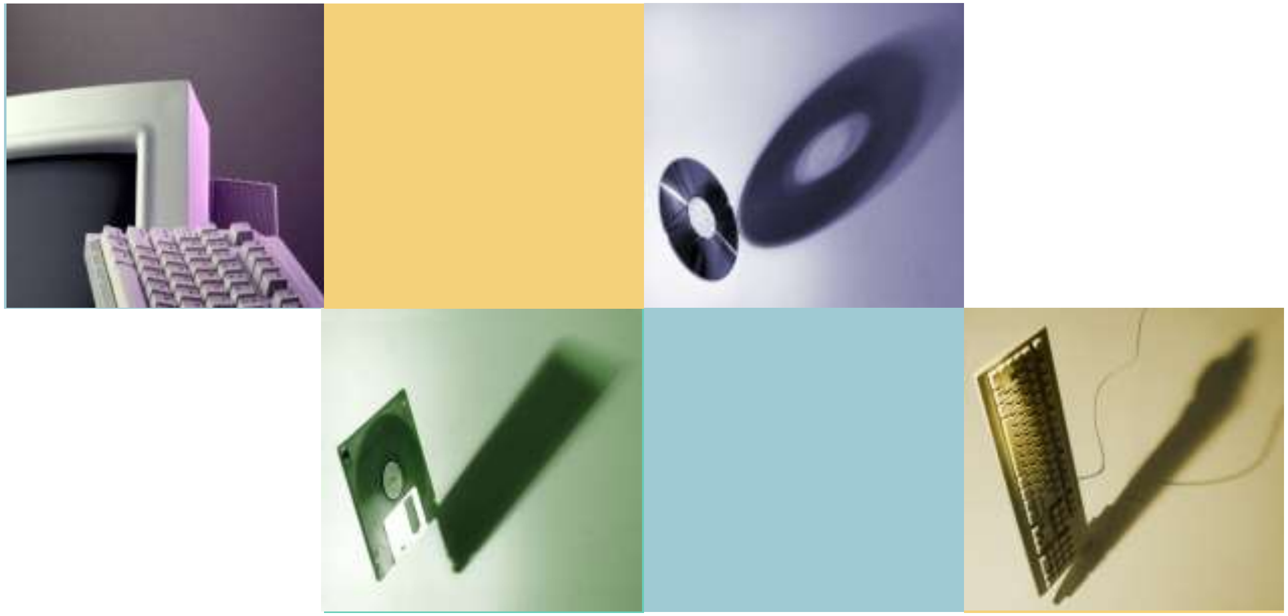
Unidad 1 – Lección 1.1



Funciones Exponenciales

Actividades 1.1

- **Texto:** Capítulo 4 - Sección 4.1 Funciones exponenciales;
  - **Ejercicios de Práctica**: Páginas 336 , 337 y 338: Impares 1–23, Use GRAPH par las gráficas de 25 – 41
  - Kahn Academy – Hacer ejercicios en Exponential and Logarithmic Funcions: Comparing growth rates of exponential and polynomials,
- **Referencias del Web:**
  - Khan Academy – Las Funciones exponenciales y Logarítmicas: Las funciones de crecimiento exponencial; Comprendiendo modelos lineales and exponenciales; Comparando modelos exponenciales y cuadráticos; Comparing velocidad de crecimiento exponencial y polinomios.
  - Purple Math: Exponential Functions: Introduction
  - College Algebra Tutorial: Exponential Functions

Definición de una Función Exponencial

- Una **función exponential con base a** es una función de la forma:

$$f(x) = a^x$$

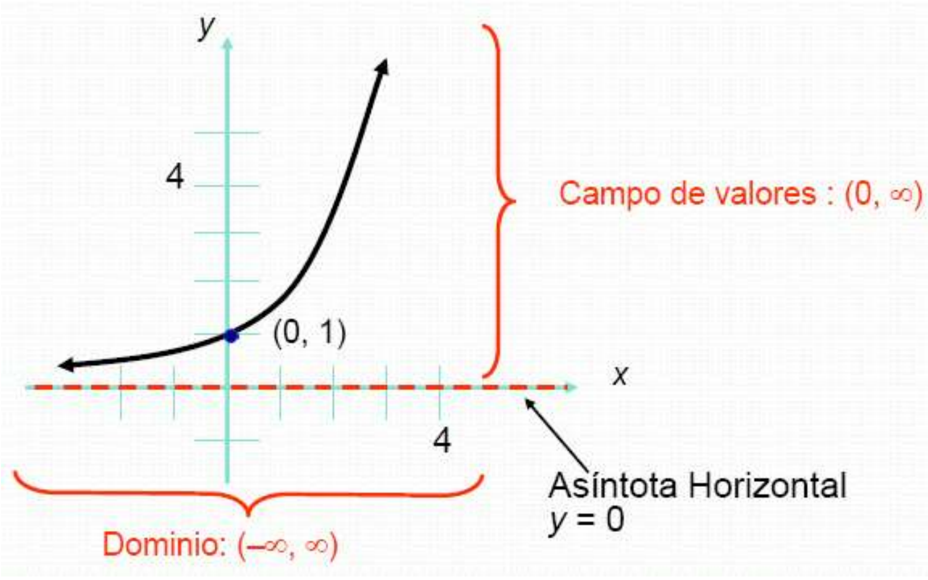
- donde *a* es un número real positivo ($a > 0$) distinto de 1.
- El dominio de *f* es el conjunto de los números reales.

