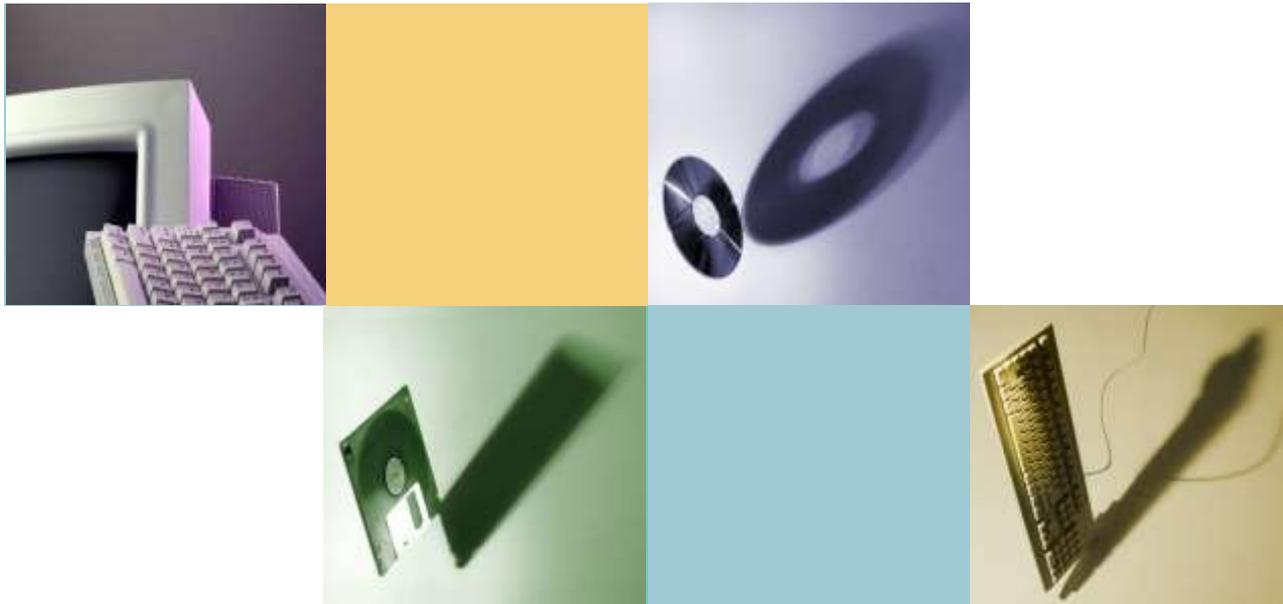


Unidad 2 - Lección 2.2



Inecuaciones con una variable

Actividad 2.2

- Referencias del Texto
 - Sección 1.8 Desigualdades Lineales e Intervalos. Asignación: impares del 13 – 35; 37- 49; 59-66, 75-86, Sección 3.7 : 17, 18, 21, 27, 33
- Referencias en el Web:
 - Math2me: [Introducción a las desigualdades](#); [Desigualdad lineal con una constante – Ejercicio 1](#); [Desigualdad lineal con una constante – Ejercicio 2](#); [Desigualdad lineal racional Ejercicio 1](#); [Desigualdad lineal racional Ejercicio 2](#); [Desigualdad lineal con tres componentes](#) ; [Inecuaciones cuadráticas](#).
 - Khan Academy: [Desigualdades Lineales de varios Pasos](#)
 - Julio Profe
 - [Desigualdades Lineales: Ejercicio 1](#)
 - [Desigualdades Lineales: Ejercicio 2](#)
 - [Desigualdades con valor absoluto](#)
 - [Desigualdades racionales – Ejercicio 1 \(Parte 1\)](#); [Ejercicio 1 \(Parte 2\)](#); [Ejercicio 2](#)



Situaciones en donde se usan desigualdades:

- "Temperatura (T) mayor de 99°F ..."

$$T > 99$$

- Velocidad (v) máxima en la autopista es 65 mph:

$$v \leq 65$$

- Promedio mínimo de 90

$$p \geq 90$$

$<$ "es menor que"

$>$ "es mayor que"

