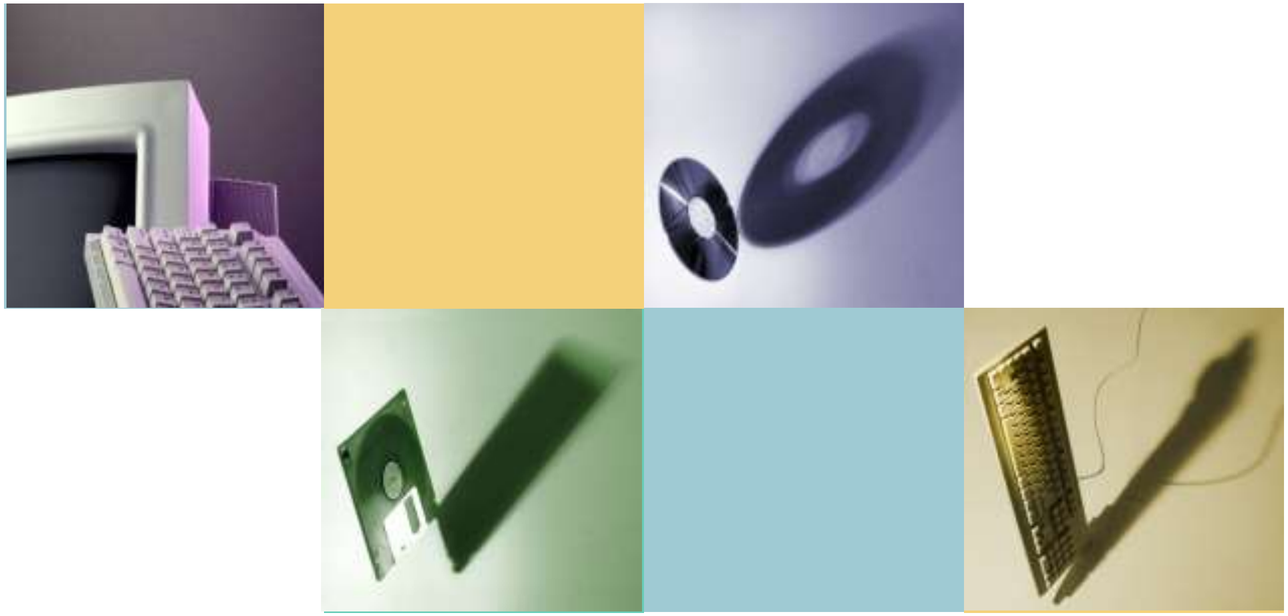
Unidad 2 – Lección 2.1



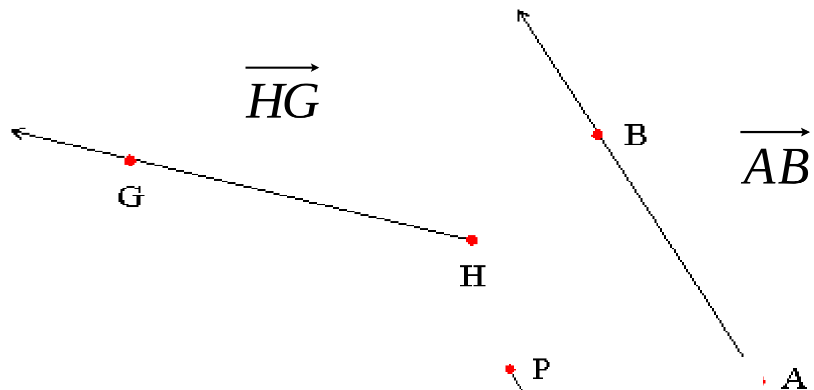
Conceptos básicos de la Trigonométría

Actividades 2.1

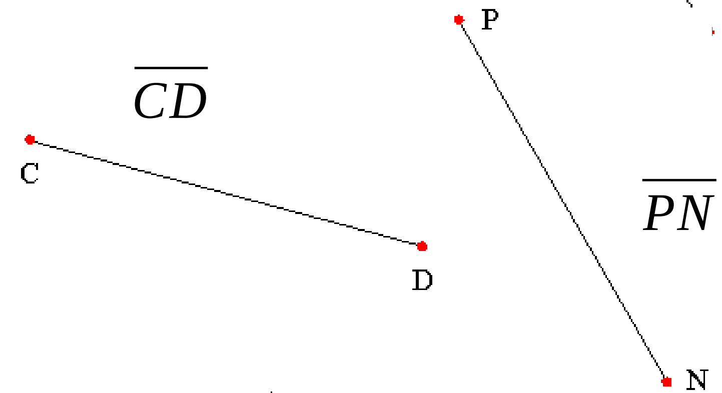
- ***Referencia:***
  Capítulo 5 - Sección 5.1 Circulo Unitario; Sección 5.2 Funciones trigonométricas de números reales
- **Ejercicios de Práctica:** Páginas 406 - 407: Impares 1– 49; Páginas 416 -417: Impares 1– 69.
- **Asignación 2.1:** Ver todos los videos Khan Academy de la sección: La definición de las funciones trigonométricas usando la circunferencia unitaria: partes “Los Radianes”