Gráficas de la Función Exponencial

- La gráfica de $f(x) = a^x$ depende de valor de *a*:

  $a > 1$

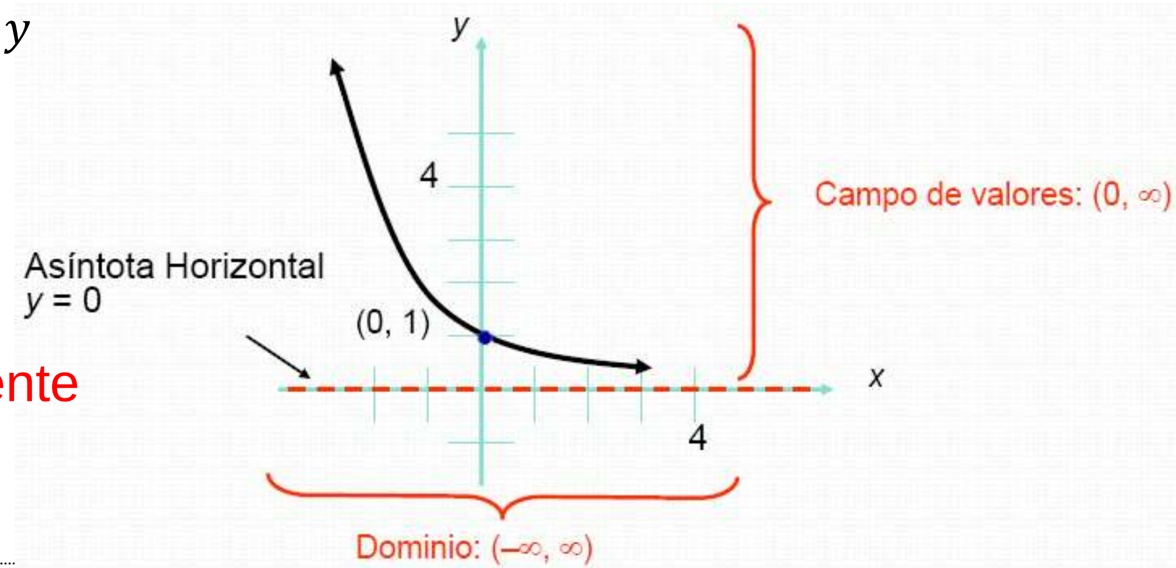
  - No tiene interceptos en x
  - El intercepto en *y*: (0,1)
  - Función creciente
  - Función Uno a Uno



