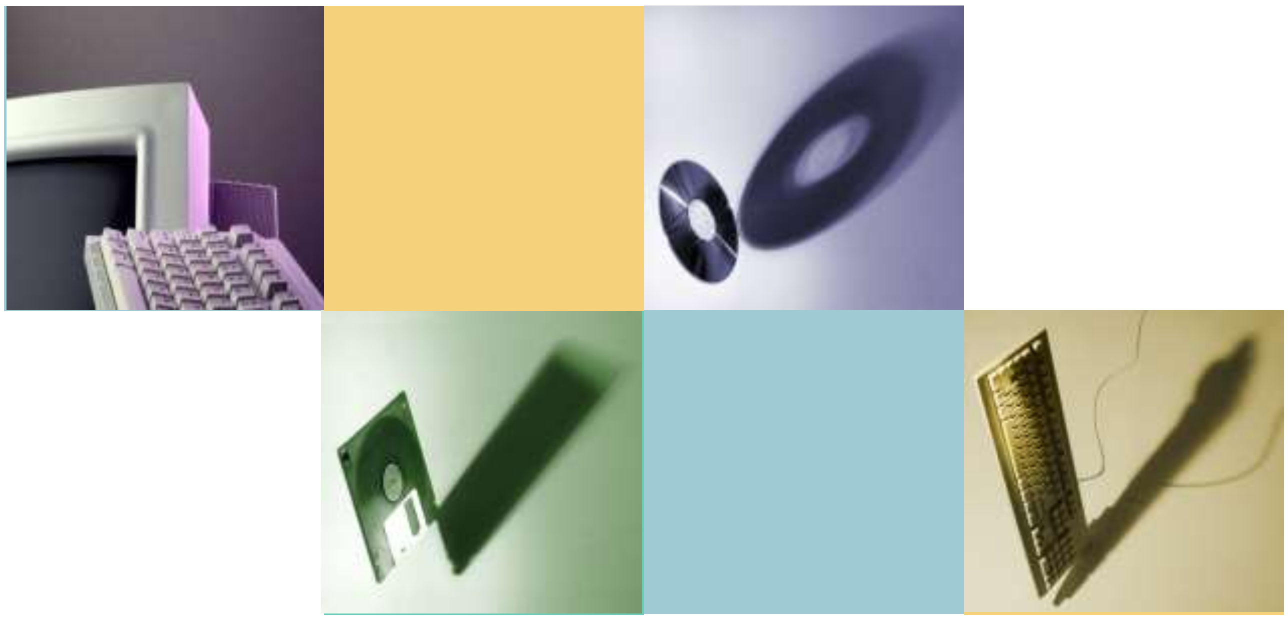
Unidad 1 – Lección 1.0



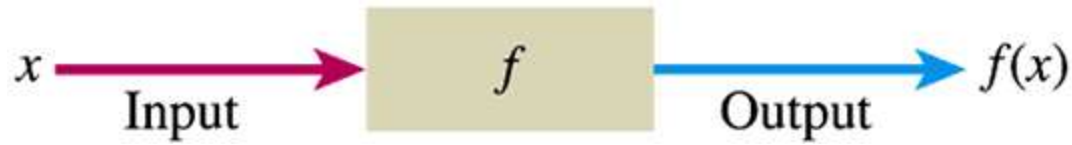
Repaso de Funciones

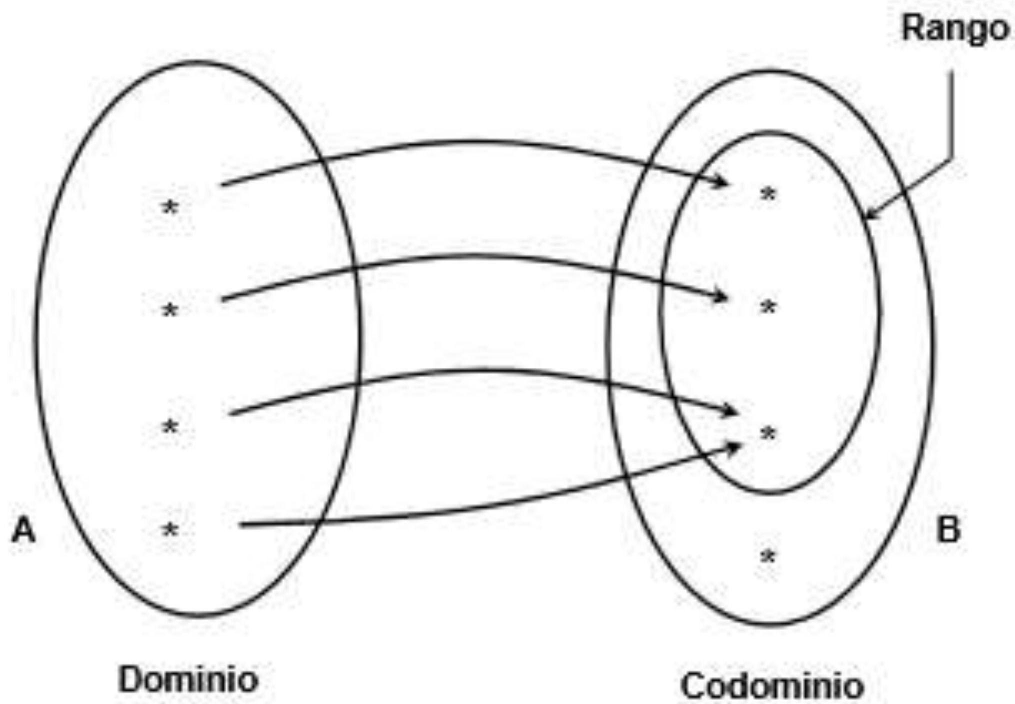
Actividades 1.0

- **Asignación:**
  1. **Enviar mensaje de e-mail a jose.rodriguez93@upr.edu .**
     - **En el área de asunto (Subject) escriba MATE3172 –Su nombre y apellidos.**
     - **En el área de contenido preséntese, identifique el programa de estudio que sigue, en qué pueblo reside y su pasatiempo favorito.**
  2. **Cuando reciba mensaje de invitación de Khan Academy acepte.**
- **Referencias del Web**
  - Khan Academy : Functions and Their Graphs; Polynomial and Rational Functions
  - Purple Math: Functions versus Relations
  - The Math Page: Functions

