (2y^2 + 3xy)$$

$$(3x^2 + x - 3) - (x^2 + 4x - 2)$$

Multiplique

$$2x(6x^2 - 3x)$$

$$(2x + 1)2x$$

$$x(2x^3 - 3x + 2)$$

$$(x + 3y)^2$$

$$(4 - 3y)(4 + 3y)$$

$$(2a - 9b)^2$$

$$(y - 5)(y + 5)$$

$$(4x - 7)(4x + 7)$$

$$(3a - 5)^2$$

$$(9x - 2)(9x + 2)$$

$$(x^2 + 3x + 2)(x + 1)$$

$$(a - 3)(a^2 - 3a + 4)$$

$$(-2b^2 - 3b + 4)(b - 5)$$

*Expresar como un producto ...*

# FACTORIZACIÓN



# Ejemplo 1 – Máximo

Propiedad Distributiva:

$$a(b + c) = ab + ac$$

- Factorice  $16x^2 + 20x$

$$(4x)(4x) + (4x)(5) = 4x(4x + 5)$$

- Factorice:  $8x^2y^2 + 16x^3y$

$$(8x^2y)y + (8x^2y)2x = 8x^2y(y + 2x)$$

- Factorice:  $60x^5 + 24x^3 + 36x^2$

$$= 12x^2(5x^3 + 2x + 3)$$



# Ejemplo 2 – Máximo FC

- Factorice un factor negativo de la expresión:

a. 
$$\begin{aligned} -y^5 - 6y^2 - 4 &= (-1)y^5 + (-1)6y^2 + (-1)4 \\ &= (-1)(y^5 + 6y^2 + 4) \\ &= -(y^5 + 6y^2 + 4) \end{aligned}$$

b. 
$$\begin{aligned} -3y^2 - 6y + 9 &= (-3)y^2 + (-3)2y - (-3)3 \\ &= (-3)(y^2 + 2y - 3) \\ &= -3(y^2 + 2y - 3) \end{aligned}$$



# Ejemplo 3 -Factorizando por agrupación

Factorice:  $ax + ay + 6x + 6y$

$$(ax + ay) + (6x + 6y) =$$

$$a(x + y) + 6(x + y) = (x + y)(a + 6)$$

Factorice:  $mp^2 + 7m + 3p^2 + 21$

$$(mp^2 + 7m) + (3p^2 + 21) =$$

$$m(p^2 + 7) + 3(p^2 + 7) = (p^2 + 7)(m + 3)$$

- Otra manera:

$$mp^2 + 3p^2 + 7m + 21 =$$

$$(mp^2 + 3p^2) + (7m + 21) =$$

$$p^2(m + 3) + 7(m + 3) = (m + 3)(p^2 + 7)$$



# Ejercicios de Práctica #2

Factorice el MFC

(1)  $-3y + 3$

(2)  $8y^3 - 6y^5$

(3)  $2x^5 - 3x^4 + 2x^3$

(4)  $x(x - 2y) + y(2y - x)$

Factorice por agrupación

(1)  $x^2 + 2xy + 3x + 6y$

(2)  $x^3 + x - 3x^2 - 3$

(3)  $xy + xb + 2y + 2b$

(4)  $12x^2 + 20x - 9xy - 15y$



# Factorización de trinomios

$$x^2 + bx + c$$

- Factorice:

$$x^2 - 3x - 10 = (x + \quad)(x + \quad)$$

Determine dos factores  $p, q$  de -10 que sumen a -3

$p + q$	$p \cdot q$
$-10 + 1 = -9$	$-10 \times 1 = -10$
$10 + -1 = 9$	$10 \times -1 = -10$
$5 + -2 = 3$	$5 \times -2 = -10$
$-5 + 2 = -3$	$-5 \times 2 = -10$

$$x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2)$$



# Ejercicios de Práctica #3

Factorice el trinomio

(1)  $x^2 - 6x + 8$

(2)  $x^2 - 4x - 5$

(3)  $x^2 + 2x - 3$

(4)  $x^2 + 5x + 6$

(5)  $x^2 - 9x + 18$



# Factorización de trinomios

$$ax^2 + bx + c$$

- **Ejemplo 1 - Factorice**  $2x^2 + 15x + 18$

Paso 1 - Identifique  $a, c$

$$a = 2, c = 18$$

Paso 2 - Calcule  $ac$

$$ac = 2 \cdot 18 = 36$$

Paso 3 - Determine dos factores de **36** que sumen a **15**

$$\begin{array}{ll} p + q & p \cdot q \\ 12 + 3 = 15 & 12 \times 3 = 36 \end{array}$$

