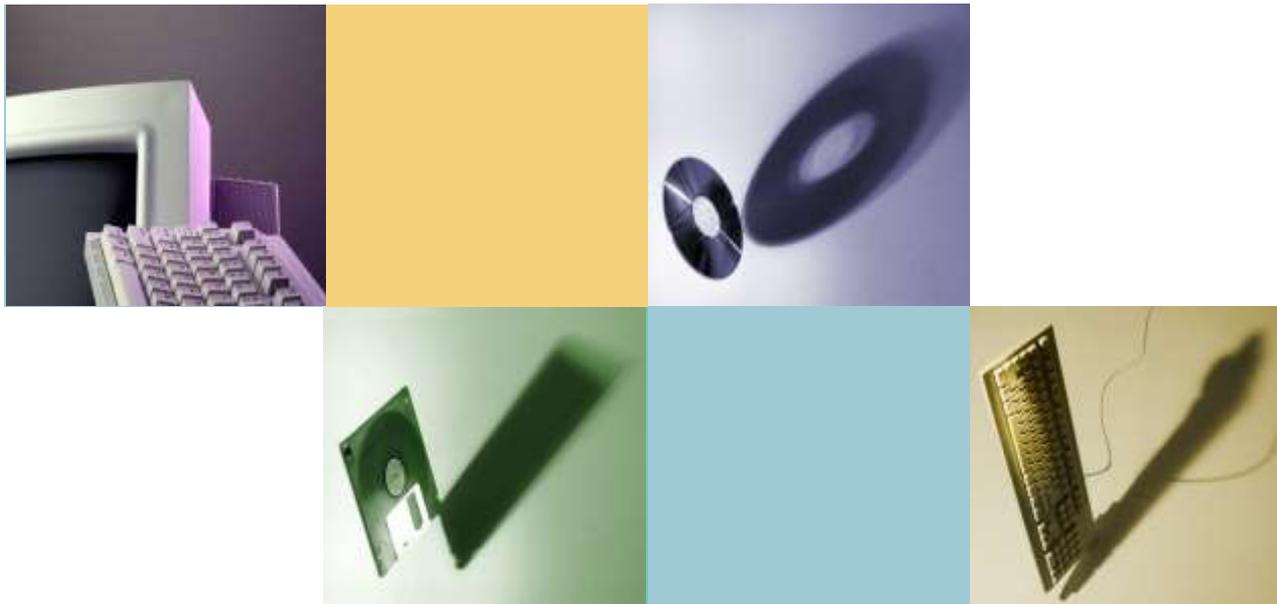


Unidad 2 – Lección 2.3



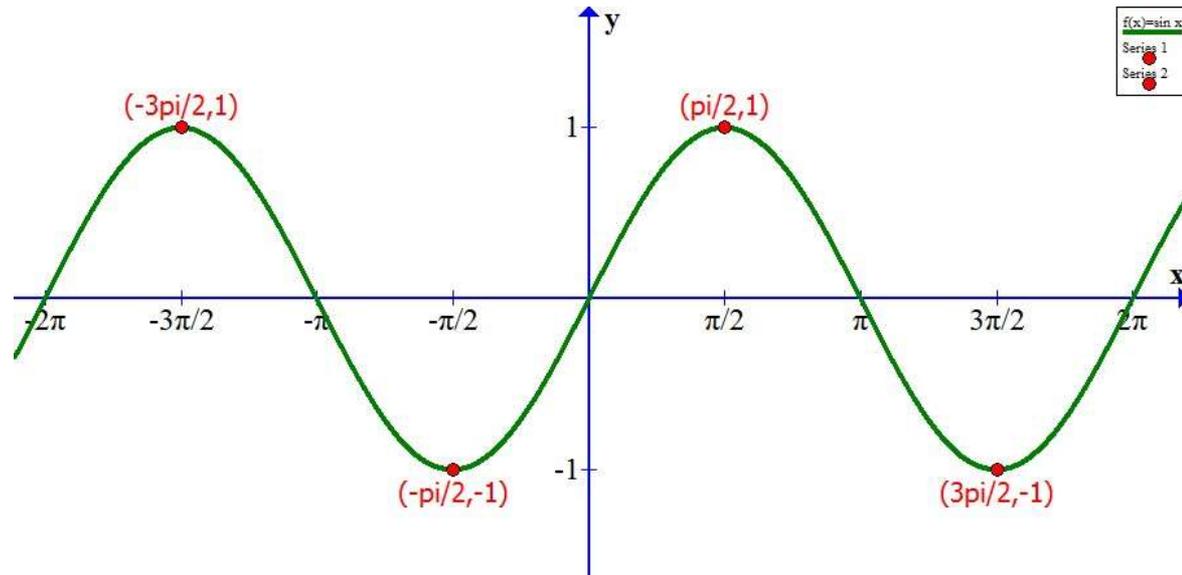
Gráficas de las Funciones Trigonométricas