Objetivos

- Al finalizar esta lección podrás:
- Calcular el valor f(x) de una función
- Reconocer la gráfica de una función.
- Identificar el dominio y el campo de valores de funciones polinómicas y funciones con raíz cuadrada y por partes.
- Trazar la gráfica de un función con la ayuda del programa GRAPH





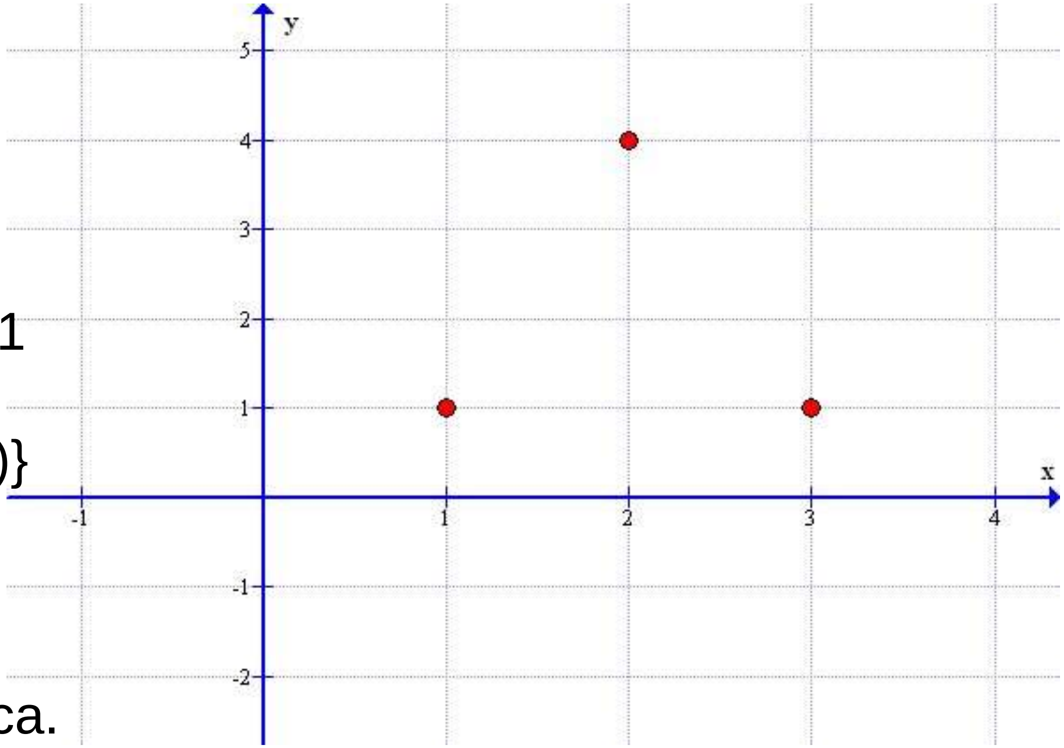
FUNCIONES

Una relación entre elementos de dos conjuntos tal cada uno del primero se le asocia un elemento único del segundo.

¿Cómo se representa una función?

- Sea x={1,2,3}, y = {1, 4}

1. Tabla de valores
   1 → 1
   2 → 4
   3 → 1
2. f(1)=1, f(2)=4, f(3)=1
3. f ={(1,1), (2,4), (3,1)}
4. Gráfica
5. Expresión algebraica.



Evaluando funciones

Para la función $f(x)=2x^2+5$

a) $f(3)=2(3)^2+5=23$

b)
$$
\begin{aligned}
f(1+\sqrt{2}) &= 2(1+\sqrt{2})^2+5 \\
&= 2(1+\sqrt{2})(1+\sqrt{2})+5 \\
&= 2(3+2\sqrt{2})+5 = 11+4\sqrt{2} \quad \approx 16.66
\end{aligned}
$$

TI30XS *Multiview*:

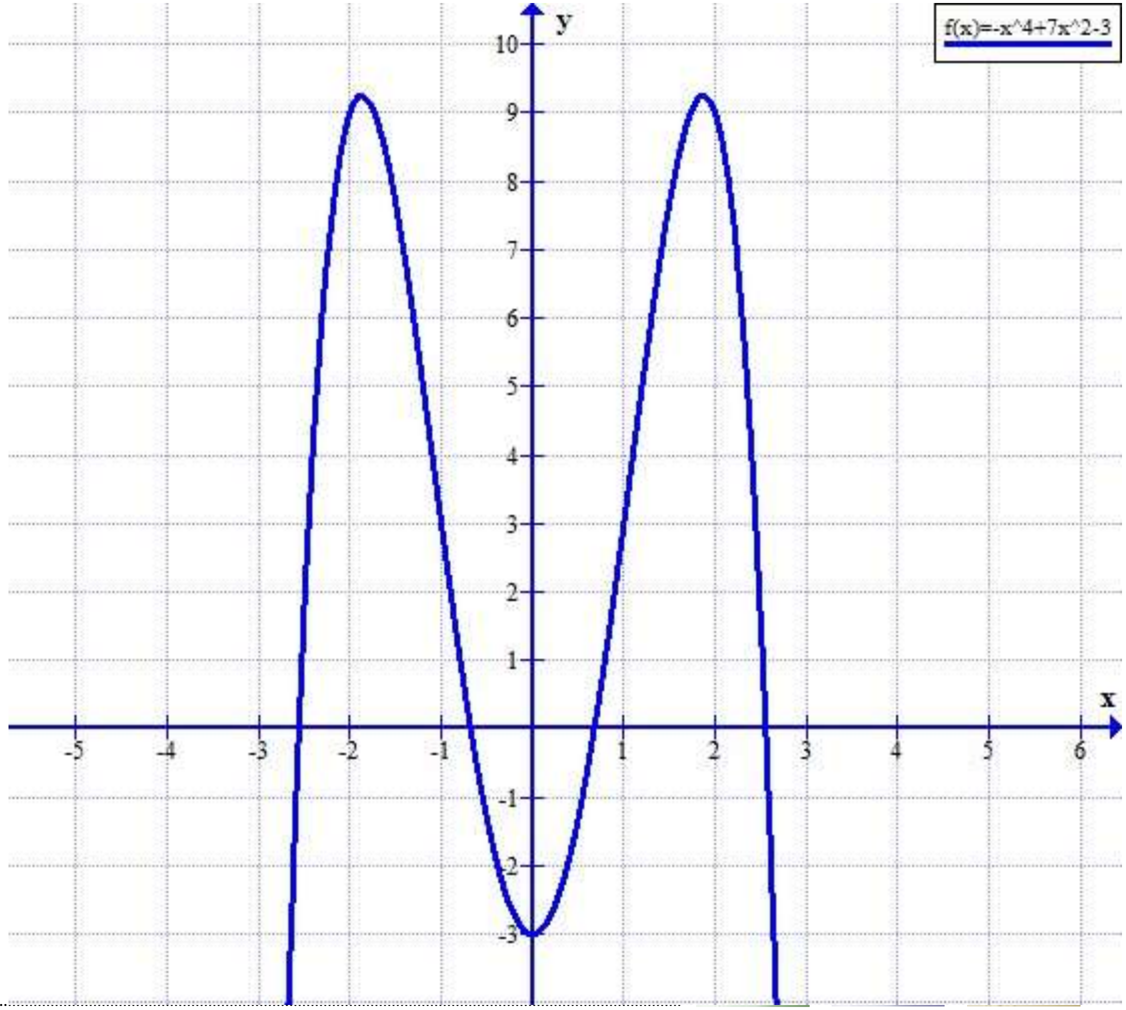
$$2[(]1[+][2nd][x^2][)][x^2][+]5$$

Gráfica de una función

- Trace la gráfica de la función $f(x) = -x^4 + 7x^2 - 3$

Solución:
Se asume como el conjunto mayor de números reales que pueda sustituir la variable (Dominio).

Para graficar use programas computadorizados (*graficadores*)



Graficador: GRAPH

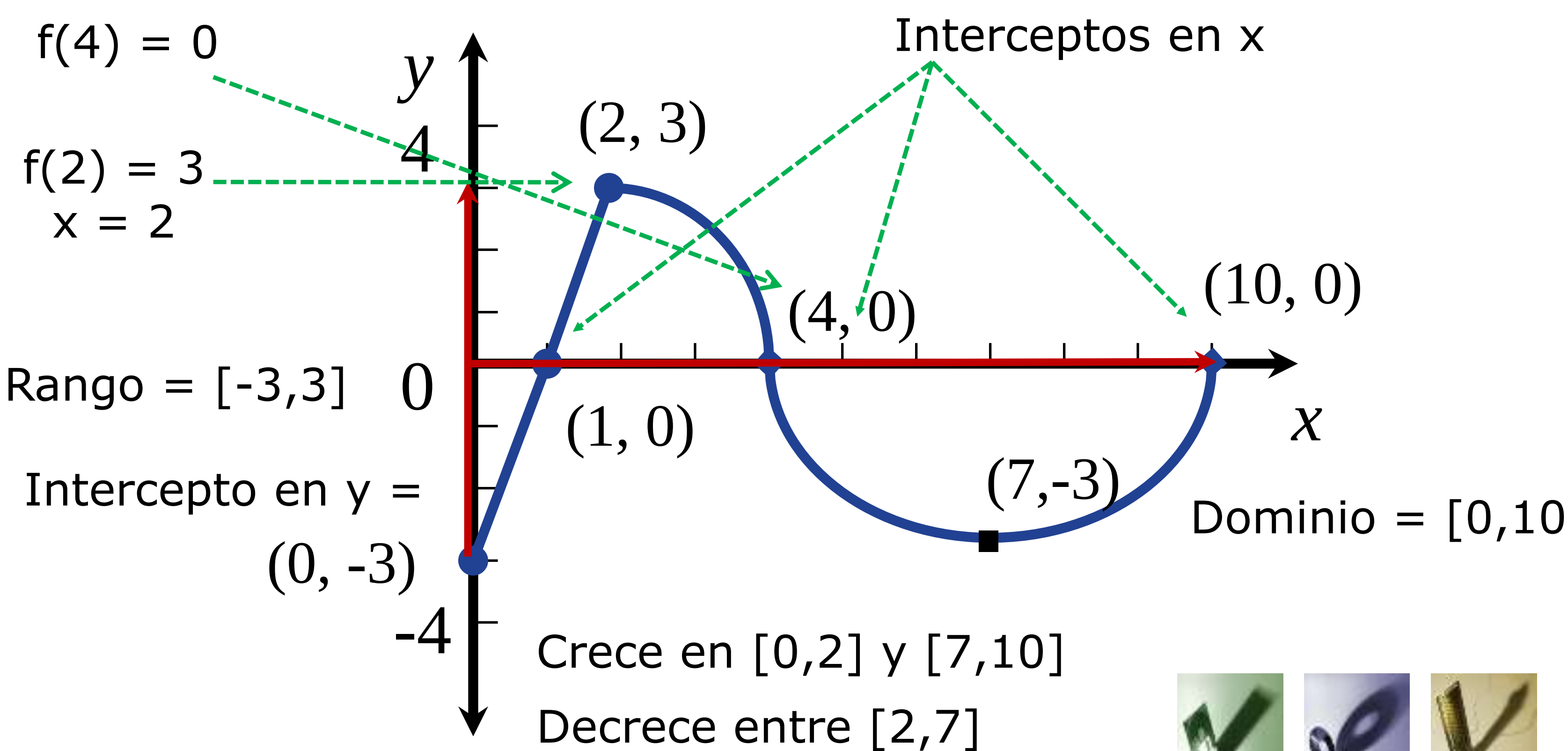
- Permite del menú Function:
  - Graficar funciones (Insert Function)
  - Conjunto de puntos (Insert point series)
  - Aproximar un conjunto de puntos por una gráfica (Insert trendline)
  - Relaciones (Insert relation)

Bajar de: http://www.padowan.dk/graph/

Interpretación de la gráfica

De la gráfica de la función f siguiente,

a) Determine f(4).
b) Determine x, si que f(x) = 3
c) Determine el dominio, recorrido e interceptos.
d) Determine dónde crece y decrece