Paso 4 - Re-escriba el término lineal usando estos números  $p, q$

$$2x^2 + 15x + 18 = 2x^2 + 12x + 3x + 18$$

Paso 5 - Factorice por agrupación

$$= (2x^2 + 12x) + (3x + 18) \quad \text{Agrupe términos}$$

$$= 2x(x + 6) + 3(x + 6)$$

$$= (2x + 3)(x + 6)$$



# Ejercicios de Práctica #4

Factorice el trinomio

(1)  $2x^2 + 5x + 2$

(2)  $3x^2 + 7x + 2$

(3)  $8x^2 + 12x - 8$

(4)  $24x^2 + 64x - 24$

(5)  $6x^2 - 9x - 6$



# Diferencia de cuadrados: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

- Factorice

$$x^2 - 9$$

$$x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$$

$$4x^2 - 25 =$$

$$(2x)^2 - (5)^2 = (2x - 5)(2x + 5)$$

$$16x^4 - 1 = (4x^2)^2 - (1)^2$$

$$= (4x^2 - 1)(4x^2 + 1)$$

$$= (2x - 1)(2x + 1)(4x^2 + 1)$$



# Diferencia de Cubos

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Factorice:

$$\begin{aligned} 8x^3 - 1 &= (2x)^3 - (1)^3 \\ &= (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 64y^3 - 27 &= (4y)^3 - (3)^3 \\ &= (4y - 3)(16y^2 + 12y + 9) \end{aligned}$$



# Suma de Cubos

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

*Factorice:*

$$\begin{aligned} 8x^3 + 1 &= (2x)^3 + (1)^3 \\ &= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 125z^3 + 8x^3 &= (5z)^3 + (2x)^3 \\ &= (5z + 2x)(25z^2 - 10xz + 4x^2) \end{aligned}$$



# Ejercicios de Práctica #5

Factorice

(1)  $x^2 - 49$

(1)  $x^3 + 125$

(1)  $x^3 - 64$

(2)  $x^2 - 144$

(2)  $27x^3 + y^3$

(2)  $2x^3 - 54y^3$

(3)  $t x^2 - 9t$

(3)  $125x^3 + 8y^3$

(3)  $27x^3 - 64$

(4)  $c x^2 - 144c$

(5)  $t x^2 - 256t$

(4)  $8x^6 + 64y^6$

(4)  $x - 27xy^3$

# Ejercicios del Texto

**15–24 ■ Polynomials** Find the sum, difference, or product.

15.  $(12x - 7) - (5x - 12)$

16.  $(5 - 3x) + (2x - 8)$

17.  $(-2x^2 - 3x + 1) + (3x^2 + 5x - 4)$

18.  $(3x^2 + x + 1) - (2x^2 - 3x - 5)$

19.  $(5x^3 + 4x^2 - 3x) - (x^2 + 7x + 2)$

20.  $3(x - 1) + 4(x + 2)$

21.  $8(2x + 5) - 7(x - 9)$

22.  $4(x^2 - 3x + 5) - 3(x^2 - 2x + 1)$

23.  $2(2 - 5t) + t^2(t - 1) - (t^4 - 1)$

24.  $5(3t - 4) - (t^2 + 2) - 2t(t - 3)$

**25–30 ■ Using FOIL** Multiply the algebraic expressions using the FOIL method and simplify.

25.  $(3t - 2)(7t - 4)$

26.  $(4s - 1)(2s + 5)$

27.  $(3x + 5)(2x - 1)$

28.  $(7y - 3)(2y - 1)$

29.  $(x + 3y)(2x - y)$

30.  $(4x - 5y)(3x - y)$

**31–46 ■ Using Special Product Formulas** Multiply the algebraic expressions using a Special Product Formula and simplify.