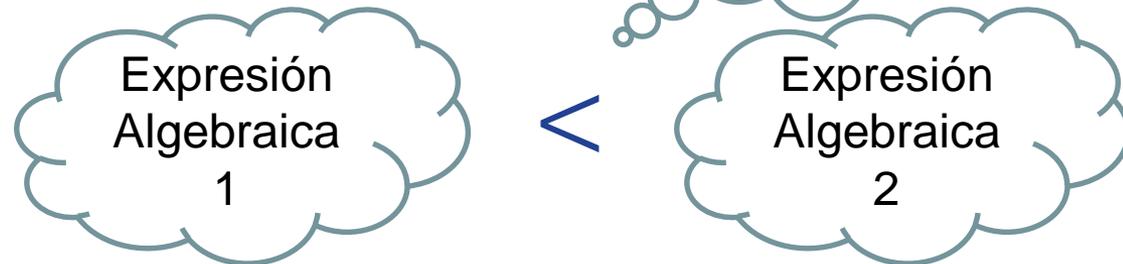
\leq "es menor o igual que"

\geq "es mayor o igual que"

DESIGUALDADES



Es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas



Ejemplos:

Inecuaciones Lineales en una variable

$$3x + 7 < 15$$

$$x^2 - x + 7 > 0$$

$$-2x + 1 \geq 2 - 5x$$

$$y^3 \geq 1 - 9x$$

INECUACIÓN

Inecuaciones NO Lineales



Inecuaciones lineales en una variable

- ... es una inecuación que se puede reducir a una de las siguientes:

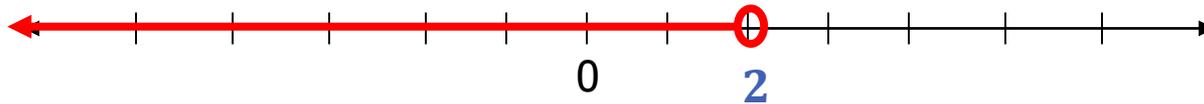
$$x < c \quad x \leq c \quad x > c \quad x \geq c$$

Donde c es una constante

Ejemplos

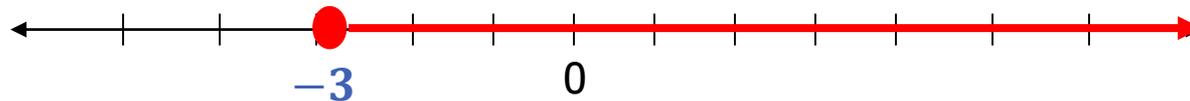
$$x < 2$$

Todos los números reales menores que 2



$$x \geq -3$$

Todos los números reales mayores que o igual a -3



$$2x + 3 \geq 5$$

Todos los números reales tal que su doble sumado a 3 resulta en un número mayor que o igual a 5

¿Cómo podemos encontrar estos números?!



Ejemplo 1

- Resuelva

$$4x - 5 > 3x - 7$$

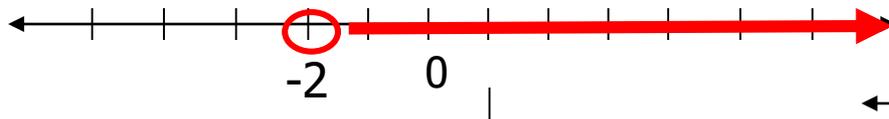
$$4x - 5 + 5 > 3x - 7 + 5$$

$$4x > 3x - 2$$

$$4x - 3x > 3x - 3x - 2$$

$$x > -2$$

El conjunto solución es $\{x \mid x > -2\}$



$$22x - 7 \leq 15$$

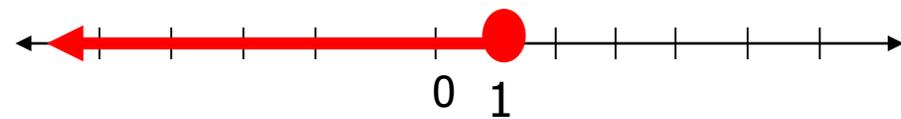
$$22x - 7 + 7 \leq 15 + 7$$

$$22x \leq 22$$

$$\frac{22x}{22} \leq \frac{22}{22}$$

$$x \leq 1$$

El conjunto solución es $\{x \mid x \leq 1\}$



Propiedad de la Desigualdad ...