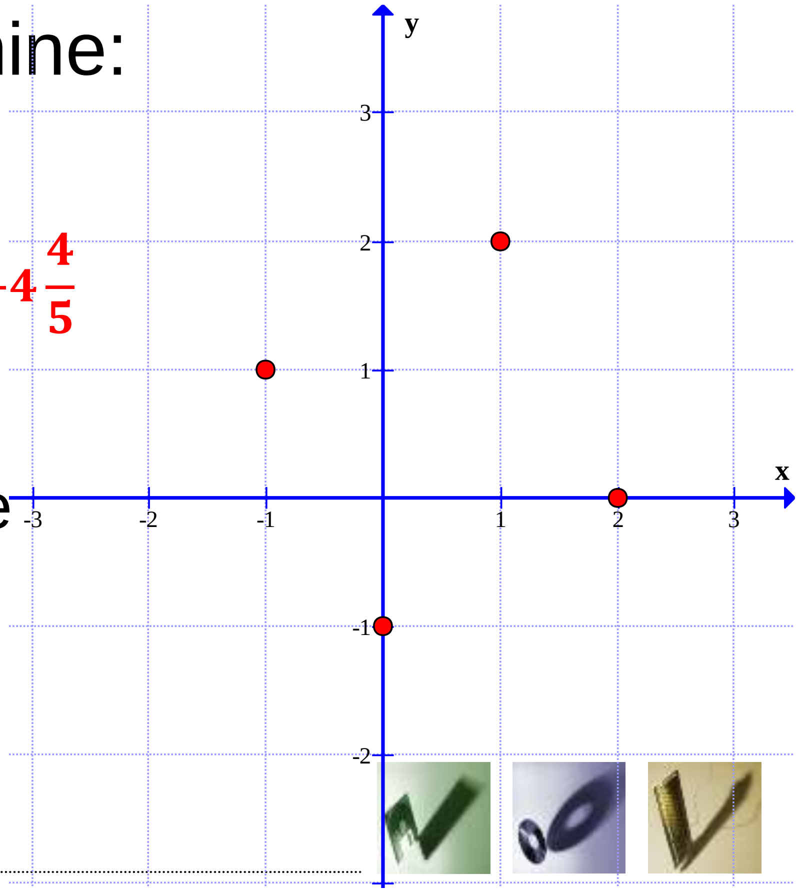


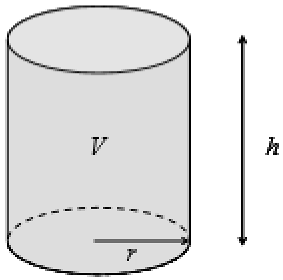
Ejercicio #1

1. Si f = {(-2, 1), (1, -5), (3, 2)} determine:
   – f(1) = - 5
   – Dominio de f = {- 2, 1, 3}

2. Si $g(x) = \frac{2}{5}x - 6$ determine:
   – g(10)$= \frac{2}{5}(10) - 6 = 4 - 6$ = - 2
   – g(3) $= \frac{2}{5}(3) - 6 = \frac{6}{5} - 6 = \mathbf{\frac{-24}{5}} = \mathbf{-4\frac{4}{5}}$
   – $g(\sqrt[3]{5}) = \frac{2}{5}(\sqrt[3]{5}) - 6 = \mathbf{\frac{2\sqrt[3]{5}}{5} - 6}$

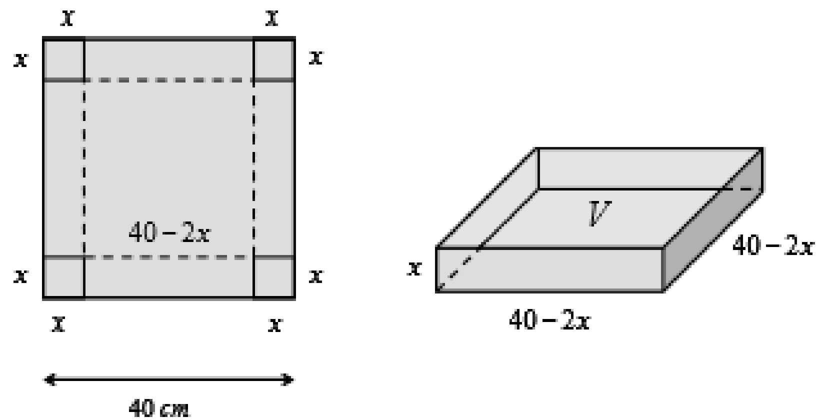
3. De la gráfica de f, determine
   – f(2) **= 0**
   – f(0) **= -1**
   – f(-1) **= 1**





$$V(r) = \pi r^2$$

Volumen de un cilindro vertical



$$\mathrm{A}(x) = 4x^3 - 160x^2 - 1600x$$

Cantidad de material (área de superficie) de una caja que se forma de una cartulina cuadrada de 40 cm.

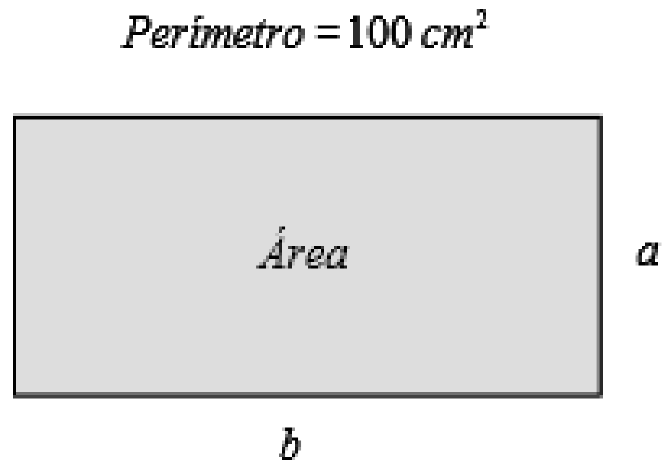
MODELADO A TRAVÉS DE FUNCIONES

Ejemplo

Un rectángulo tiene un perímetro de 100 cm. Expresa el área del rectángulo como función de la longitud de uno de sus lados.