Actividades 2.3

- Referencias:
- Capítulo 5 - Sección 5.3 Gráficas trigonométricas; Capítulo 5 - Sección 5.4 Más Gráficas trigonométricas. Ejercicios de Práctica: Páginas [429](#) - [430](#) : Impares 1– 67. Ejercicios de Práctica: Página [441](#): Impares 1– 51. Use GRAPH para graficar.
- Asignación
- Ver los vídeos de Khan Academy de la sección: [Las Gráficas de las Funciones Trigonométricas](#) y [Modelando con funciones periódicas](#): Modelando la variación anual de la temperatura usando trigonometría.
- Referencias del Web:
 - de Khan Academy – [Las Gráficas de las Funciones Trigonométricas](#)
 - The Math Page: [Graphs of Trigonometric Functions](#)



Gráfica de $f(x) = \sin x$



El Dominio es: $(-\infty, \infty)$

El Rango es: $[-1, 1]$

El valor mínimo que puede asumir es: -1

El valor máximo que puede asumir es: 1

La función repite sus valores cada (periodo) 2π

Los interceptos en x ocurren cuando $x = \dots, -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, \dots$



Gráficas de $y = a \sin x$

$$y = 3 \sin x$$

El Dominio será: $(-\infty, \infty)$

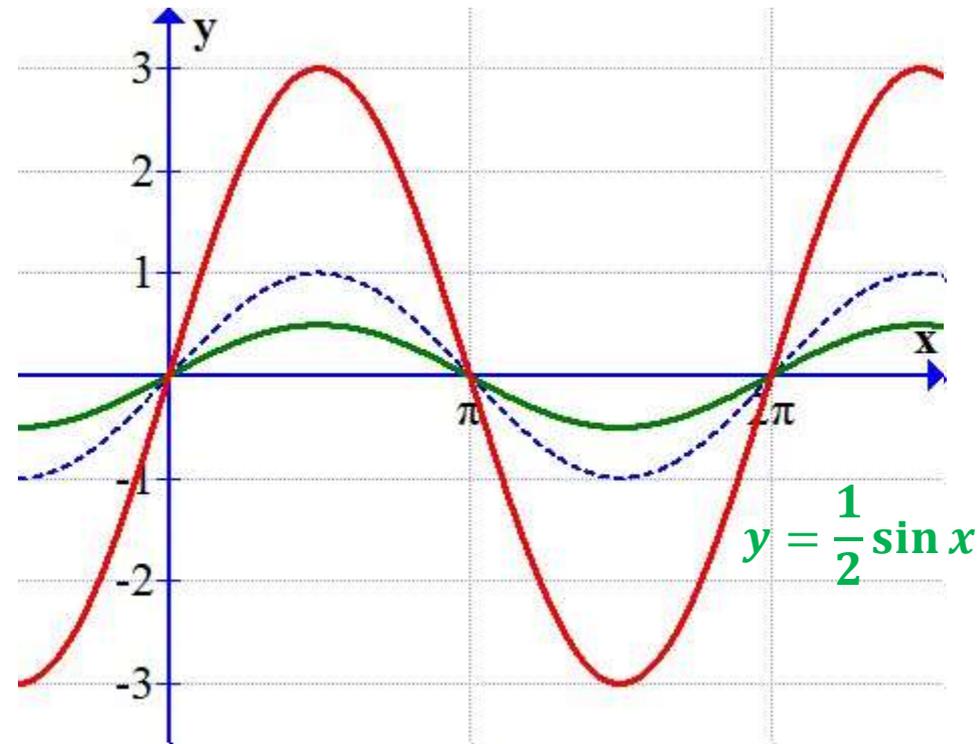
El rango será: $[-a, a]$

El valor máximo y mínimo que puede asumir son: a y $-a$

Su periodo es: 2π

Los interceptos ocurrirán en:

..., $-2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, \dots$



$|a|$ se conoce como la **amplitud** de la función y determina el valor máximo y mínimo.