Si n es un número **negativo** y $a < b$, entonces:

$$a \cdot n > b \cdot n \qquad \frac{a}{n} > \frac{b}{n}$$

Si se multiplica o divide por un número negativo la desigualdad se invierte.

Ejemplos:

$$2 < 3 \quad \longrightarrow$$

$$\begin{array}{ccc} 2 \times -1 & ? & 3 \times -1 \\ -2 & > & -3 \end{array}$$

$$6 \geq 2 \quad \longrightarrow$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{6}{-2} & ? & \frac{2}{-2} \\ -3 & \leq & -1 \end{array}$$



Ejemplo 2

- Ejemplo

$$8 - 2x > -7 + x$$

$$8 - 2x - x > -7 + x - x$$

$$8 - 3x > -7$$

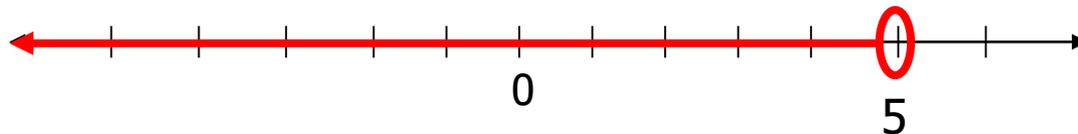
$$8 - 8 - 3x > -7 - 8$$

$$-3x > -15$$

$$\frac{-3x}{-3} < \frac{-15}{-3}$$

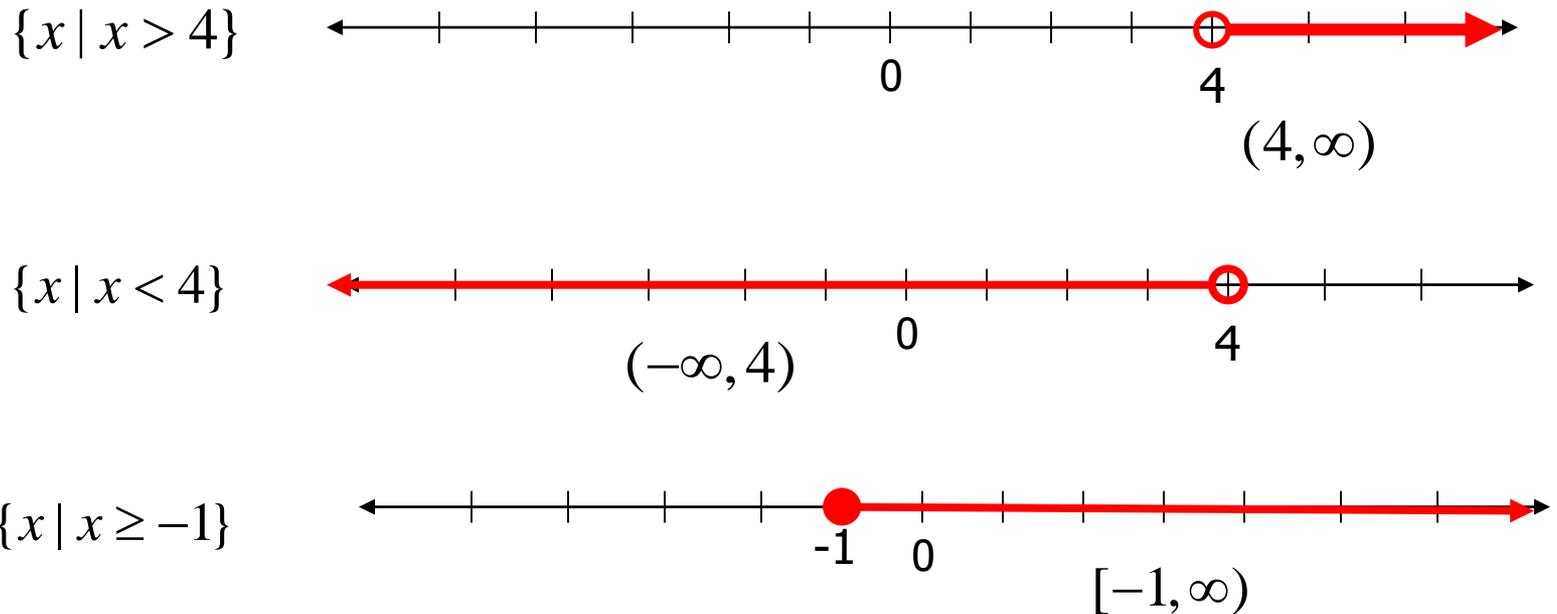
$$x < 5$$

El conjunto solución es $\{x \mid x < 5\}$



Intervalos

- Es una notación que se usa para representar el conjunto solución de inecuaciones lineales.



Observe que se usa el corchete para indicar que el punto está incluido.



Ejemplos