- Solución:
- Sea a, b las medidas de los lados del rectángulo. A su área. Entonces

$$A = ab$$



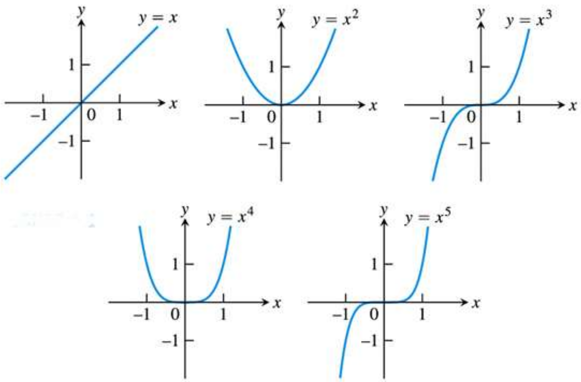
- Si el perímetro es 20, entonces

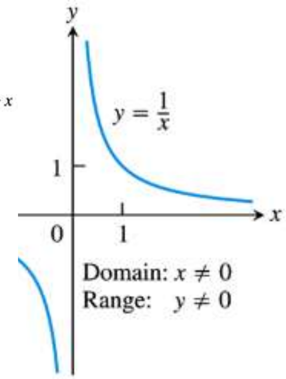
$$2a + 2b = 100$$
$$2a = 20 - 2b$$
$$a = 50 - b$$