Gráficas de $y = \sin bx$

$$y = \sin \frac{1}{2}x$$

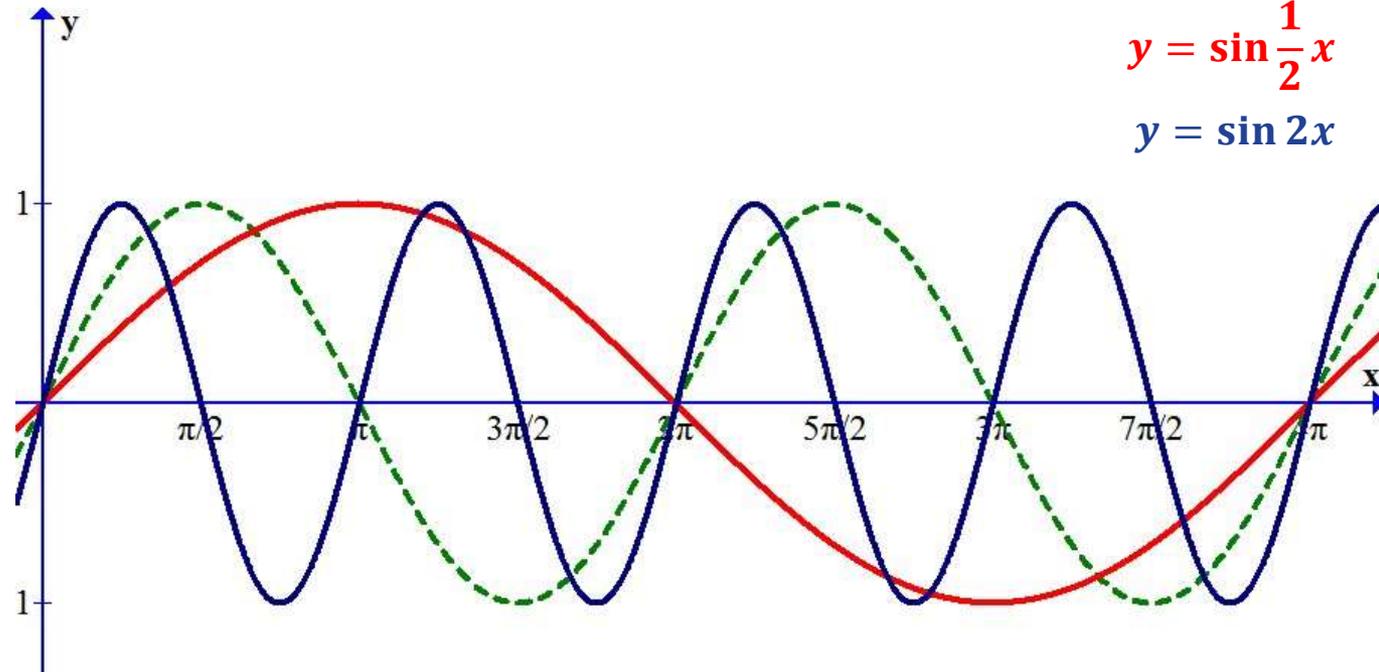
$$y = \sin 2x$$

El Dominio será:

$$(-\infty, \infty)$$

El rango será:

$$[-a, a]$$



Los valores máximos y mínimos que puede asumir son: a $-a$

Su periodo es: $\frac{2\pi}{b}$

Los interceptos ocurrirán en: $\dots, -\frac{3\pi}{b}, -\frac{2\pi}{b}, -\frac{\pi}{b}, 0, \frac{\pi}{b}, \frac{2\pi}{b}, \frac{3\pi}{b}, \dots$



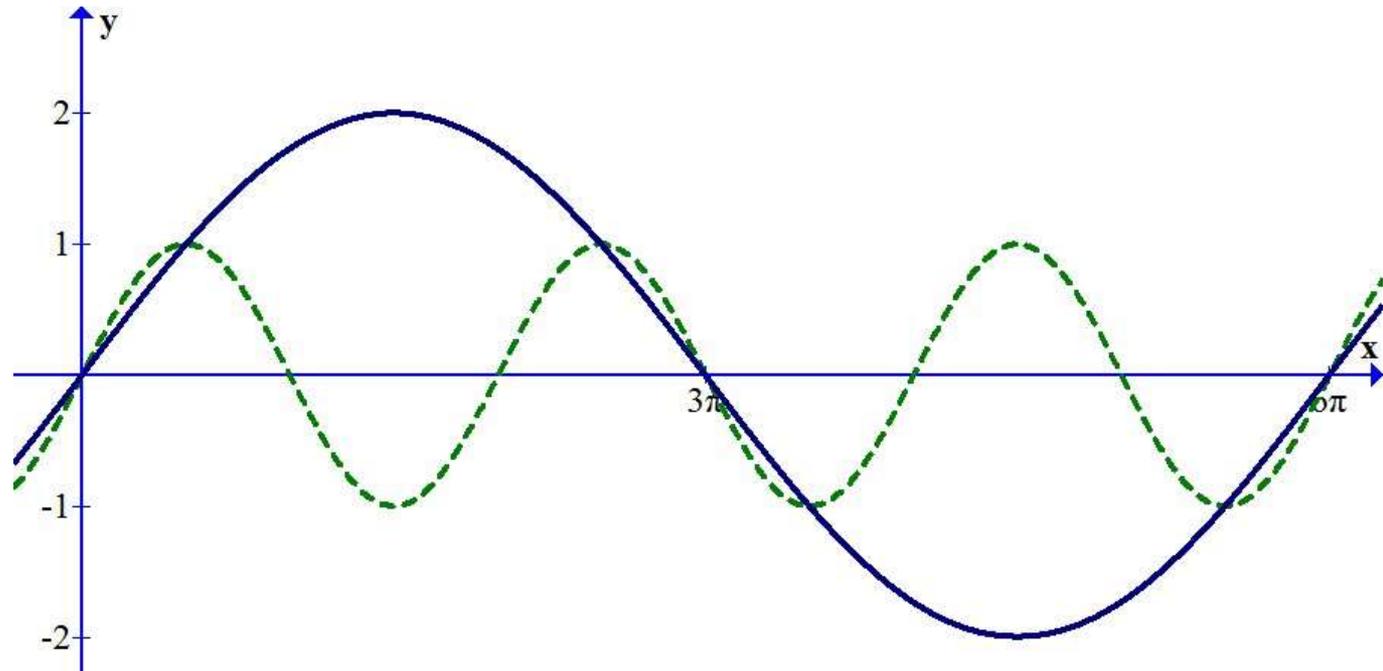
Ejemplo 1 – Bosquejo gráfica de $y = 2 \sin \frac{x}{3}$