- Resuelva y exprese solución como intervalos:

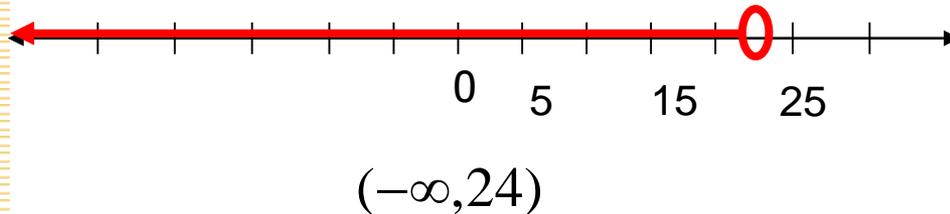
$$38 - 2x > -10$$

$$-2x > -10 - 38$$

$$-2x > -48$$

$$\frac{-2x}{-2} < \frac{-48}{-2}$$

$$x < 24$$



$$x - 5 > 2 - 3(x - 2)$$

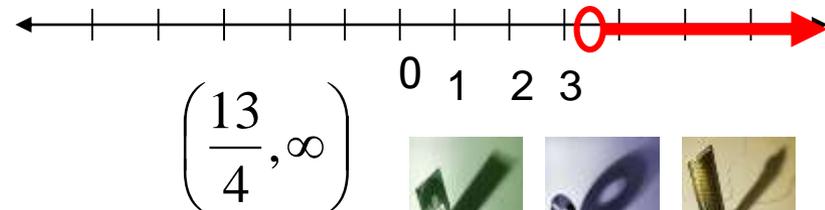
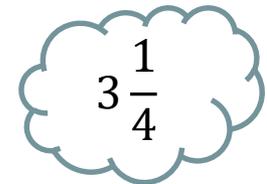
$$x - 5 > 2 - 3x + 6$$

$$x + 3x > 2 + 6 + 5$$

$$4x > 13$$

$$\frac{4x}{4} > \frac{13}{4}$$

$$x > \frac{13}{4}$$



Situaciones en donde se usan desigualdades de tres partes:

- La temperatura T del día fluctuó **entre** 70° y 80° Fahrenheit: $70^\circ < T < 80^\circ$

- En un fábrica los cinturones que se cortan para medir 36 pulgadas, se le permite un **margen de error** de 0.1 pulgadas: $35.9 \leq m \leq 36.1^\circ$

$$a < x < b \quad a < b \leq c \quad a \leq x < b \quad a \leq x \leq b$$

Se usan para expresar que “un número” real x se encuentra **entre** los números reales a y b .

Ejemplos: $-4 < x < 5$ $-7 \leq x < -1$ $5 > x > -2 \rightarrow -2 < x < 5$
 $(-4, 5)$ $[-7, -1)$ $(-2, 5)$