- **Referencias del Web:**
- Khan Academy: “Los Radianes”

Conceptos básicos de Geometría

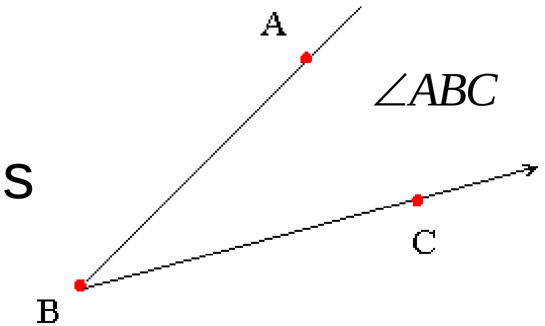
- Un **rayo** es una línea que tiene sólo tiene un punto de inicio.



- Un **segmento** es un conjunto infinito de puntos que se extienden entre dos puntos.



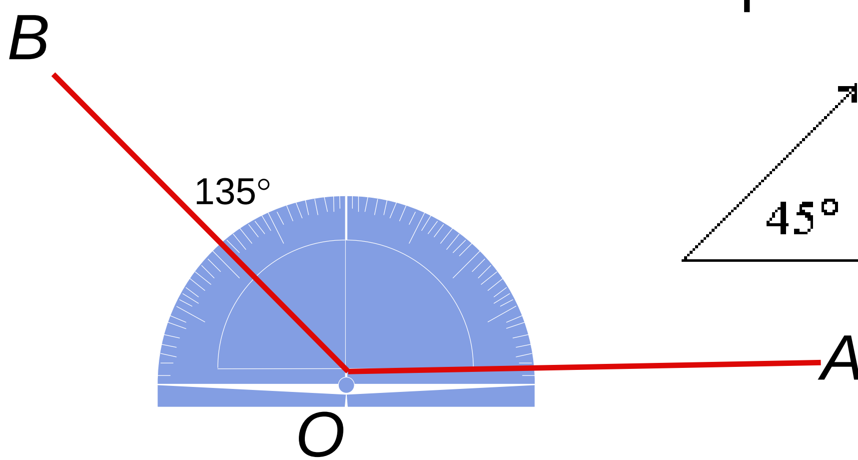
- Un **ángulo** es la intersección de dos rayos



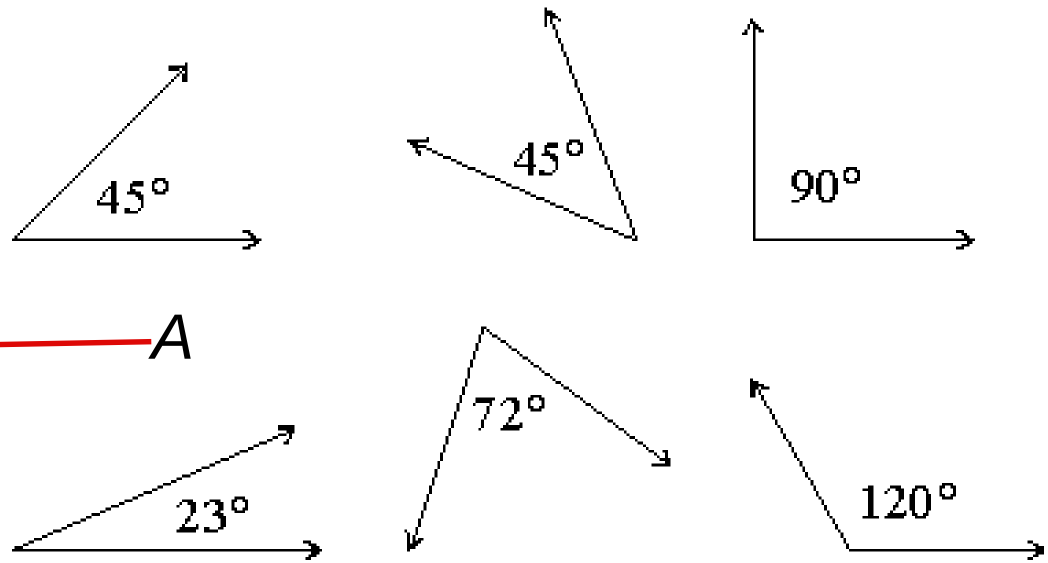
$\angle ABC$ se lee “ángulo A, B, B”