$$y = 2 \sin \frac{x}{3}$$
$$= 2 \sin \frac{1}{3}x$$

$$a = 2 \quad b = \frac{1}{3}$$

La amplitud es:

2



Los valores máximos y mínimos que puede asumir son: 2 -2

Su periodo es: $\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{1/3} = 6\pi$

Los interceptos ocurrirán en: $\dots, 0, \frac{\pi}{1/3}, \frac{2\pi}{1/3}, \dots = \dots, 0, 3\pi, 6\pi, \dots$



$y = \sin x \pm c$ **VS.** $y = \sin(x \pm c)$

- Compare graficas de:
 - $y = \sin x \pm c$ producirá una **traslación vertical** de c unidades.
 - Cuando es $+c$ será hacia arriba.
 - Cuando es $-c$ será hacia abajo.
 - $y = \sin(x \pm c)$ producirá un traslación horizontal o desface de c unidades
 - Cuando es $+c$ el desface será a la izquierda y se dice que el **desface es negativo** ó es $-c$.
 - Cuando es $-c$ el desface será a la derecha y se dice que el **desface es positivo** ó es $+c$.

$$y = \sin x$$

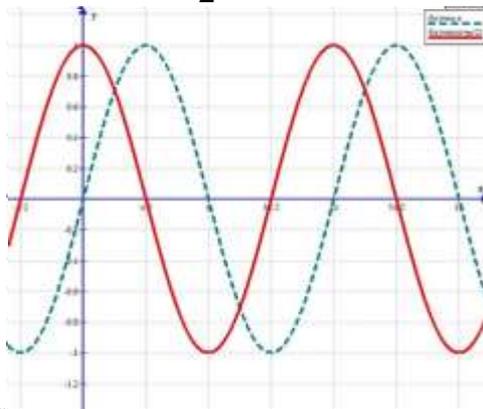
$$y = \sin x - 1$$

$$y = \sin x + 2$$

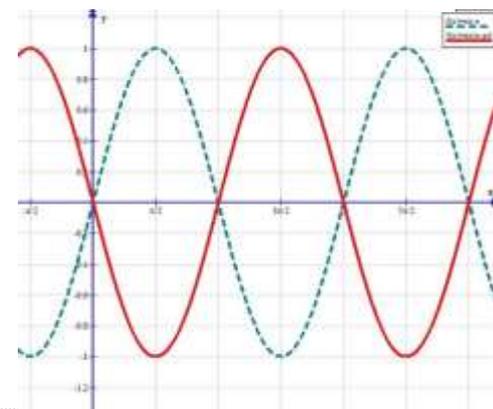
$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y = \sin(x - \pi)$$

$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ tiene un *desface negativo* de $\frac{\pi}{2}$ o simplemente $-\frac{\pi}{2}$



$y = \sin(x - \pi)$ tiene un *desface positivo* de π o simplemente $+\pi$



Características de las Gráficas

$$y = a \sin(bx - c) + d$$

En resumen:

- Dominio: $(-\infty, \infty)$

- Amplitud = $|a|$

- Rango: $[-a, a]$

- Periodo: $\frac{2\pi}{b}$

- Interceptos en x $\dots, -\frac{2\pi - c}{b}, -\frac{\pi - c}{b}, \frac{c}{b}, \frac{\pi + c}{b}, \frac{2\pi + c}{b}, \dots$

- Desfase (phase shift) de $\frac{c}{b}$ unidades

- Traslación vertical de d unidades



Ejemplo 1

Determine la amplitud, periodo y desfase de la función $y = \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2}{3}x - \frac{\pi}{6}\right)$.
Luego, bosqueje su gráfica.