DESIGUALDADES LINEALES DE TRES PARTES



Inecuaciones en tres partes

- Resuelva

$$-14 < 4x + 1 < 5$$

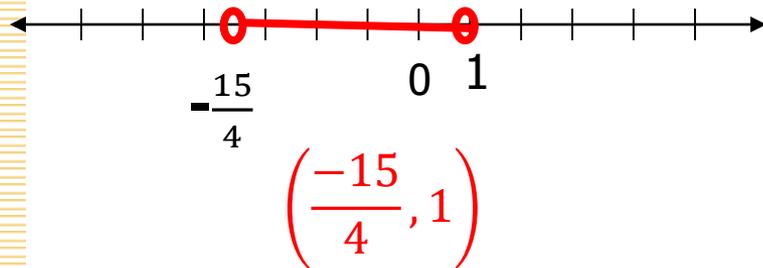
$$-14 - 1 < 4x < 5 - 1$$

$$-15 < 4x < 4$$

$$\frac{-15}{4} < \frac{4x}{4} < \frac{4}{4}$$

$$-\frac{15}{4} < x < 1$$

$-3\frac{3}{4}$



$$-1 < \frac{4-x}{3} < \frac{1}{4}$$

$$(12)(-1) < (12)\left(\frac{4-x}{3}\right) < (12)\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$-12 < 16 - 4x < 3$$

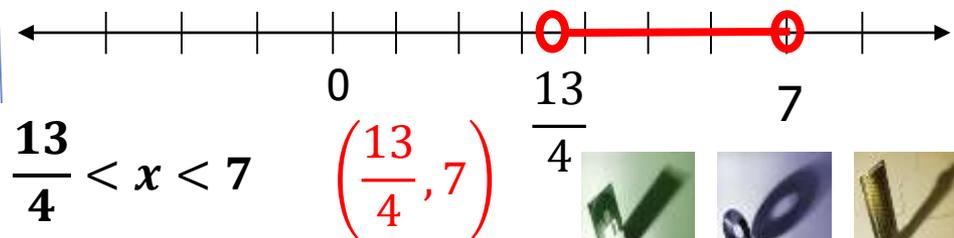
$$-12 - 16 < -4x < 3 - 16$$

$$-28 < -4x < -13$$

$$\frac{-28}{-4} > x > \frac{-13}{-4}$$

$$7 > x > \frac{13}{4}$$

$3\frac{1}{4}$



$$2x^2 - x - 6 > 0$$

$$-3x^2 - x < 0$$

$$3x^2 - 27 \leq 0$$

INECUACIONES CUADRÁTICAS



Ejemplo 1

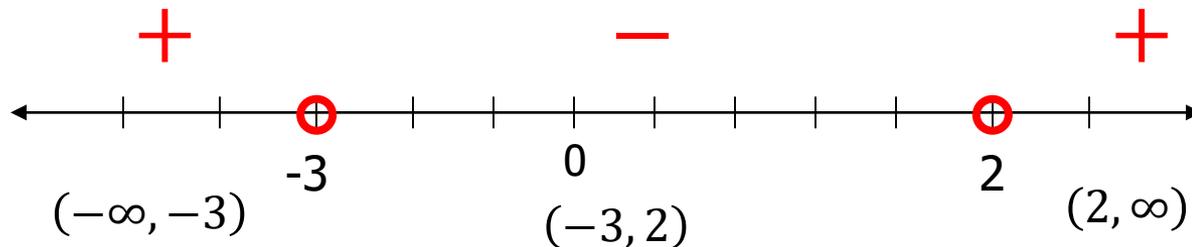
- Resuelva $x^2 + x - 6 < 0$
- Paso 1 – Resuelva la ecuación cuadrática

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3, x = 2$$

- Paso 2 – Identifique los intervalos de interés
- Paso 3 – Identifique los signos de la expresión al evaluarlo en valores en los intervalos de interés