Medidas de Ángulos

- **Grados (degrees)**. 1 grado es equivalente a 1/360 de una revolución completa.

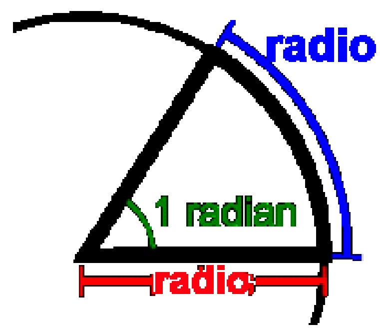


El **transportador** (***proctractor***) es un instrumento para medir ángulos.



- **Radianes**:

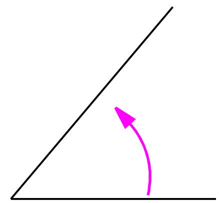
1 radian es equivalente al ángulo que se forma por un sector cuyo largo (arc length) mide igual que el radio en donde se forma.



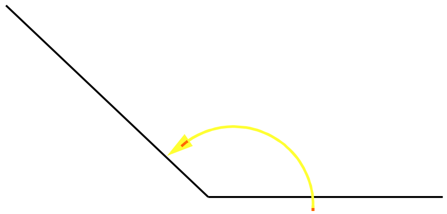
Clasificación de ángulos

- Medida:

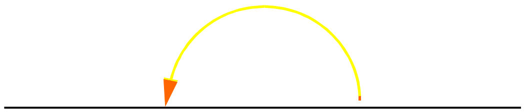
Un ángulo recto mide 90º



Un ángulo ***agudo*** mide menos de 90º

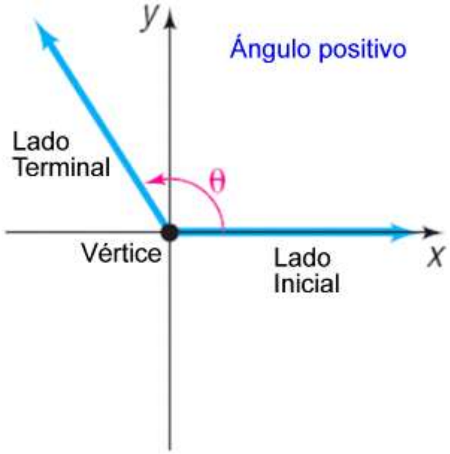


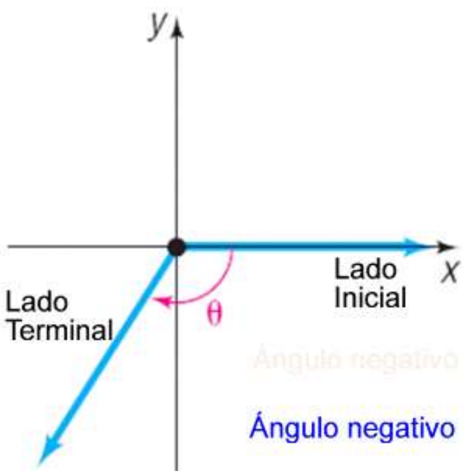
Un ángulo obtuso mide más de 90º

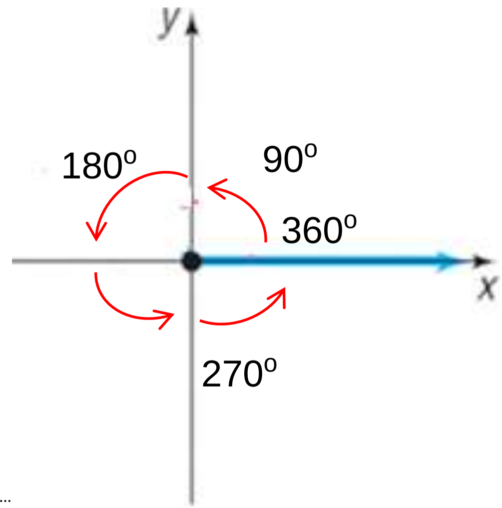


Un ángulo ***llano*** mide 180º

- Signo







Conversión entre grados y radianes

- Exprese en radianes.