• Solución:

$$a = \frac{1}{4} \quad b = \frac{2}{3} \quad c = \frac{\pi}{6}$$

Amplitud

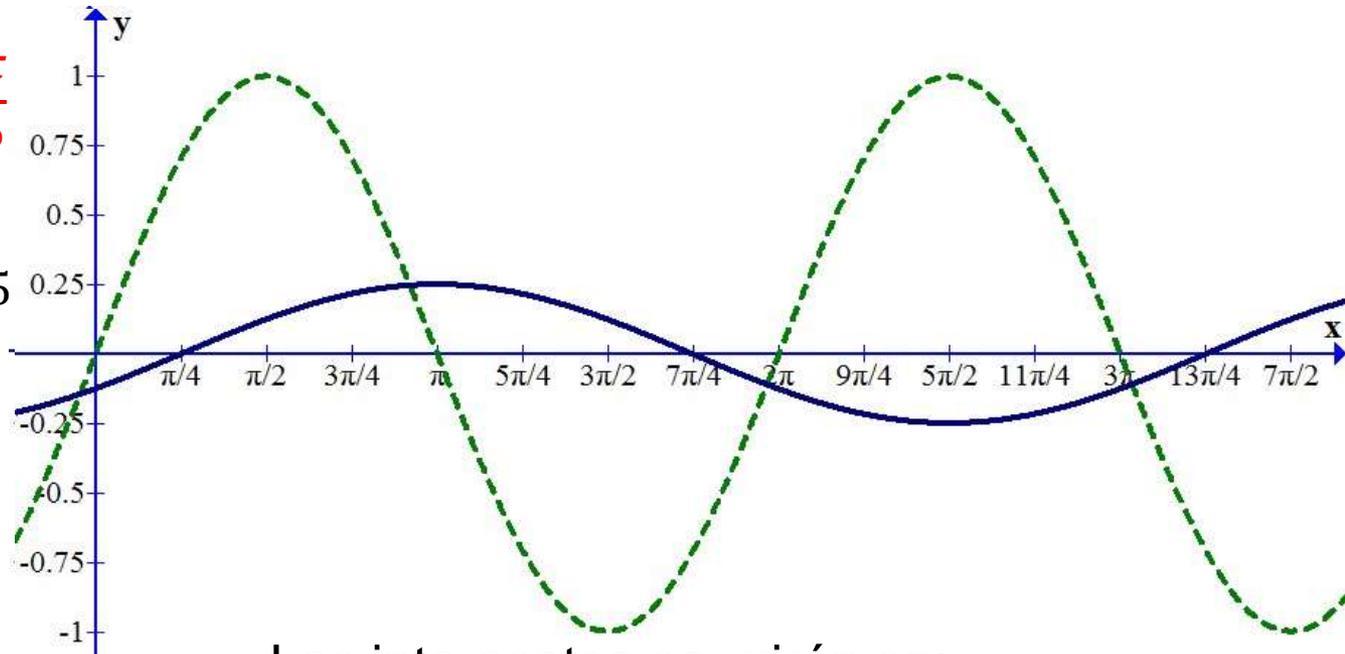
$$|a| = \left| \frac{1}{4} \right| = \frac{1}{4} = 0.25$$

Periodo

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{2/3} = 3\pi$$

Desfase

$$\frac{c}{b} = \frac{\pi/6}{2/3} = \frac{\pi}{4}$$



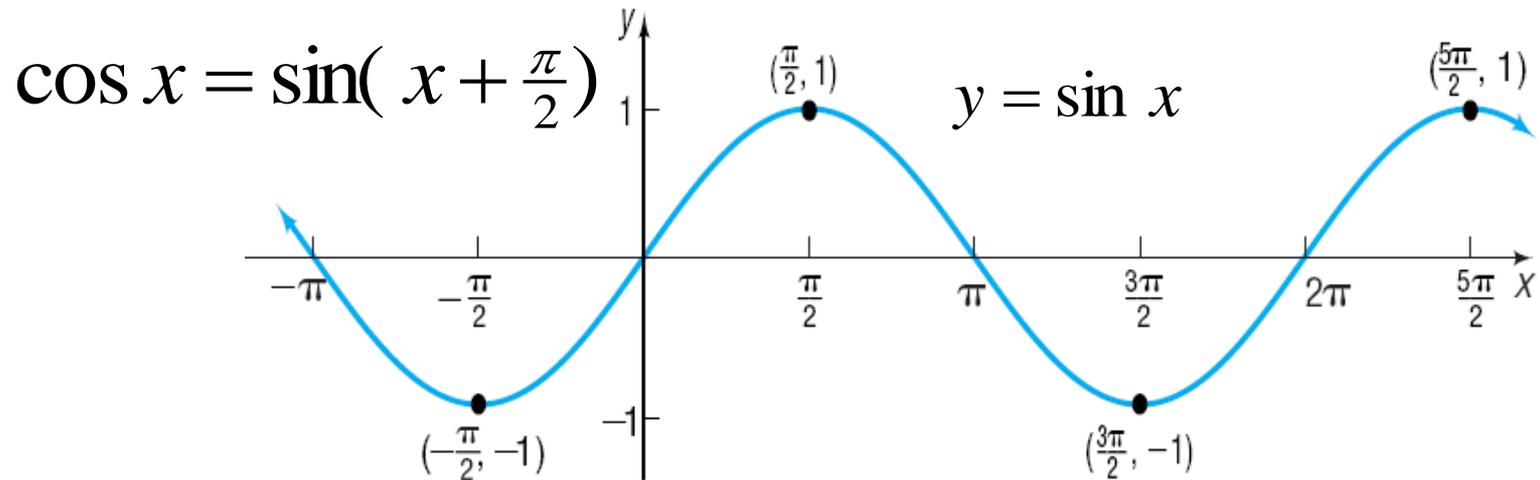
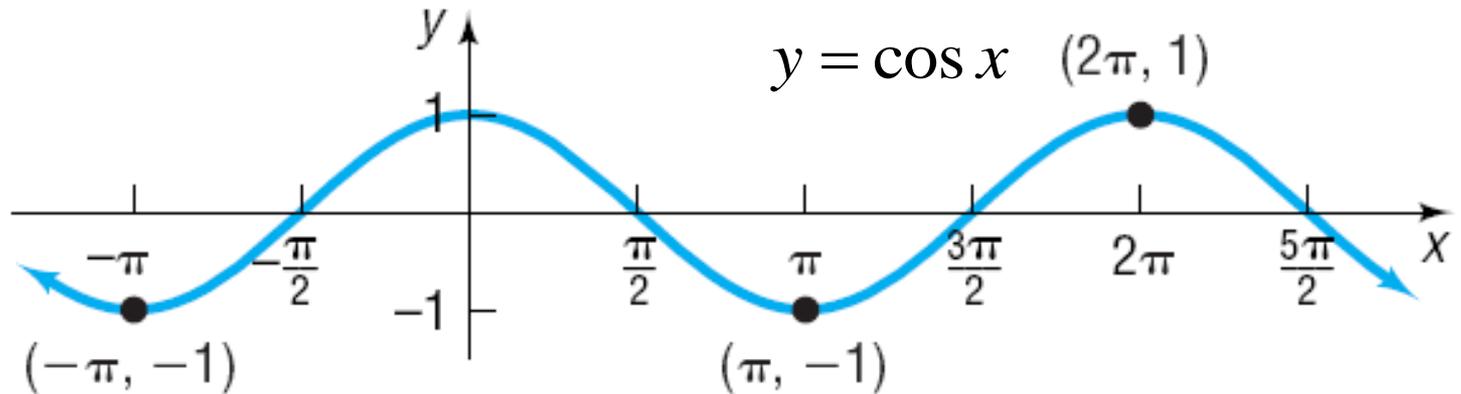
Los interceptos ocurrirán en:

$$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi + \frac{\pi}{6}}{2/3}, \frac{2\pi + \frac{\pi}{6}}{2/3}, \dots = \frac{\pi}{4}, 7\pi/4, 13\pi/4, \dots$$

Punto
de inicio
(SP)



Gráfica de $y = \cos x$



Ejemplo 2

- Determine la amplitud, periodo, traslación y desfase de la función: $y = -2 \cos(3x + \frac{\pi}{4}) - 5$

- Solución: $a = -2$ $b = 3$ $c = \frac{\pi}{4}$ $d = -5$

- Amplitud $|a| = |-2| = 2$
- Periodo $\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$
- Traslación vertical de 5 hacia abajo (-5).

- Desfase es de $\frac{c}{b} = \frac{\pi/4}{3} = \frac{\pi}{12}$ a la izquierda.



Ejemplo 3

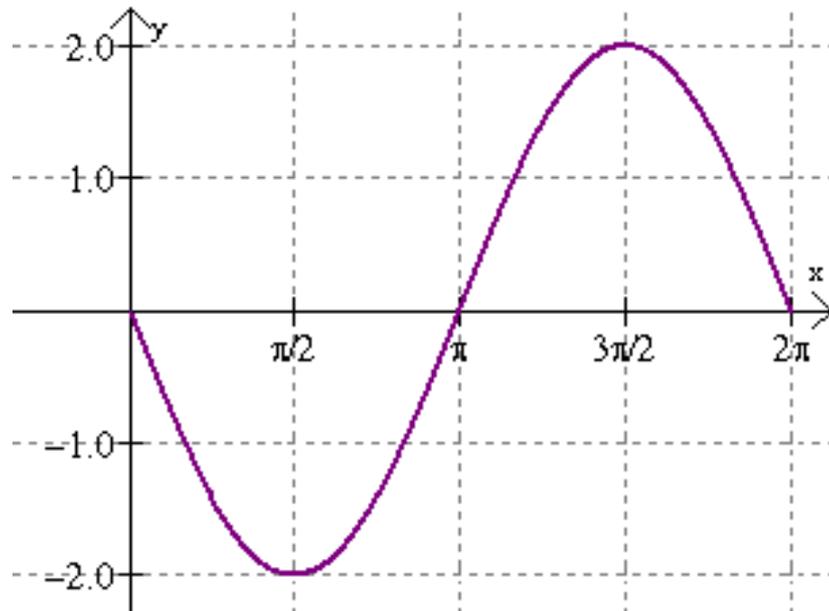
- Cuál de las siguientes mejor representa la ecuación asociada a la gráfica de:

a) $y = \sin 2x$

b) $y = -2 \sin x$

c) $y = -\frac{1}{2} \sin x$

d) $y = 2 \sin \frac{1}{2} x$



$|A| = 2, \text{ periodo} = 2\pi$

$$B = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

b) $y = -2 \sin x$



Ejemplo 4

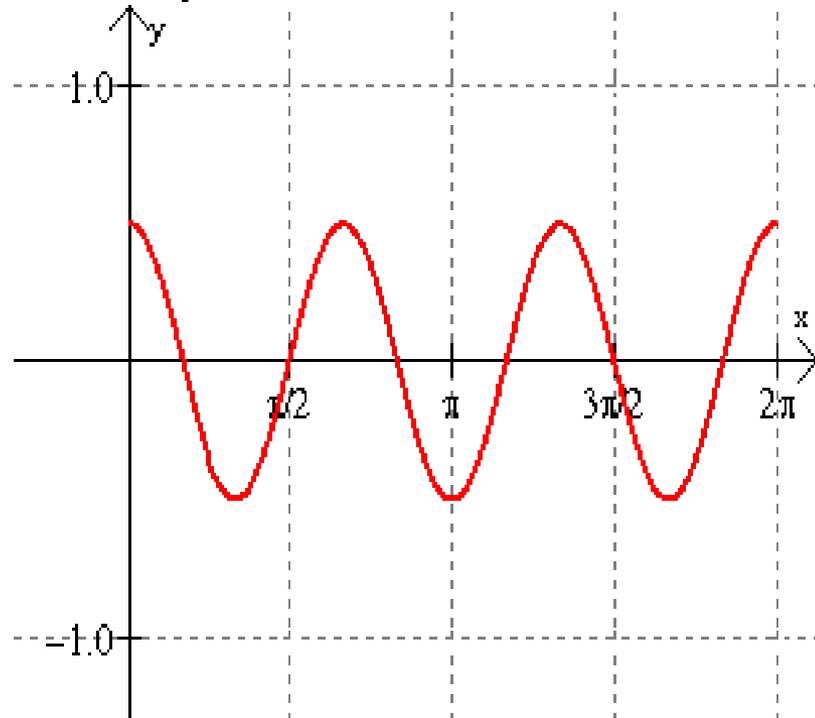
- Cuál de las siguientes mejor representa la ecuación asociada a la gráfica de:

a) $y = 2 \cos 3x$

b) $y = -2 \cos x$

c) $y = -\frac{1}{2} \cos x$

d) $y = \frac{1}{2} \cos 3x$



$$|A| = \frac{1}{2}, \text{ periodo} = \frac{2\pi}{3}$$

$$B = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3$$

d) $y = \frac{1}{2} \cos 3x$



Ejemplo 5

Unos topógrafos determinan que la superficie de la base de un lago se puede expresar por una función trigonométrica f tal que la parte más alta en la orilla ocurre cuando $x = -150$ *pies*.

Además, que el nivel de sedimento que se ha acumulado a través de los años ha permitido que la profundidad del lago sólo sea 40 *pies*.

- Determine el la altura mayor de la superficie.
- Determine la profundidad mayor.

Solución: x

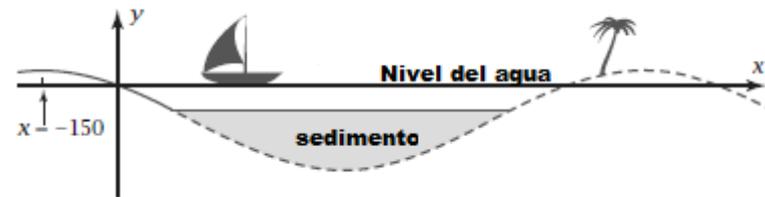
La altura y profundidad mayor ocurre cuando la función asume su valores máximo y mínimo respectivamente.

La función asume sus valores máximo y mínimo cuando $100 \cos \frac{\pi}{600} (200 + 150)$ asume su valor máximo o mínimo. Esto es 100 la amplitud.

Como el valor máximo de $100 \cos \frac{\pi}{600} (200 + 150)$ es 100 (la amplitud). Los valores máximos y mínimos de la función son $-70 + 100$ y $-70 - 100$ respectivamente.