Solución: $(-3, 2)$

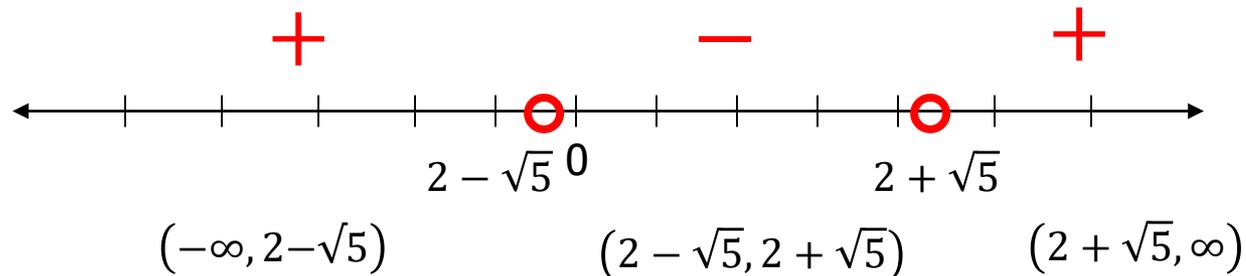


Ejemplo 2

- Resuelva $x^2 - 1 \geq 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 1 \geq 0$
- Paso 1 – Resuelva la ecuación cuadrática $x^2 - 4x - 1 = 0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4}}{2}$$
$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5} \approx -0.2, 4.2$$

- Paso 2 – Identifique los intervalos de interés
- Paso 3 – Identifique los signos de la expresión al evaluarlo en valores en los intervalos de interés



Solución: $(-\infty, 2 - \sqrt{5}] \cup [2 + \sqrt{5}, \infty)$



Situaciones en donde se usan desigualdades con valor absolutos:

- “la duración de una bombilla de luz puede diferir por 10 horas el tiempo de vida establecido”
- “margen de error de un equipo de medir”

Si x es un número real

$|x|$ es la distancia entre la gráfica de x y el punto origen

$$|x| = \begin{cases} x & \text{para } x \geq 0 \\ -x & \text{para } x < 0 \end{cases}$$

Ejemplos: Si a es un número real ...

$$|x| = a$$

$$|x| < a$$

$$|x| > a$$

$$|x| \leq a$$

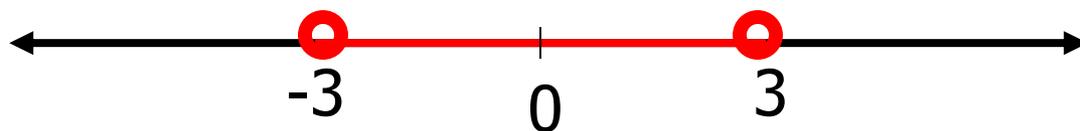
$$|x| \geq a$$

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO



Inecuaciones con valor absoluto: $|x| < a$

- $|x| < 3$



Conjunto solución: $\{x | -3 < x < 3\}$

Ejemplos

$$|2x - 1| < 7$$

$$-7 < 2x - 1 < 7$$

$$-7 + 1 < 2x < 7 + 1$$

$$-6 < 2x < 8$$

$$\frac{-6}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{8}{2}$$

$$-3 < x < 4$$

$$(-3, 4)$$

$$|-5 - 3x| < 1$$

$$-1 < -5 - 3x < 1$$

$$-1 + 5 < -3x < 1 + 5$$

$$4 < -3x < 6$$

$$\frac{4}{-3} > \frac{-3x}{-3} > \frac{6}{-3}$$

$$\frac{-4}{3} > x > -2$$

$$-2 < x < \frac{-4}{3}$$

$$\left(-2, \frac{-4}{3}\right)$$



Ejemplos 8

- Resuelva

$$2|-1+x|-1 < 5$$

$$2|-1+x| < 5+1$$

$$\frac{2}{2}|-1+x| < \frac{6}{2}$$

$$|-1+x| < 3$$

$$-3 < -1+x < 3$$

$$-3+1 < x < 3+1$$

$$-2 < x < 4$$

$(-2,4)$

$$|4x-1| < -1$$

No tiene solución

$$|4x-1| \leq 0$$

$$|4x-1| = 0$$

$$4x-1 = 0$$

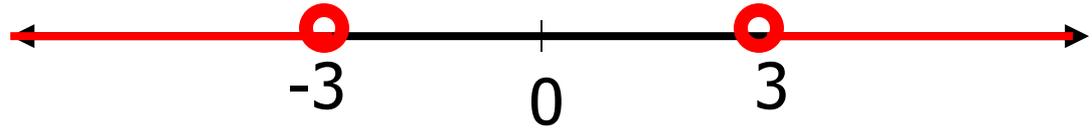
$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$