$$60^\circ \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}\ \text{radianes}$$

$$20^\circ \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{9}\ \text{radianes}$$

- Exprese en grados.

$$\frac{\pi}{6} \cdot \frac{180}{\pi} = 30^\circ$$

$$\frac{5\pi}{2} \cdot \frac{180}{\pi} = 450^\circ$$

$$1\,rad \approx 57.296^\circ$$

Equivalencias especiales

(¡Recordar!)

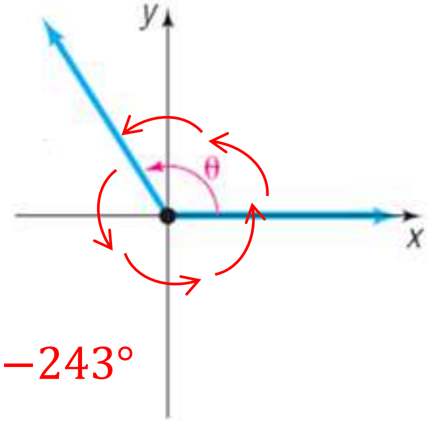
θ (Radians)	θ (Degrees)
$\frac{\pi}{6}$	30°
$\frac{\pi}{4}$	45°
$\frac{\pi}{3}$	60°

Ejemplo 1

1. Encuentre las medidas de dos ángulos, uno positivo y otro negativo, que son coterminales al ángulo de $117°$.

   a. $477°$; $-113°$ b. $157°$; $23°$ c. $477°$; $-243°$

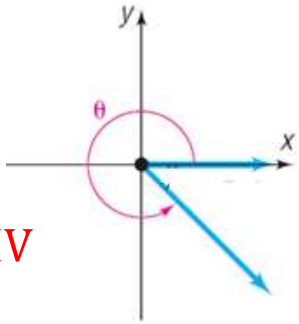
   $117° + 360° = 477°$ $360° - 117° = 243°$ ⇨ $-243°$



c. $477°$; $-243°$

2. Identifique el cuadrante en donde descansa el lado terminal del ángulo $281°$

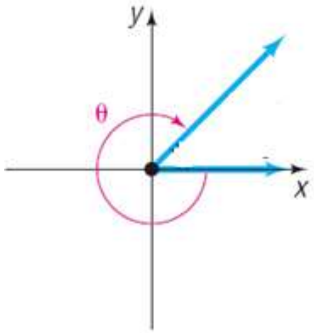
   a. I   b. II   c. III   d. IV



d. IV

3. Identifique el cuadrante en donde descansa el lado terminal del ángulo $-281°$

   a. I   b. II   c. III   d. IV



a. I

Grados Minutos Segundos DMS

1 grado (1º) = 60 minutos (60’)

1 minuto (1’) = 60 segundos (60”)

- Ejemplo: Convierta **48º20’15”** a grados decimales.

$$48^\circ\, 20'\, 15'' \quad = \; 48 + \frac{20}{60} + \frac{15}{3600} \approx 48.3375^\circ$$

$$25^\circ\, 32'\, 6'' \quad = 25 + \frac{32}{60} + \frac{6}{3600} \approx 25.535^\circ$$

- Convierta a DMS

$$\begin{aligned} 34.54^\circ &= 34^\circ + (0.54 \times 60)' \\ &= 34^\circ + 32.4' \\ &= 34^\circ + 32' + (0.4 \times 60)'' \\ &= 34^\circ + 32' + 24'' \\ &= 34^\circ\, 32'\, 24'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 58.18^\circ &= 58^\circ + (0.18 \times 60)' \\ &= 58^\circ + 10.8' \\ &= 58^\circ + 10' + (0.8 \times 60)'' \\ &= 58^\circ + 10' + 48'' \\ &= 58^\circ\, 10'\, 48'' \end{aligned}$$