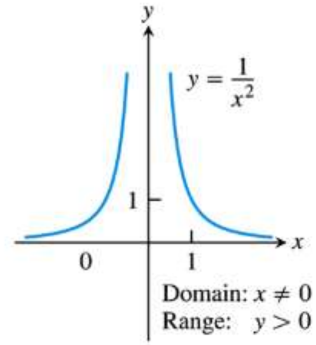
- Por tanto,

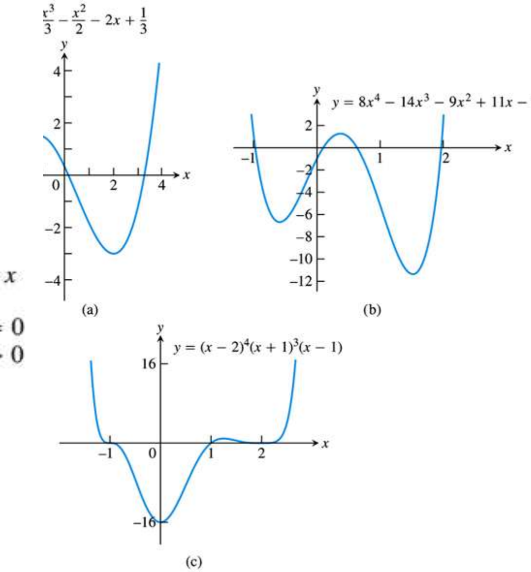
$$A = b(50 - b)$$

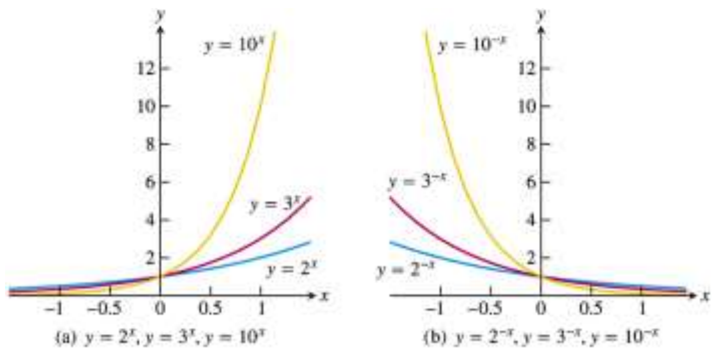
$$A(x) = x(50 - x)$$

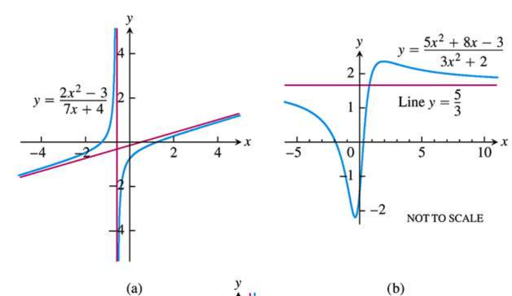




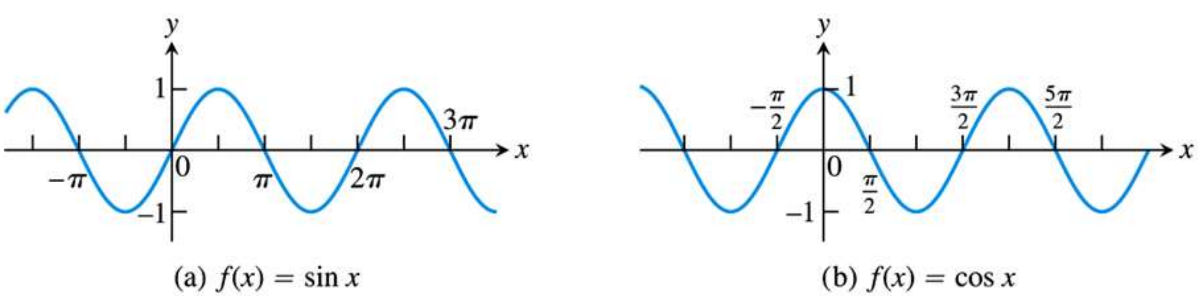


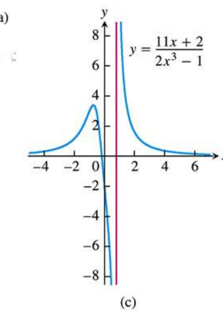






TIPOS DE FUNCIONES



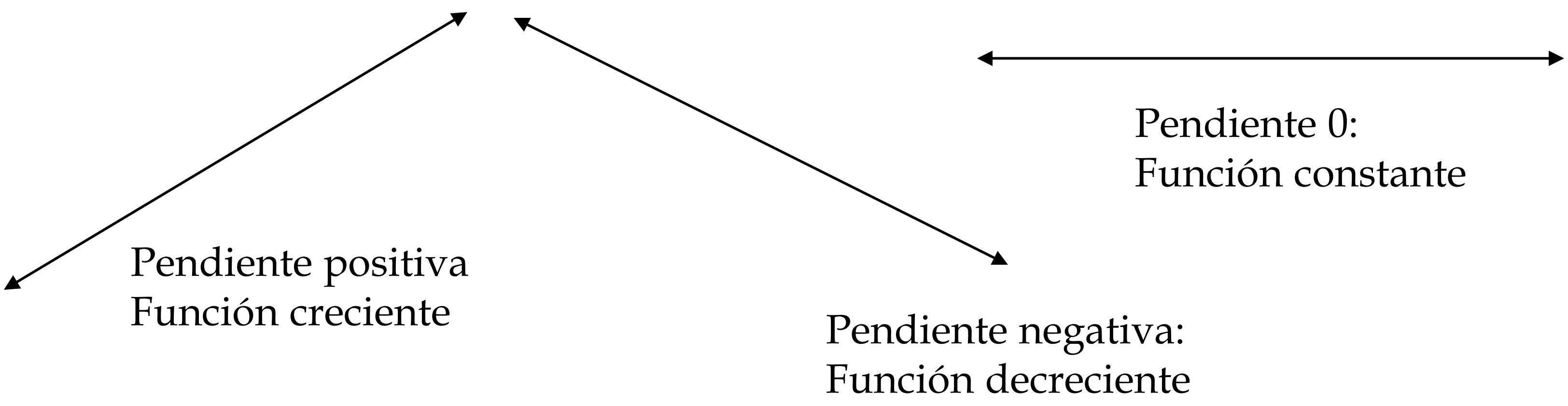


La Función Lineal

- La función lineal es la función de la forma:

$$f(x) = mx + b$$

- La gráfica de una función lineal es la recta con pendiente *m*, intercepto en y en (0,b).
- Tres tipos de funciones lineales:



Pendiente (Slope)

- Sea (x_1, y_1) y (x_2, y_2) dos puntos en una recta tal que $x_1 \neq x_2$. Entonces, la **pendiente (m)** de la recta que pasar por estos puntos está definida como:

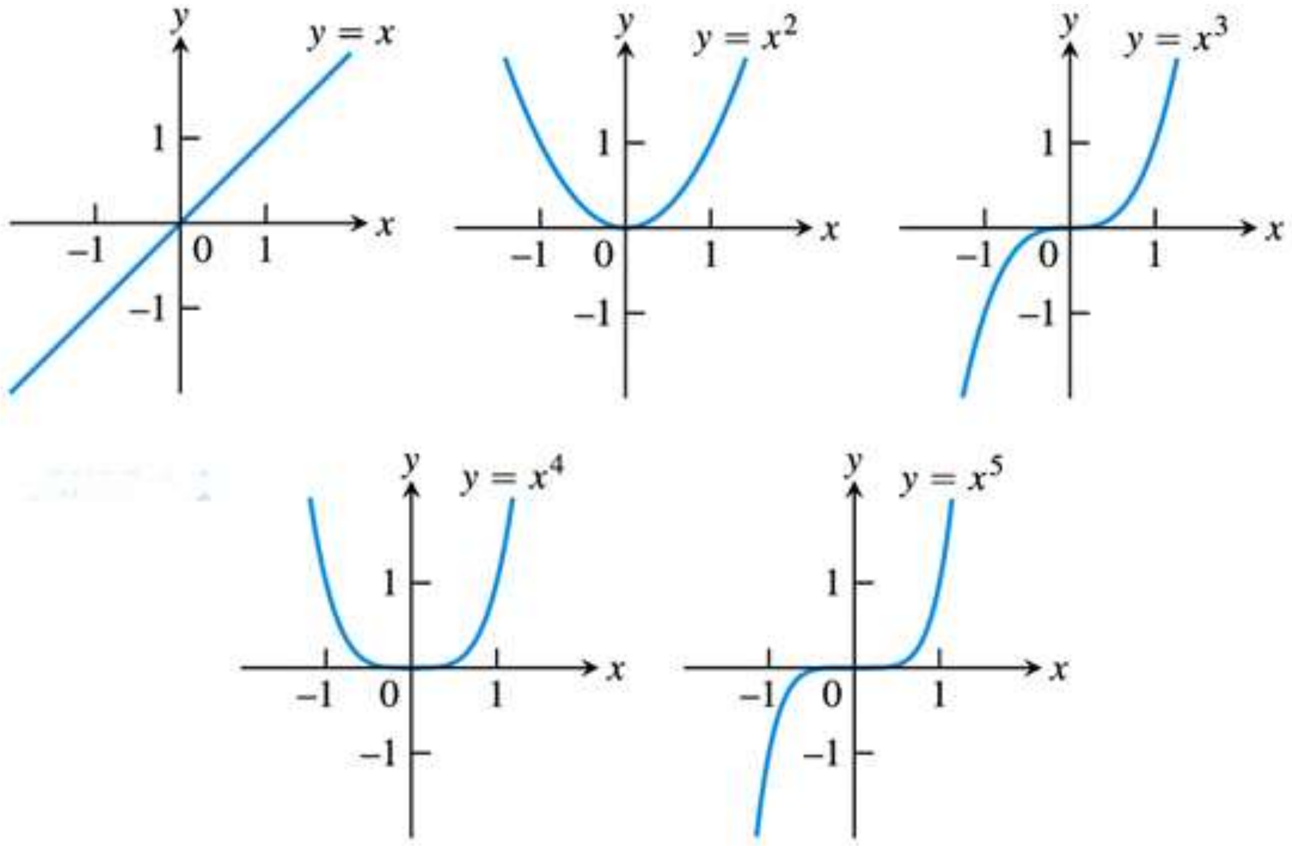
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Si $x_1 = x_2$ entonces la recta es una línea vertical y la pendiente no está definida.
- Ejemplo: Determine la pendiente de la recta que pasa por los puntos (1,3) y (4,5):

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(5)-(3)}{(4)-(1)} = \frac{2}{3}$$

