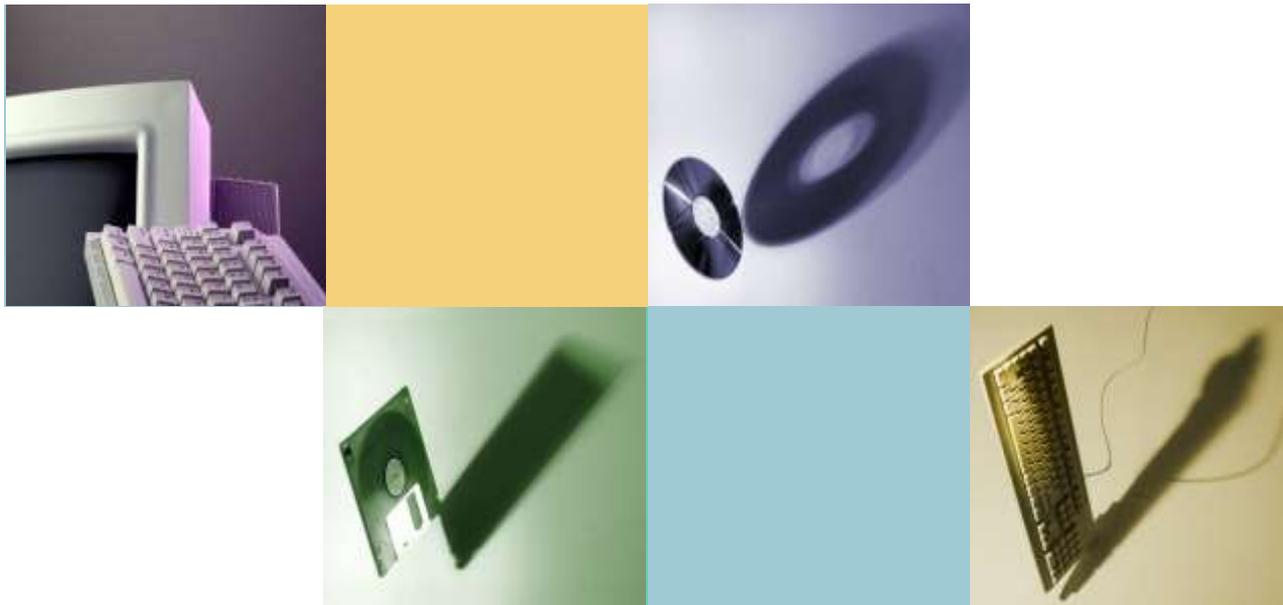


# Unidad 1 - Lección 1.3



## Expresiones Racionales

# Actividad 1.3

- **Referencia del Texto:** 1.4: Problemas Asignados: impares 15 al 35, 39-53, 59-67.
- Referencias del Web
  - Math2Me:
    - [Simplificación de fracciones algebraicas | ej 1 al 4](#)
    - [Simplificación de fracciones algebraicas | ej 5 al 7](#)
    - [Simplificación de fracciones algebraicas | ej 11](#)
    - [Suma de fracciones algebraicas | mismo denominador](#)
    - [Suma de fracciones algebraicas | ejercicio 1](#)
    - [Suma de fracciones algebraicas | ejercicio 2](#)
    - [Multiplicación de fracciones algebraicas](#)
    - [División de fracciones algebraicas | ejercicio 1](#)
    - [División de fracciones algebraicas | ejercicio 2](#)
    - [División de fracciones algebraicas | ejercicio 3](#)



# Definición

- Una expresión racional es una expresión fraccionaria compuesta de dos polinomios.
- Ejemplos:

$$\frac{5}{7} \quad \frac{y-5}{6y} \quad \frac{x+2}{2x-1} \quad 3x-5$$

- La forma “simplificada” o “reducida” es aquella que no tiene factores en común aparte del 1.
- Ejemplo: Simplifique

$$\frac{18}{30} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot 3}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}} \cdot 5} = \frac{3}{5} \quad \frac{\overset{3}{\cancel{18x^2}} \overset{x}{\cancel{y}}}{\underset{7}{\cancel{42xy^3}} \underset{y^2}{\cancel{y^2}}} = \frac{3x}{7y^2}$$