Inecuaciones con valor absoluto: $|x| > 3$

- $|x| > 3$

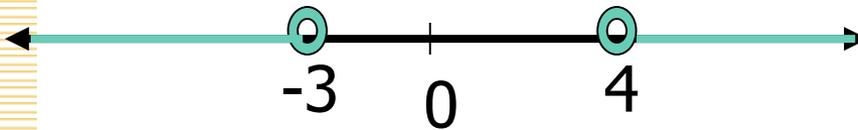


- Ejemplos

$$|2x - 1| > 7$$

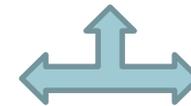


$$\begin{aligned} 2x - 1 < -7 & \quad 2x - 1 > 7 \\ 2x < -7 + 1 & \quad 2x > 7 + 1 \\ 2x < -6 & \quad 2x > 8 \\ x < -3 & \quad x > 4 \end{aligned}$$

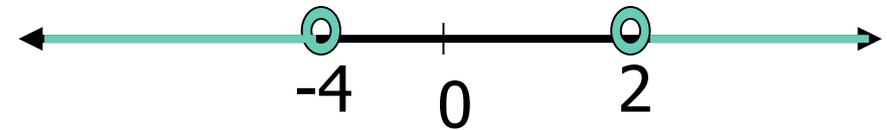


$$(-\infty, 3) \cup (4, \infty)$$

$$|-x - 1| > 3$$



$$\begin{aligned} -x - 1 < -3 & \quad -x - 1 > 3 \\ -x < -3 + 1 & \quad -x > 3 + 1 \\ -x < -2 & \quad -x > 4 \\ x > 2 & \quad x < -4 \end{aligned}$$



$$(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$$



Ejemplo 9

- Resuelva:

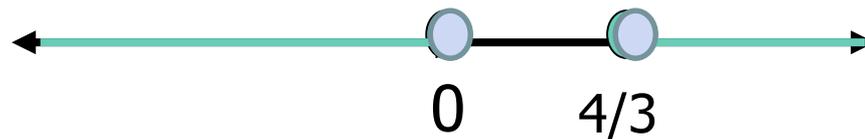
$$6 - |-2 + 3x| \leq 4$$

$$-|-2 + 3x| \leq 4 - 6$$

$$-|-2 + 3x| \leq -2$$

$$|-2 + 3x| \geq 2$$

$$\begin{array}{l} -2 + 3x \leq -2 \quad \longleftrightarrow \quad -2 + 3x \geq 2 \\ 3x \leq -2 + 2 \qquad \qquad \qquad 3x \geq 2 + 2 \\ 3x \leq 0 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 3x \geq 4 \\ x \leq 0 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad x \geq \frac{4}{3} \end{array}$$



$$(-\infty, 0] \cup [4/3, \infty)$$

$$|4x - 1| > -1$$

Todo número real es solución

$$|4x - 1| \geq 0$$

Todo número real es solución



$$\frac{p(x)}{q(x)} < 0 \quad \frac{p(x)}{q(x)} > 0 \quad \frac{p(x)}{q(x)} \leq 0 \quad \frac{p(x)}{q(x)} \geq 0$$

Para resolver inecuaciones racionales, recuerde lo siguiente:

Los **ceros** de una expresión algebraica son los valores que hacen la misma igual a 0

Los **ceros** de un polinomio $P(x)$ son las soluciones la ecuación $P(x) = 0$

$$\frac{p(x)}{q(x)} = 0$$

Cuando $p(x) = 0$

$$\frac{p(x)}{q(x)} = \text{No está definida}$$

Cuando $q(x) = 0$

INECUACIONES RACIONALES



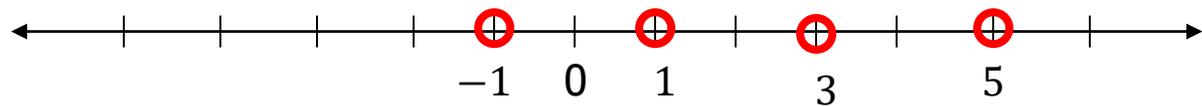
Ejemplo 9

- Resuelva $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4x - 5} \geq 0$

Paso 1 – Determine los ceros del numerador y denominador $\frac{(x - 3)(x - 1)}{(x - 5)(x + 1)} \geq 0$