31.  $(5x + 1)^2$

32.  $(2 - 7y)^2$

33.  $(2u + v)^2$

34.  $(x - 3y)^2$

35.  $(2x + 3y)^2$

36.  $(r - 2s)^2$

37.  $(x + 6)(x - 6)$

38.  $(5 - y)(5 + y)$

39.  $(3x - 4)(3x + 4)$

40.  $(2y + 5)(2y - 5)$

41.  $(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)$

42.  $(\sqrt{y} + \sqrt{2})(\sqrt{y} - \sqrt{2})$

43.  $(y + 2)^3$

44.  $(x - 3)^3$

45.  $(1 - 2r)^3$

46.  $(3 + 2y)^3$

**47–62 ■ Multiplying Algebraic Expressions** Perform the indicated operations and simplify.

47.  $(x + 2)(x^2 + 2x + 3)$

48.  $(x + 1)(2x^2 - x + 1)$

49.  $(2x - 5)(x^2 - x + 1)$

50.  $(1 + 2x)(x^2 - 3x + 1)$

51.  $\sqrt{x}(x - \sqrt{x})$

52.  $x^{3/2}(\sqrt{x} - 1/\sqrt{x})$

53.  $y^{1/3}(y^{2/3} + y^{5/3})$

54.  $x^{1/4}(2x^{3/4} - x^{1/4})$

55.  $(x^2 - a^2)(x^2 + a^2)$

56.  $(x^{1/2} + y^{1/2})(x^{1/2} - y^{1/2})$

57.  $(\sqrt{a} - b)(\sqrt{a} + b)$

# Ejercicios del Texto .....

**63–68 ■ Factoring Common Factor** Factor out the common factor.

63.  $-2x^3 + x$

64.  $3x^4 - 6x^3 - x^2$

65.  $y(y - 6) + 9(y - 6)$

66.  $(z + 2)^2 - 5(z + 2)$

67.  $2x^2y - 6xy^2 + 3xy$

68.  $-7x^4y^2 + 14xy^3 + 21xy^4$

**69–76 ■ Factoring Trinomials** Factor the trinomial.

69.  $x^2 + 8x + 7$

70.  $x^2 + 4x - 5$

71.  $8x^2 - 14x - 15$

72.  $6y^2 + 11y - 21$

73.  $3x^2 - 16x + 5$

74.  $5x^2 - 7x - 6$

75.  $(3x + 2)^2 + 8(3x + 2) + 12$

76.  $2(a + b)^2 + 5(a + b) - 3$

**77–84 ■ Using Special Factoring Formulas** Use a Special Factoring Formula to factor the expression.

77.  $9a^2 - 16$

78.  $(x + 3)^2 - 4$

79.  $27x^3 + y^3$

80.  $a^3 - b^6$

81.  $8s^3 - 125t^3$

82.  $1 + 1000y^3$

83.  $x^2 + 12x + 36$

84.  $16z^2 - 24z + 9$

**91–96 ■ Fractional Exponents** Factor the expression completely. Begin by factoring out the lowest power of each common factor.

91.  $x^{5/2} - x^{1/2}$

92.  $3x^{-1/2} + 4x^{1/2} + x^{3/2}$

93.  $x^{-3/2} + 2x^{-1/2} + x^{1/2}$

94.  $(x - 1)^{7/2} - (x - 1)^{3/2}$

95.  $(x^2 + 1)^{1/2} + 2(x^2 + 1)^{-1/2}$

96.  $x^{-1/2}(x + 1)^{1/2} + x^{1/2}(x + 1)^{-1/2}$

**97–126 ■ Factoring Completely** Factor the expression completely.

97.  $12x^3 + 18x$

98.  $30x^3 + 15x^4$

99.  $x^2 - 2x - 8$

100.  $x^2 - 14x + 48$

101.  $2x^2 + 5x + 3$

102.  $2x^2 + 7x - 4$

103.  $9x^2 - 36x - 45$

104.  $8x^2 + 10x + 3$

105.  $49 - 4y^2$

106.  $4t^2 - 9s^2$

107.  $t^2 - 6t + 9$

108.  $x^2 + 10x + 25$

109.  $4x^2 + 4xy + y^2$

110.  $r^2 - 6rs + 9s^2$

111.  $(a + b)^2 - (a - b)^2$

112.  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2$

115.  $8x^3 - 125$

116.  $x^6 + 64$

117.  $x^3 + 2x^2 + x$

118.  $3x^3 - 27x$

119.  $x^4y^3 - x^2y^5$

120.  $18y^3x^2 - 2xy^4$

121.  $3x^3 - x^2 - 12x + 4$

122.  $9x^3 + 18x^2 - x - 2$

123.  $(x - 1)(x + 2)^2 - (x - 1)^2(x + 2)$