$$a^x = a^y \longrightarrow x = y$$

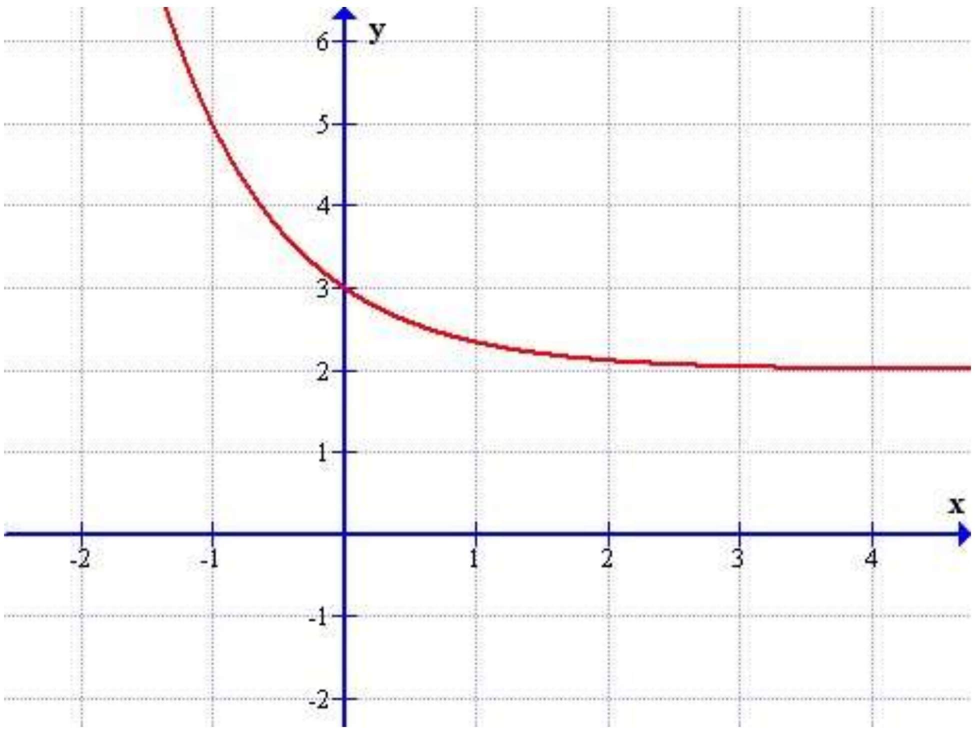
$$0 < a < 1$$

- Función decreciente



Ejemplo 1

- Cuál de las siguientes funciones mejor representa la gráfica a la derecha



a) $f(x) = 3^x$

b) $f(x) = (1/3)^x - 3$

c) $f(x) = (1/3)^x + 2$

d) $f(x) = 3^x + 3$

Alternativa **c** $f(x) = (1/3)^x + 2$

¿Cuál es su asíntota horizontal? y = 2

Ejemplo 2

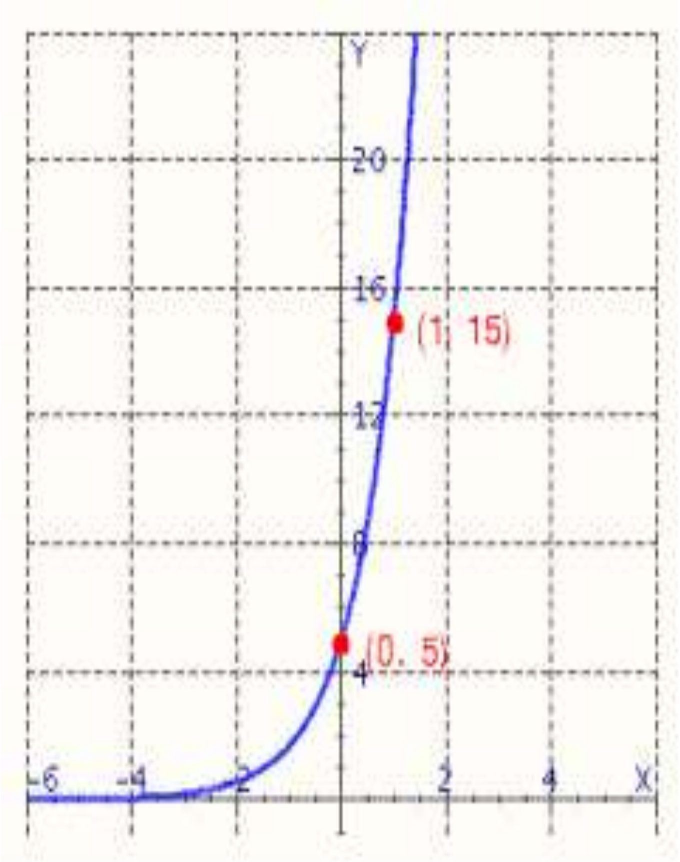
- Cuál de las siguientes funciones mejor representa la gráfica siguiente?

a) $f(x) = 5(3^{-x})$

b) $f(x) = 5(3^{x})$

c) $f(x) = 3(5^{-x})$

d) $f(x) = 3(5^{x})$



Alternativa **b**

$$f(x) = 5(3)^{x}$$

Ejemplo 3

- Determine el dominio, recorrido y asíntota de la función $f(x) = -\left(\frac{1}{4}\right)^x$