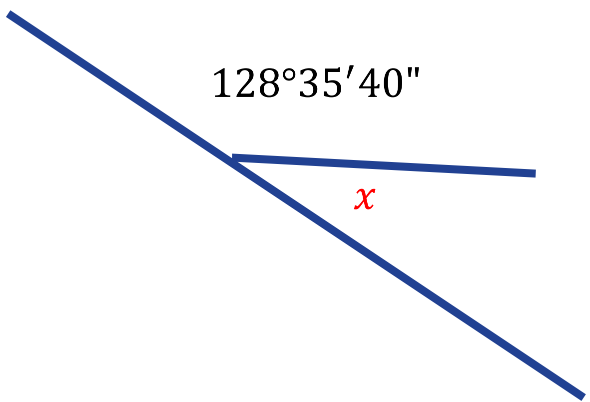


Relaciones entre Ángulos

- Ángulos ***congruentes*** – Aquellos que tienen la misma medida
- Ángulos ***complementarios*** – Ángulos cuyas medidas suman a $90°$.
- Ángulos ***suplementarios*** – Aquellos cuyas medidas suman a $180°$.
- Ejemplos:
- 1 - Determine un ángulo complementario a $78°12'$
- Solución

$$90° - 78°12' = 89°\,60' - 78°12' = 11°\,58'$$

- 2 - Determine la medida del ángulo desconocido:



$$x = 180° - 128°35'40''$$

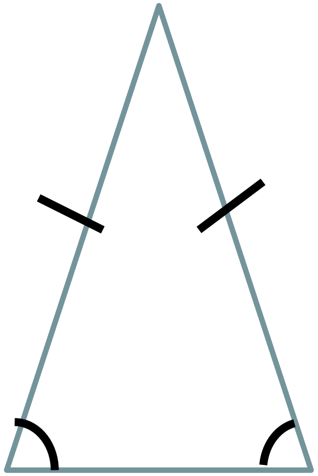
$$= 179°\,60' - 128°35'40''$$

$$= 179°\,59'60'' - 128°35'40''$$

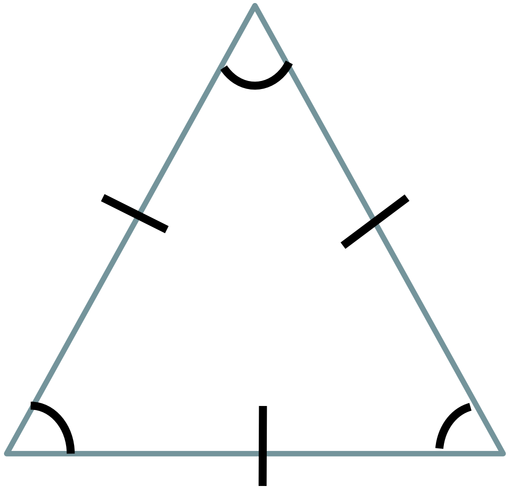
$$= 51°24'20''$$

Algunos datos importantes sobre Triángulos

- Un triángulo **isósceles** es un triángulo con dos lados congruentes.
  - Los ángulos opuestos son congruentes.



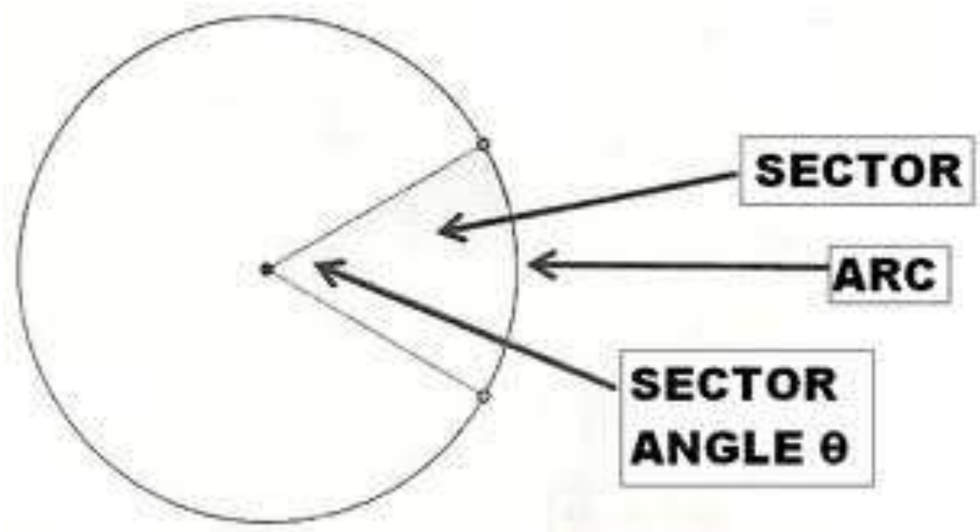
- Un tríangulo **equilatero** es uno con todos los lados congruentes.
  - Todos los ángulos son congruentes y miden **60º** .