# Simplificación de Expresiones

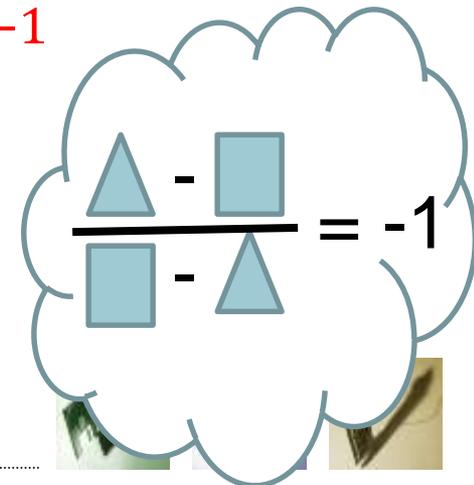
• Ejemplo 1: 
$$\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9} = \frac{\overset{1}{\cancel{(x-3)}}(x-3)}{\underset{1}{\cancel{(x-3)}}(x+3)} = \frac{x-3}{x+3}$$

• Ejemplo 2 
$$\frac{2x^2 - 8}{x^2 + x - 6} = \frac{2(x^2 - 4)}{(x-2)(x+3)} = \frac{\overset{1}{\cancel{2(x-2)}}(x+2)}{\underset{1}{\cancel{(x-2)}}(x+3)}$$
  

$$= \frac{2(x+2)}{x+3}$$

• Ejemplo 3 
$$\frac{x-5}{5-x} = \frac{-5+x}{5-x} = \frac{\overset{1}{\cancel{-1(5-x)}}}{\underset{1}{\cancel{(5-x)}}} = -1$$

$$\frac{a-b}{b-a} = -1$$



# Ejercicios de práctica #1

Simplifica.

$$12. \frac{9x^3}{12x^4}$$

$$13. \frac{16x^2y}{24xy^3}$$

$$14. \frac{(x+3)^2}{(x+3)^3}$$

$$15. \frac{(2x-1)^5}{(2x-1)^4}$$

$$16. \frac{3n-4}{4-3n}$$

$$17. \frac{5-2x}{2x-5}$$

$$18. \frac{6y(y+2)}{9y^2(y+2)}$$

$$19. \frac{12x^2(3-x)}{18x(3-x)}$$

$$20. \frac{6x(x-5)}{8x^2(5-x)}$$

$$21. \frac{14x^3(7-3x)}{21x(3x-7)}$$

$$22. \frac{a^2+4a}{ab+4b}$$

$$23. \frac{x^2-3x}{2x-6}$$

$$24. \frac{4-6x}{3x^2-2x}$$

$$25. \frac{5xy-3y}{9-15x}$$

$$26. \frac{y^2-3y+2}{y^2-4y+3}$$

$$27. \frac{x^2+5x+6}{x^2+8x+15}$$

$$28. \frac{x^2+3x-10}{x^2+2x-8}$$

$$29. \frac{a^2+7a-8}{a^2+6a-7}$$

$$30. \frac{x^2+x-12}{x^2-6x+9}$$

$$31. \frac{x^2+8x+16}{x^2-2x-24}$$

$$32. \frac{x^2-3x-10}{25-x^2}$$

$$33. \frac{4-y^2}{y^2-3y-10}$$

$$34. \frac{2x^3+2x^2-4x}{x^3+2x^2-3x}$$

# Multiplicación de fracciones

- Ejemplos:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{4x}{5} \times \frac{2x}{3y} = \frac{8x^2}{15y}$$

$$\frac{2x}{5y} \times 4z = \frac{2x}{5y} \times \frac{4z}{1} = \frac{8xz}{5y}$$

$$\frac{\cancel{4}x^2}{5} \times \frac{\cancel{1}y}{\cancel{12}y} = \frac{x^2}{15}$$

3 1

$$\frac{x^2 - 4}{8} \cdot \frac{12}{3x - 6}$$

$$= \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{8}} \cdot \frac{\cancel{12}}{\cancel{3}(x-2)} = \frac{x+2}{2}$$