a) $\text{Dominio} = (-\infty, \infty)$

$\text{Recorrido} = (-\infty, 0)$

$\text{Asíntota} : y = 0$

b) $\text{Dominio} = (-\infty, \infty)$

$\text{Recorrido} = (-\infty, 0)$

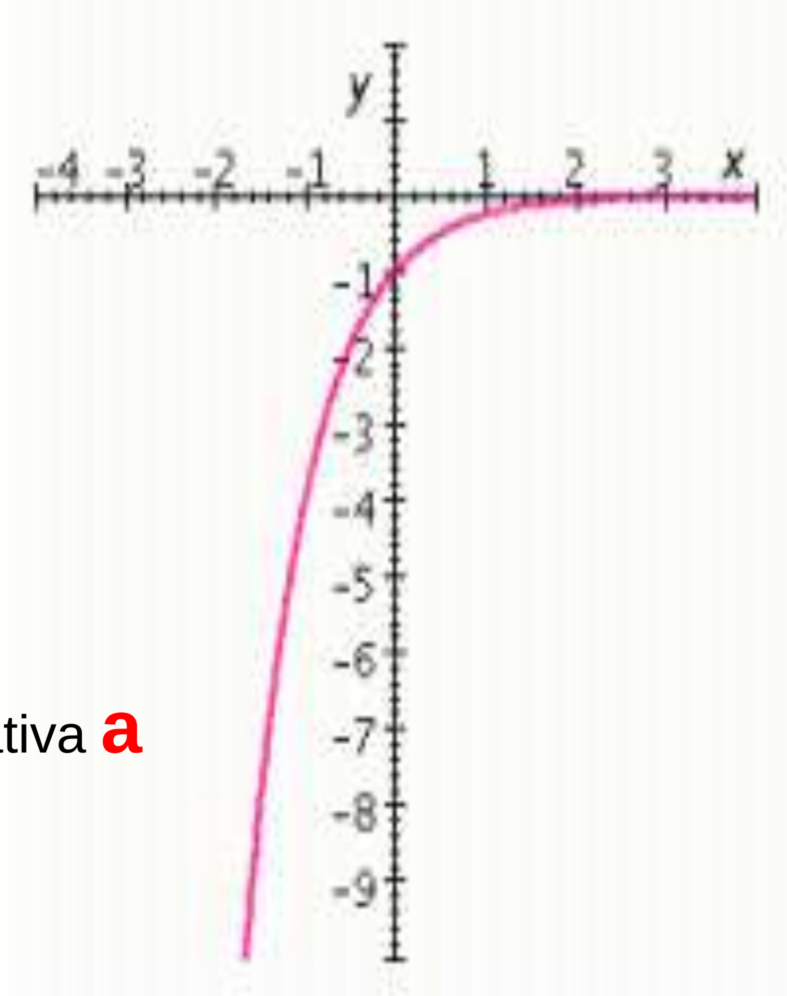
$\text{Asíntota} : x = 0$

c) $\text{Dominio} = (-\infty, \infty)$

$\text{Recorrido} = (0, \infty)$

$\text{Asíntota} : y = 0$

Alternativa **a**



Cálculo de potencias con TI30XS Multiview

- Calcule:

847,288,609,400

3^5	$3\ [\ ^\wedge\ ]\ 5\ [enter]$	243
3^{25}	$3\ [\ ^\wedge\ ]\ 25\ [enter]$	$8.472886094 * 10^{11}$
3^{-5}	$3\ [\ ^\wedge\ ]\ -5\ [enter]$	$\frac{1}{243} \rightarrow 0.004115226$ $[\ 2nd\ ]\ [\times\ 10^n][enter]$
$3^{1.25}$	$3\ [\ ^\wedge\ ]\ 1.25\ [enter]$	3.948222039
3^{π}	$3\ [\ ^\wedge\ ][\pi][enter]$	31.5442807
$3^{\sqrt{2}}$	$3\ [\ ^\wedge\ ][2nd][x^2][enter]$	4.728804388
$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2.1}$	$[(\ ]1\left[\frac{n}{d}\right]3\ [\ \rightarrow]\ [\ )][\ ^\wedge\ ][(-)]2.1[enter]$	10.04510857

Ejemplo 4

- Para $f(x) = e^{6x}$ simplifique la expresión:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Solución:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{e^{6(x+h)} - e^{6x}}{h}$$

$$= \frac{e^{6x+6h} - e^{6x}}{h}$$

$$= \frac{e^{6x} \cdot e^{6h} - e^{6x}}{h}$$

$$= \frac{e^{6x}(e^{6h} - 1)}{h}$$

Ejemplo 5

- Encuentre todos los ceros de $f(x) = x^2e^x - 64e^x$

Solución:

Determinar los valores de x tal que $f(x) = 0$

$$0 = e^x(x^2 - 64)$$

$$= e^x(x - 8)(x + 8)$$

$$0 = e^x \qquad 0 = x - 8 \qquad 0 = x + 8$$

$$No\ tiene\ solución \qquad 8 = x \qquad -8 = x$$

Los ceros de la función son -8 y 8

Ejemplo 6

- Use su calculadora para evaluar la función $f(x) = 3^{x+1}$ para $f(-1.5), f\left(\sqrt{3}\right); f(e); f(-\frac{5}{4})$ Luego, aproximer su valor a la milésima más cercana:

Solución:

$f(-1.5)$	$f\left(\sqrt{3}\right)$	$f(e)$	$f(-\frac{5}{4})$
≈ 0.577350269	≈ 20.11497556	≈ 59.43897224	≈ 0.759835686
≈ 0.577	≈ 20.115	≈ 59.439	≈ 0.760

Ejemplo 7

- Las ventas S(t) de un producto crecen a base de la función $S(t) = 1000 - 800e^{-t}$ donde t representa el número de años que el producto ha estado en el mercado. Según este modelo, calcule las ventas cuando ha pasado 2 años y cuando ha pasado 18 meses.
- Solución:

$$S(t) = 1000 - 800e^{-t}$$

$$t = 2\ años$$

$$S(2) = 1000 - 800e^{-(2)}$$

$$\approx 891.7317734$$

$$\approx \$891.73$$

$$t = 18\ meses = 1.5\ años$$

$$S(1.5) = 1000 - 800e^{-(1.5)}$$

$$\approx 821.4958719$$

$$\approx \$821.50$$

1000 [–] 800 [2nd] [ln][(-)]2 [)] [=]

Problema de Aplicación (Fármacos)

Cuando se administró cierto fármaco a un paciente, el número de miligramos que pemanece en el torrente sanguíneo del paciente después de t horas se modela mediante:

$$D(t) = 50e^{-0.2t}$$

¿Cuántos miligramos del fármaco permanecen en el torrente sanguíneo del paciente después de tres horas

Solución:

$$D(t) = 50e^{-0.2(3)}$$

$$= 50e^{-0.6}$$

$$\approx 50e^{-0.6}$$

$$\approx 27.4405818$$

$$\approx 27\ mg$$

Comparando modelos exponenciales y cuadráticos

Una compañía de carros embarca sus nuevos modelos a Venezuela y al Perú. Durante los próximos t meses, el número de carros enviados a Venezuela es modelado por $\boldsymbol{V(t) = 2^t}$ mientras que el número de autos enviados al Perú es dado por $\boldsymbol{P(t) = 2t^2}$.

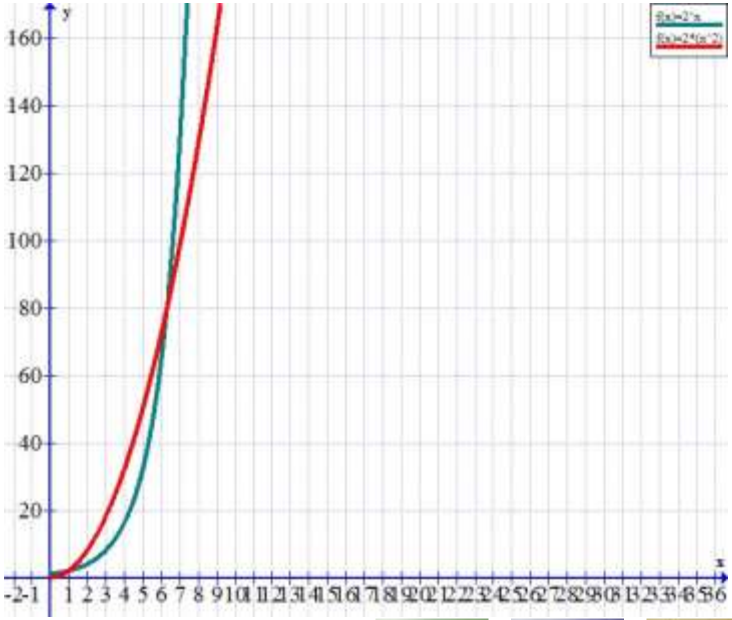
1) ¿Cuál país recibirá más carros en el quinto mes?
2) ¿Cuál país recibirá más carros en el séptimo mes?
3) ¿Cuál país recibirá más carros después del séptimo mes?

- Solución:
- Comparando ambos meses:

t	V(t)	P(t)
5	$2^5 = 32$	$2(5^2)$ =50
7	$2^7 = 128$	$2(7^2)$ =98

En el quinto mes Perú recibe más carros.

En el séptimo mes Venezuela recibe más carros.



Comparando gráficas … se observa que Venezuela recibirá más carros después del séptimo mes.