Funciones potencias $f(x) = x^n$

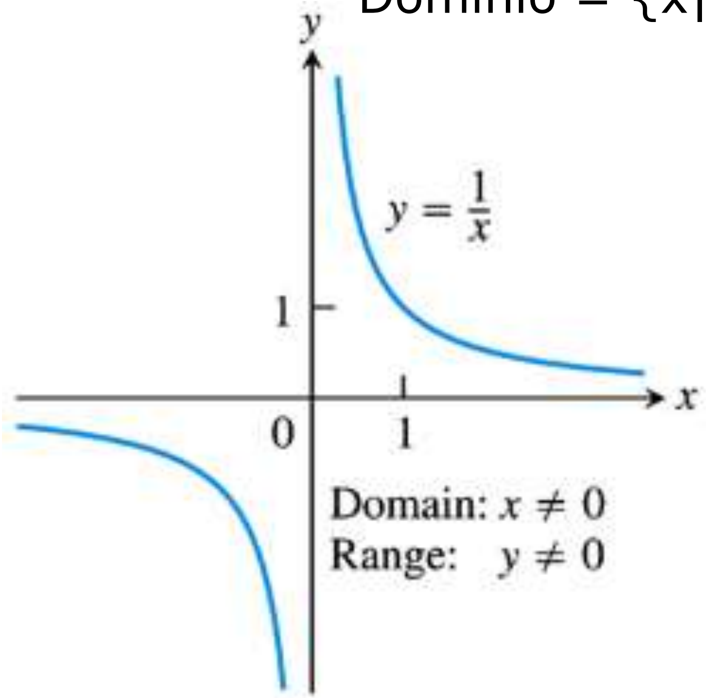
Gráficas de $f(x) = x^n$, n = n = 1, 2, 3, …

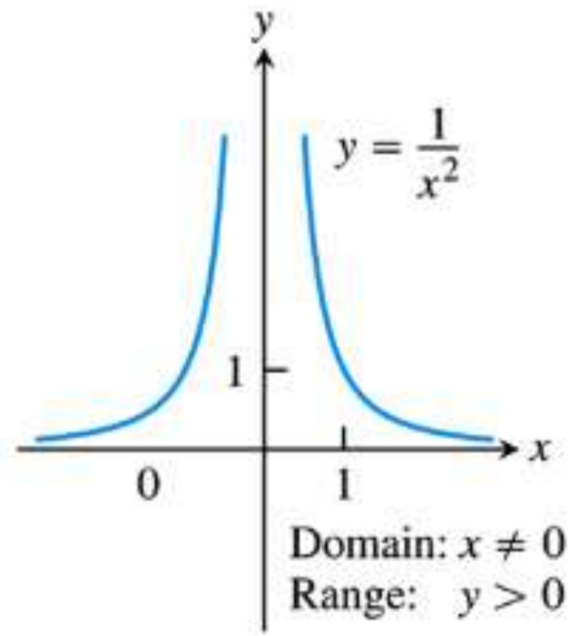


Dominio = (-infinito, infinito)

Funciones potencias $f(x) = x^{-n}$

Dominio = {x|x distinto de 0}





Gráficas de $f(x) = x^{-n}$ $n = 1, 3, \ldots$ impar tienen un parecido.

Gráficas de $f(x) = x^{n}$ $n = 2, 4, \ldots$ par tienen un parecido.

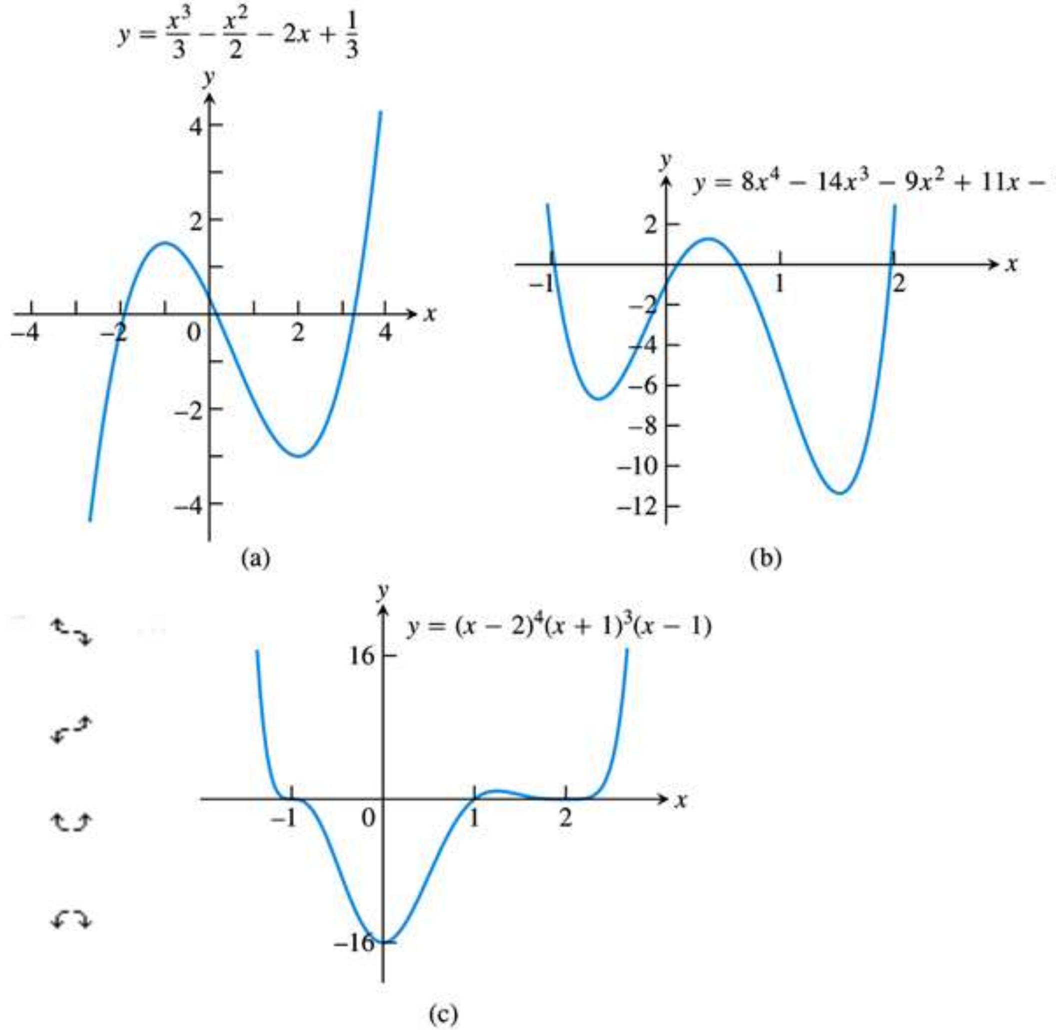
Funciones Polinómicas

Funciones de la forma:

$$f(x) = P(x)$$

Donde *P(x)* es un polinomio.