Paso 2 – Determine los intervalos interés

Ceros del numerador: 3, 1 Ceros del denominador: 5, -1



Intervalos de interés	Signo
$(-\infty, -1)$	+
$(-1, 1)$	-
$(1, 3)$	+
$(3, 5)$	-
$(5, \infty)$	+

$$(-\infty, -1) \cup [1, 3] \cup (5, \infty)$$



Ejercicios del Texto 1.8

13-36: Resuelva y escriba su solución en notación de intervalos y grafique

13. $2x \leq 7$

15. $2x - 5 > 3$

17. $7 - x \geq 5$

19. $2x + 1 < 0$

21. $4x - 7 < 8 + 9x$

23. $\frac{1}{2}x - \frac{2}{3} > 2$

25. $\frac{1}{3}x + 2 < \frac{1}{6}x - 1$

27. $4 - 3x \leq -(1 + 8x)$

29. $2 \leq x + 5 < 4$

31. $-1 < 2x - 5 < 7$

33. $-2 < 8 - 2x \leq -1$

35. $\frac{1}{6} < \frac{2x - 13}{12} \leq \frac{2}{3}$

14. $-4x \geq 10$

16. $3x + 11 < 5$

18. $5 - 3x \leq -16$

20. $0 < 5 - 2x$

22. $5 - 3x \geq 8x - 7$

24. $\frac{2}{5}x + 1 < \frac{1}{5} - 2x$

26. $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}x \geq \frac{1}{6} + x$

28. $2(7x - 3) \leq 12x + 16$

30. $5 \leq 3x - 4 \leq 14$

32. $1 < 3x + 4 \leq 16$

34. $-3 \leq 3x + 7 \leq \frac{1}{2}$

36. $-\frac{1}{2} \leq \frac{4 - 3x}{5} \leq \frac{1}{4}$

37-58: Resuelva y escriba su solución en notación de intervalos y grafique

37. $(x + 2)(x - 3) < 0$

39. $x(2x + 7) \geq 0$

41. $x^2 - 3x - 18 \leq 0$

43. $2x^2 + x \geq 1$

45. $3x^2 - 3x < 2x^2 + 4$

47. $x^2 > 3(x + 6)$

49. $x^2 < 4$

38. $(x - 5)(x + 4) \geq 0$

40. $x(2 - 3x) \leq 0$

42. $x^2 + 5x + 6 > 0$

44. $x^2 < x + 2$

46. $5x^2 + 3x \geq 3x^2 + 2$

48. $x^2 + 2x > 3$

50. $x^2 \geq 9$



Ejercicios del Texto 1.8 p2

59-64: Resuelva y escriba su solución en notación de intervalos y grafique

$$59. \frac{x-3}{x+1} \geq 0 \quad 60. \frac{2x+6}{x-2} < 0$$

$$61. \frac{x}{x+1} > 3 \quad 62. \frac{x-4}{2x+1} < 5$$

$$63. \frac{2x+1}{x-5} \leq 3 \quad 64. \frac{3+x}{3-x} \geq 1$$

$$65. \frac{4}{x} < x \quad 66. \frac{x}{x+1} > 3x$$

75-90: Resuelva y escriba su solución en notación de intervalos y grafique

$$75. |5x| < 20 \quad 76. |16x| \leq 8$$

$$77. |2x| > 7 \quad 78. \frac{1}{2}|x| \geq 1$$

$$79. |x-5| \leq 3 \quad 80. |x+1| \geq 1$$

$$81. |3x+2| < 4 \quad 82. |5x-2| < 8$$

$$83. |3x-2| \geq 5 \quad 84. |8x+3| > 12$$

$$85. \left| \frac{x-2}{3} \right| < 2 \quad 86. \left| \frac{x+1}{2} \right| \geq 4$$

(**Sección: 3.7:** 17-36): Resuelva la inecuación

$$17. \frac{x-1}{x-10} < 0 \quad 18. \frac{3x-7}{x+2} \leq 0$$

$$21. \frac{x}{x^2+2x-2} \leq 0 \quad 27. \frac{x-3}{2x+5} \geq 1$$

$$33. \frac{6}{x-1} - \frac{6}{x} \geq 1$$