- La suma de ángulos de todo triángulo es **180º**.

Longitud y Área de un arco circular

- Sea θ el ángulo central medido en radianes asociado a un **sector** con **arco** de medida S y área A en un círculo con radio r. Entonces,



$$s = r\theta$$

$$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

Ejemplo 2

- Un círculo tiene radio de 25.60 cm. Encuentre el largo del arco que subtiende por los siguientes ángulos centrales. Luego, aproxime su resultado a la centésima más cercana:
- a) $\dfrac{7\pi}{8}$ b) $54°$

a)

$$s = r\theta$$

$$s = 25.60\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

$$= 22.4\pi \text{ cm}$$

$$\approx 70.37 \text{ cm}$$

b)

Cambie medida de grados a radianes

$$\theta = 54\left(\frac{\pi}{180}\right) = \frac{3\pi}{10}$$

$$s = r\theta$$

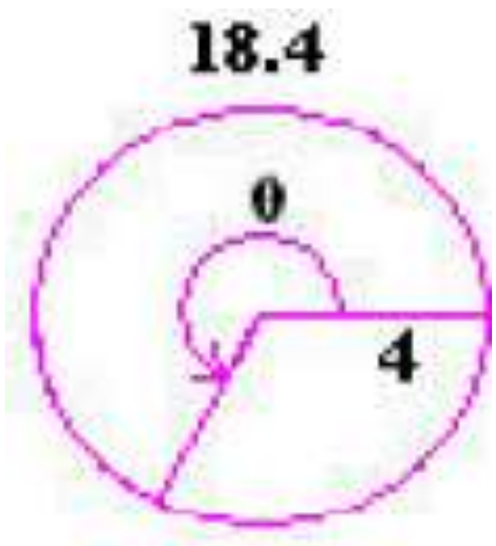
$$s = 25.60\left(\frac{3\pi}{10}\right)$$

$$= 7.68\pi \text{ cm}$$

$$\approx 24.13 \text{ cm}$$

Ejemplo 3

- Encuentre la medida del ángulo θ en radianes.



$$S = r\theta$$

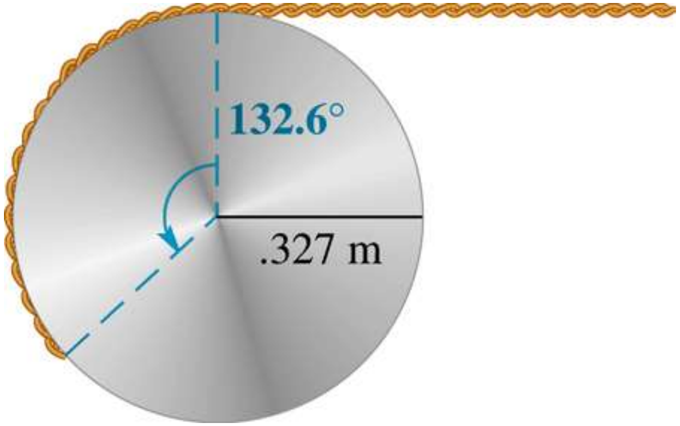
$$(18.4) = (4)\,\theta$$

$$\frac{18.4}{4} = \theta$$

$$\theta = 4.6\, radianes$$

Ejemplo 4

- Un cable está amarrado alrededor de un cilindro de radio 0.327 m. ¿Cuánto cable se utilizará para rotar el cilindro un ángulo de 132.6° ?



- Solución:
- Convierta 132.6° a radianes

$$\theta = 132.6 \times \frac{\pi}{180} = \frac{32.6\pi}{180}$$

- Luego, se usa $s = r\theta$ para encontrar la medida del arco, el cual es el largo del cable ....

$$S = 0.327 \times \theta$$

$$= 0.327 \times \frac{32.6\pi}{180} \approx 0.757\, m$$