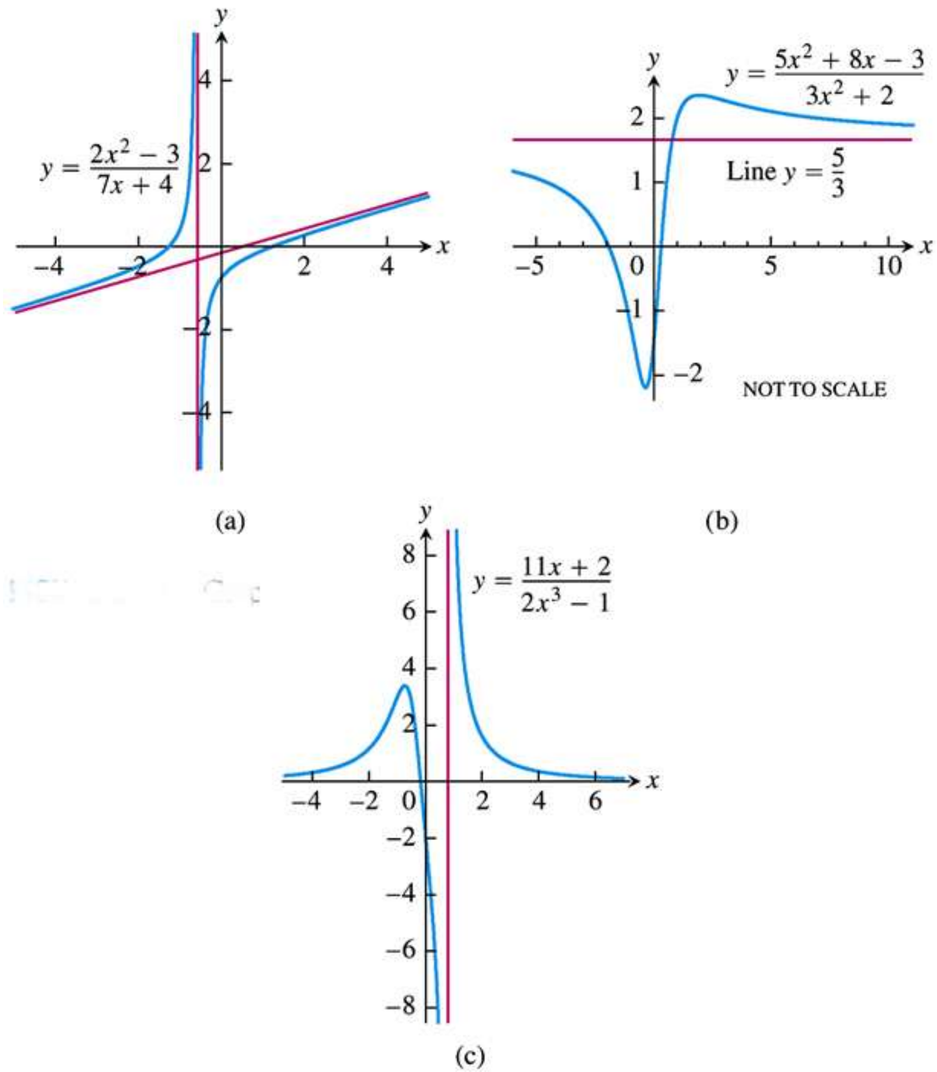
Los extremos de las gráficas de las funciones polinómicas se parecen de acuerdo a la paridad de su grado y el signo del coeficiente que determina su grado.



Funciones Racionales

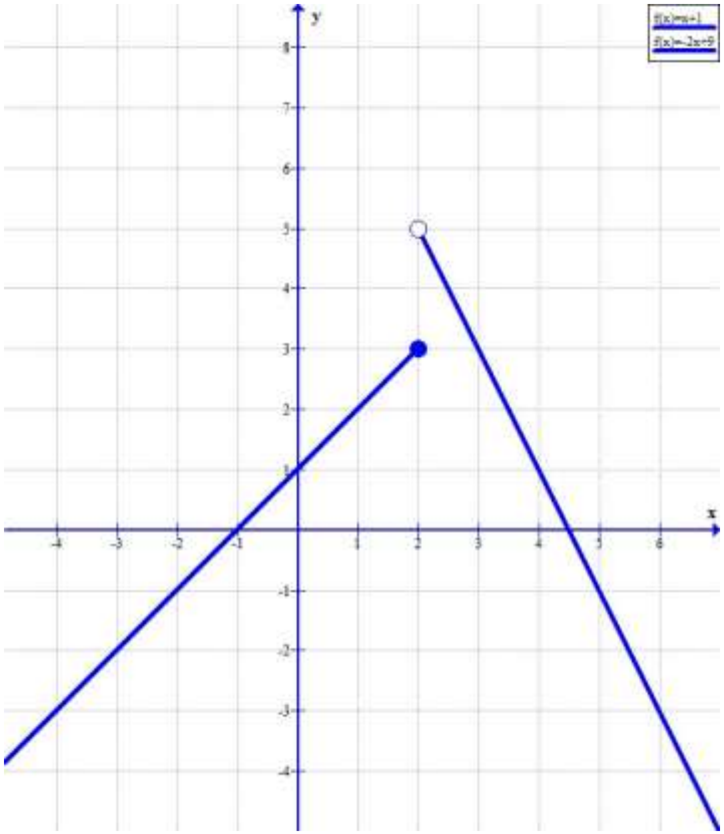
Funciones compuesta del cociente de dos polinomios. Esto es, de la forma:

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$



Funciones por partes

- Si $f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x\le 2 \\ -2x+9 & \text{si } x>2 \end{cases}$ determine f(-1), f(2), f(4) y sus interceptos, si los tiene.



- Solución:

  f(-1) = (-1) + 1 = 0
  f(2) = (2) + 1 = 3
  f(4) = -2(4) + 9 = 1

  Si x = 0, entonces f(0) = (0) + 1 = 1
  Intercepto en y es **(0,1)**
  Si f(x) = 0, entonces

0 = x +1	0 = -2x + 9
x = -1	x = 4.5

Interceptos en x son **(-1, 0)** , **(4.5, 0)**