1 3  
2 1 1



# División de fracciones

- Ejemplos:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\begin{aligned} (a-3) \div \frac{9-a^2}{4} &= (a-3) \times \frac{4}{9-a^2} \\ &= \overset{-1}{(a-3)} \times \frac{4}{\underset{1}{(3-a)(3+a)}} = \frac{-4}{a+3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2-4x-21}{1-x} \div \frac{x^2-9}{5x-5} &= \frac{x^2-4x-21}{1-x} \cdot \frac{5x-5}{x^2-9} \\ &= \frac{\overset{1}{(x-7)(x+3)}}{\underset{1}{1-x}} \cdot \frac{\overset{-1}{5(x-1)}}{\underset{1}{(x-3)(x+3)}} = \frac{-5(x-7)}{(x-3)} \end{aligned}$$



# Ejercicios de Práctica #2

Multiplique

$$\frac{18a^4b^2}{25x^2y^3} \cdot \frac{50x^5y^6}{27a^6b^2}$$

$$\frac{3x^2 + 2x}{3xy - 3y} \cdot \frac{3xy^3 - 3y^3}{3x^3 + 2x^2}$$

$$\frac{x^2 + x - 2}{xy^2} \cdot \frac{x^3y}{x^2 + 5x + 6}$$

$$\frac{12x^2 - 6x}{x^2 + 6x + 5} \cdot \frac{2x^4 + 10x^3}{4x^2 - 1}$$

$$\frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 3x - 4} \cdot \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 9x + 14}$$

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 6x + 5} \cdot \frac{x^2 + 5x + 6}{8 + 2x - x^2}$$

Divida

$$\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2y} \div \frac{x^2 + 2x + 1}{xy^2}$$

$$\frac{x^2 - 49}{x^4y^3} \div \frac{x^2 - 14x + 49}{x^4y^3}$$

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9x + 18} \div \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 9x + 20}$$

$$\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 4x - 45} \div \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 5x - 36}$$

$$\frac{8 + 2x - x^2}{x^2 + 7x + 10} \div \frac{x^2 - 11x + 28}{x^2 - x - 42}$$

$$\frac{2x^2 - 3x - 20}{2x^2 - 7x - 30} \div \frac{2x^2 - 5x - 12}{4x^2 + 12x + 9}$$

$$\frac{8x^2 + 18x - 5}{10x^2 - 9x + 2} \div \frac{8x^2 + 22x + 15}{10x^2 + 11x - 6}$$

# Adición y Sustracción de Fracciones con el mismo denominador

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

$$\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

$$\frac{5x+1}{x^2-9} + \frac{-4x+2}{x^2-9}$$

$$= \frac{(5x+1) + (-4x+2)}{x^2-9}$$

$$= \frac{x+3}{x^2-9} = \frac{\cancel{x+3}}{(x-3)\cancel{(x+3)}}$$

$$= \frac{1}{x-3}$$

$$\frac{2x+3}{3x-6} - \frac{3-x}{3x-6} = \frac{(2x+3) - (3-x)}{3x-6}$$

$$= \frac{(2x+3) + (-3+x)}{3x-6}$$

$$= \frac{3x}{3x-6}$$

$$= \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}(x-2)}$$

$$= \frac{x}{x-2}$$



# Ejemplos

$$1. \quad \frac{5x^2}{3} + \frac{4x^2}{3} = \frac{5x^2 + 4x^2}{3} = \frac{9x^2}{3} = 3x^2$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \frac{3x-4}{2x-4} - \frac{x-6}{2x-4} &= \frac{(3x-4) - (x-6)}{2x-4} \\ &= \frac{(3x-4) + (-x+6)}{2x-4} \\ &= \frac{2x+2}{2x-4} \\ &= \frac{2(x+1)}{2(x-2)} = \frac{x+1}{x-2} \end{aligned}$$



# Mínimo Común Denominador

- Ejemplos: Calcule el Mínimo Común Denominador

Observe que:

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{8} \text{ es } 40$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$MCD = 2^3 \cdot 5$$

$$= 40$$

$$\frac{1}{12y}, \frac{1}{8} \text{ es } 24y$$

$$12y = 2^2 \cdot 3 \cdot y$$

$$8 = 2^3$$

$$MCD = 2^3 \cdot 3 \cdot y$$

$$= 24y$$

$$\frac{1}{6x^2y}, \frac{1}{3x} \text{ es } 6x^2y$$

$$6x^2y = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y$$

$$3x = 3 \cdot x$$

$$MCD = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y$$

$$= 6x^2y$$

$$\frac{1}{(x-1)^2}, \frac{1}{3(x-1)}$$

$$MCD \text{ es } 3(x-1)^2$$

$$\frac{1}{(x-1)}, \frac{1}{(1-x)}$$

$$MCD \text{ es } -(x-1)$$



# Ejercicios de Práctica #3

Halla el mínimo común denominador de las siguientes expresiones racionales :

(1)  $\frac{x+4}{x^2}, \frac{x-2}{x}$

(2)  $\frac{3}{x-2}, \frac{4}{2-x}$

(3)  $\frac{3x}{x^2+5x-6}, \frac{x+2}{x-1}$

(4)  $\frac{1}{x-2}, \frac{x+4}{x^2-4x+4}$



# Ejercicios de Práctica #4

Halla los numeradores de las dos expresiones racionales si los nuevos denominadores son el mínimo común denominador.

$$(1) \quad \frac{1}{x^2 - 3x + 2}, \frac{1}{2x - 4}$$

$$(2) \quad \frac{1}{x - 4}, \frac{2}{4 - x}$$

$$(3) \quad \frac{3}{x^2 + x - 2}, \frac{x}{x + 2}$$

$$(4) \quad \frac{1}{x^2 + 6x + 8}, \frac{x}{x^2 - 16}$$



# Suma y Resta de Fracciones con denominadores diferentes

$$(2) \frac{3}{6a^2} + \frac{5}{4a} \quad (3a)$$

MCD es  $12a^2$

Paso 1: Determine el MCD

$$\frac{6}{12a^2} + \frac{15a}{12a^2}$$

Paso 2: Expresa cada fracción con el MCD como denominador

$$= \frac{6 + 15a}{12a^2}$$

Paso 3: Sume Numeradores

$$= \frac{\cancel{3}(2 + 5a)}{\cancel{12}a^2} = \frac{2 + 5a}{4a^2}$$

Paso 4: Simplifique



# Otro ejemplo ...

$$\frac{3}{x(x-1)} - \frac{5}{2x} \quad \text{El MCD es } 2x(x-1)$$

Paso 1: Determine el MCD

$$\frac{?}{2x(x-1)} - \frac{?}{(x-1)2x} =$$

Paso 2: Expresar cada fracción con el MCD como denominador

$$\frac{6}{2x(x-1)} - \frac{5(x-1)}{2x(x-1)} =$$

Paso 3: Reste Numeradores

$$\frac{6 - 5(x-1)}{2x(x-1)} =$$

Paso 4: Simplifique

$$\frac{6 - 5x + 5}{2x(x-1)} = \frac{-5x + 11}{2x(x-1)}$$



# Más ejemplos

$$1. \frac{a-5}{10} + \frac{3-2a}{15} = \frac{3(a-5)}{30} + \frac{2(3-2a)}{30} = \frac{3a-15}{30} + \frac{6-4a}{30} \\ = \frac{-a-9}{30}$$

$$2. \frac{x-1}{9x} + \frac{5}{18} = \frac{2(x-1)}{18x} + \frac{5x}{18x} = \frac{2x-2}{18x} + \frac{5x}{18x} \\ = \frac{7x-2}{18x}$$

$$3. \frac{1}{6x} - \frac{3}{2(x-1)} = \frac{1(x-1)}{6x(x-1)} - \frac{(3x)3}{6x(x-1)} \\ = \frac{x-1}{6x(x-1)} - \frac{9x}{6x(x-1)} = \frac{-8x-1}{6x(x-1)}$$



# Ejemplo ...

- Realice la operación indicada:

$$\begin{aligned}\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{2}{x^2 + x} &= \frac{1}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{x(x+1)} \\ &= \frac{1x}{x(x-1)(x+1)} - \frac{2(x-1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x - 2(x-1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x - 2x + 2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{-x + 2}{x(x-1)(x+1)}\end{aligned}$$



