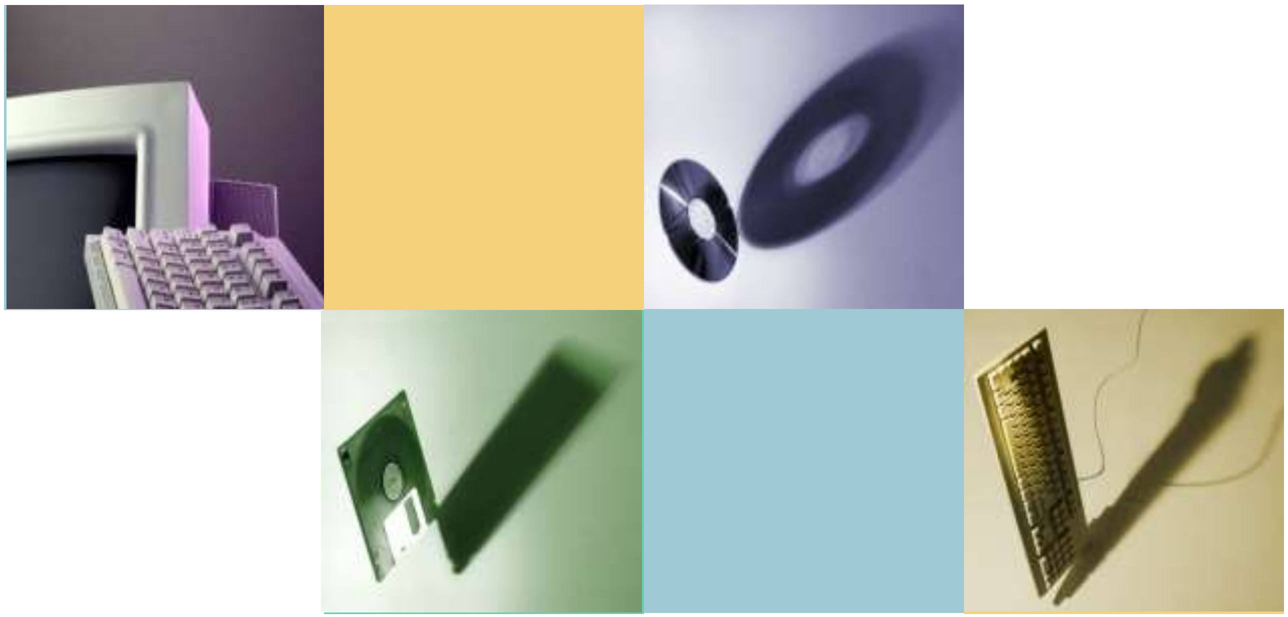
Unidad 1 – Lección 1.3



Ecuaciones Exponenciales y Logarítmicas

Actividades 1.3

- **Referencia:** Capítulo 4 - Sección 4.3 Leyes de los Logaritmos; Ejercicios de Práctica: Páginas 356, 357: Impares 1– 29, 39 - 45; Capítulo 4 - Sección 4.4 Ecuaciones Exponenciales y Logaritmicas; Ejercicios de Práctica: Páginas 366, 367: Impares 1– 57
- **Asignación**: Ver videos de KhanAcademy Logarítmos básicos: Solving exponential equations with logarithms.
- **Referencias:**
  - KhanAcademy Logarítmos básicos: Solving exponential equations with logarithms. Propiedades de Logarítmos: Ecuaciones Logarítmicas; Resolviendo ecuaciones logarítmicas.
  - **Purple Math:** ***Solving Exponential Equations; Solving Logarithmic Equations.***
  - Paul's Online Math Notes: ***Solving Exponential Equations; Solving Logarithmic Equations***
  - ***Video – Ecuaciones logarítmicas sencillas;***

Ecuaciones exponenciales

- Una ecuación exponencial es una ecuación de la forma:

$$y = a^x$$

- Propiedad de ecuaciones exponenciales:

$$\text{Si} \quad a^m = a^x$$

$$\text{Entonces} \quad m = x$$

Ejemplo 1

- Resuelva:

$$4^{x-2} = 64$$

$$4^{x-2} = 4^3$$

$$x - 2 = 3$$

$$x = 5$$

$$5^{x^2-13} = 125$$

$$5^{x^2-13} = 5^3$$

$$x^2 - 13 = 3$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

$$5^{x-2} = 8$$

$$\log 5^{x-2} = \log 8$$

$$(x-2)\log 5 = \log 8$$

$$x - 2 = \frac{\log 8}{\log 5}$$

$$x = \frac{\log 8}{\log 5} + 2$$

$$\approx 3.29203$$

Ecuaciones Logarítmicas

- Una ecuación logarítmica es una ecuación de la forma: $$y = \log_a x$$

Si $\log_a x = \log_a y$ Entonces $x = y$

- Resuelva:

$$\log_4(2x-1) = \log_4(x+5)$$

$$2x-1 = x+5$$

$$2x - x = 5+1$$

$$x = 6$$

$$\ln e^{-2x} = 8$$

$$-2x \ln e = 8$$

$$-2x = 8$$

$$x = -4$$

$$\log_4 16^x = 6$$

$$x \log_4 16 = 6$$

$$x \cdot 2 = 6$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

Ejemplo 2

- Resuelva a la milesima más cercana $\dfrac{7}{2+e^{-x}}=3$

$$7=3(2+e^{-x})$$

$$7=6+3e^{-x}$$

$$1=3e^{-x}$$

$$\frac{1}{3}=e^{-x}$$

$$\ln\frac{1}{3}=\ln e^{-x}$$

$$\ln\frac{1}{3}=-x\ln e$$

$$\ln\frac{1}{3}=-x$$

$$-\ln\frac{1}{3}=x$$

$$-\left(-1.098612289\right)\approx x$$

$$x\approx 1.099$$

Ejemplo 3

- Resuelva: $\ln(x+1) - \ln(x-1) = 1$

$$\ln\frac{x+1}{x-1} = 1$$

$$\frac{x+1}{x-1} = e$$

$$x+1 = e(x-1)$$

$$x+1 = ex - e$$

$$1+e = ex - x$$

$$1+e = x(e-1)$$

$$\frac{1+e}{e-1} = x$$

$$x = \frac{e+1}{e-1}$$

Ejemplo 4

- Aproxime la solución de la ecuación ecuación siguiente a la centésima más cercana: $e^{3-2x} = 4$
- Solución:

$$e^{3-2x} = 4$$

$$\ln e^{3-2x} = \ln 4$$

$$(3-2\text{x})\ln e = \ln 4$$

$$3 - 2x = \ln 4$$

$$-2x = \ln 4 - 3$$

$$x = \frac{\ln 4 - 3}{-2}$$

$$x \approx 0.806852819 \quad \approx 0.81$$

Modelo de Crecimiento Exponencial

$$A(t) = A_0 e^{kt}$$

- $A(t)$ = cantidad en el tiempo t
- A_0 = cantidad inicial
- k = tasa de crecimiento (decaimiento)
- t = tiempo

Ejemplo: Un cultivo que inicia con 150 bacterias crece a 250 en 4 horas. ¿Cuál es la razón por centual de aumento?

Solución: $A_0 = 150$ $\quad A(4) = 250$

$$A(t) = A_0 e^{kt}$$

$$(250) = (150)e^{k4}$$

$$\frac{250}{150} = e^{4k}$$

$$\frac{5}{3} = e^{4k}$$

$$ln\frac{5}{3} = 4k$$

$$\frac{ln5 - ln3}{4} = k$$

$$k \approx 0.127706406$$

$$\approx 13\%$$