# Ejercicios del Texto 15-35

**15–24 ■ Simplify** Simplify the rational expression.

$$15. \frac{5(x-3)(2x+1)}{10(x-3)^2}$$

$$17. \frac{x-2}{x^2-4}$$

$$19. \frac{x^2+5x+6}{x^2+8x+15}$$

$$21. \frac{y^2+y}{y^2-1}$$

$$23. \frac{2x^3-x^2-6x}{2x^2-7x+6}$$

$$16. \frac{4(x^2-1)}{12(x+2)(x-1)}$$

$$18. \frac{x^2-x-2}{x^2-1}$$

$$20. \frac{x^2-x-12}{x^2+5x+6}$$

$$22. \frac{y^2-3y-18}{2y^2+7y+3}$$

$$24. \frac{1-x^2}{x^3-1}$$

**25–38 ■ Multiply or Divide** Perform the multiplication or division and simplify.

$$25. \frac{4x}{x^2-4} \cdot \frac{x+2}{16x}$$

$$27. \frac{x^2+2x-15}{x^2-25} \cdot \frac{x-5}{x+2}$$

$$29. \frac{t-3}{t^2+9} \cdot \frac{t+3}{t^2-9}$$

$$31. \frac{x^2+7x+12}{x^2+3x+2} \cdot \frac{x^2+5x+6}{x^2+6x+9}$$

$$32. \frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2} \cdot \frac{2x^2-xy-y^2}{x^2-xy-2y^2}$$

$$33. \frac{x+3}{4x^2-9} \div \frac{x^2+7x+12}{2x^2+7x-15}$$

$$34. \frac{2x+1}{2x^2+x-15} \div \frac{6x^2-x-2}{x+3}$$

$$35. \frac{\frac{x^3}{x+1}}{x}$$

$$35. \frac{\frac{x^3}{x+1}}{x^2+2x+1}$$

$$26. \frac{x^2-25}{x^2-16} \cdot \frac{x+4}{x+5}$$

$$28. \frac{x^2+2x-3}{x^2-2x-3} \cdot \frac{3-x}{3+x}$$

$$30. \frac{x^2-x-6}{x^2+2x} \cdot \frac{x^3+x^2}{x^2-2x-3}$$

$$36. \frac{2x^2-3x-2}{x^2-1}$$

$$36. \frac{2x^2+5x+2}{x^2+x-2}$$



# Ejercicios del Texto 39-67

**39–58 ■ Add or Subtract** Perform the addition or subtraction and simplify.

$$39. 1 + \frac{1}{x+3}$$

$$41. \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-3}$$

$$43. \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x+2}$$

$$45. \frac{5}{2x-3} - \frac{3}{(2x-3)^2}$$

$$47. u + 1 + \frac{u}{u+1}$$

$$49. \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2+x}$$

$$51. \frac{2}{x+3} - \frac{1}{x^2+7x+12}$$

$$53. \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2-9}$$

$$40. \frac{3x-2}{x+1} - 2$$

$$42. \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

$$44. \frac{x}{x-4} - \frac{3}{x+6}$$

$$46. \frac{x}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+1}$$

$$48. \frac{2}{a^2} - \frac{3}{ab} + \frac{4}{b^2}$$

$$50. \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

$$52. \frac{x}{x^2-4} + \frac{1}{x-2}$$

**59–72 ■ Compound Fractions** Simplify the compound fractional expression.

$$59. \frac{1 + \frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - 2}$$

$$61. \frac{1 + \frac{1}{x+2}}{1 - \frac{1}{x+2}}$$

$$63. \frac{\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+3}}{x+1}$$

$$65. \frac{x - \frac{x}{y}}{y - \frac{y}{x}}$$

$$67. \frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}$$

$$60. \frac{1 - \frac{2}{y}}{\frac{3}{y} - 1}$$

$$62. \frac{1 + \frac{1}{c-1}}{1 - \frac{1}{c-1}}$$

$$64. \frac{\frac{x-3}{x-4} - \frac{x+2}{x+1}}{x+3}$$

$$66. \frac{x + \frac{y}{x}}{y + \frac{x}{y}}$$

$$68. x - \frac{y}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}$$