De modo que su altura máxima de la superficie es **30 *pies***

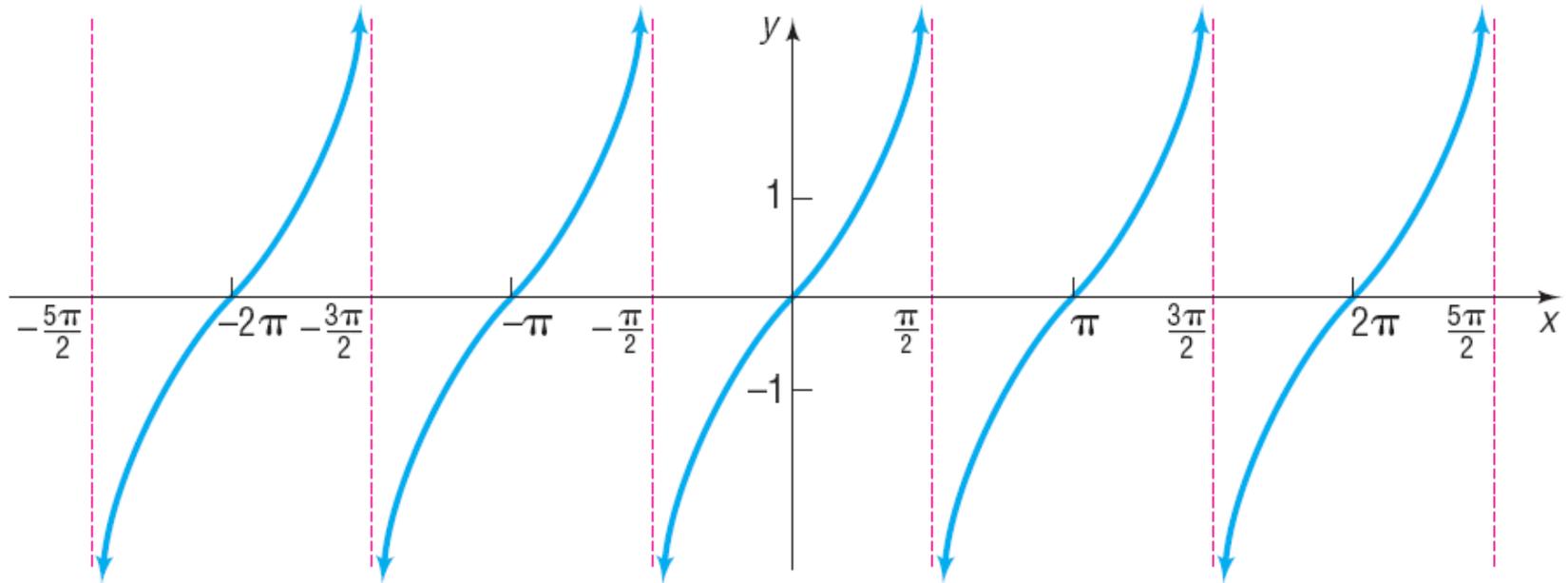
Su profundidad mayor es **-170 *pies***



$$f(x) = -70 + 100 \cos \frac{\pi}{600} (x + 150)$$



Función $f(x) = \tan x$



- Dominio es el conjunto de los Reales excepto los múltiplos

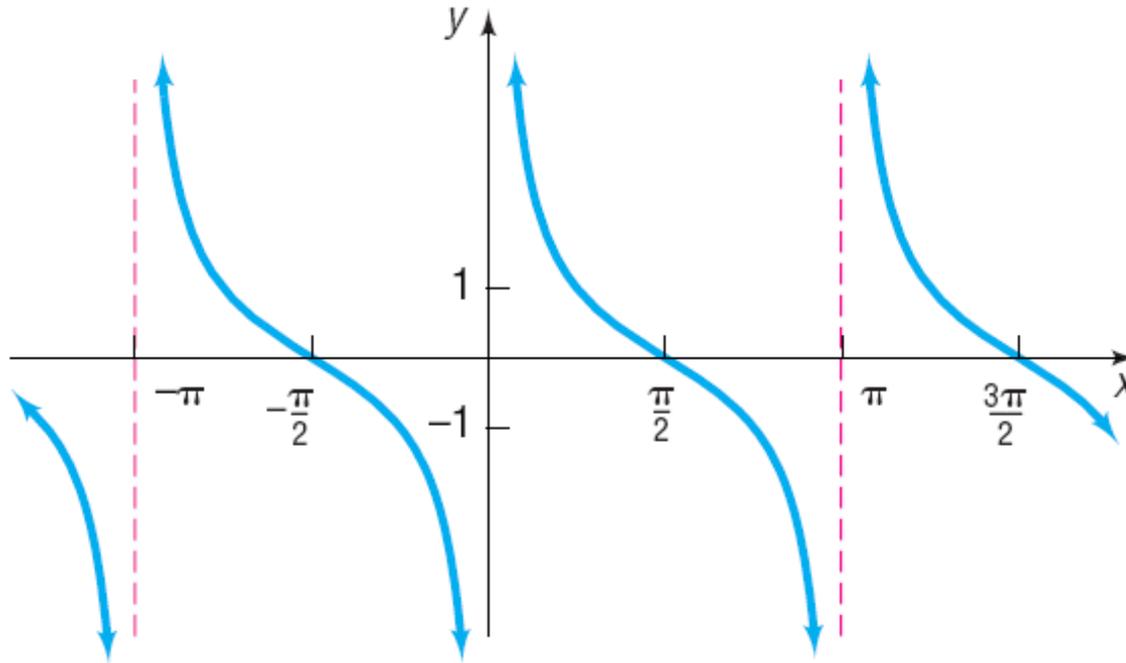
impares de $\frac{\pi}{2}$

- El Rango es el conjunto de los reales.
- Es una función periódica con periodo π
- Los interceptos en x ocurren en: $\dots, -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, \dots$
- Asíntotas verticales en:

$$\dots, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$$



La función cotangente

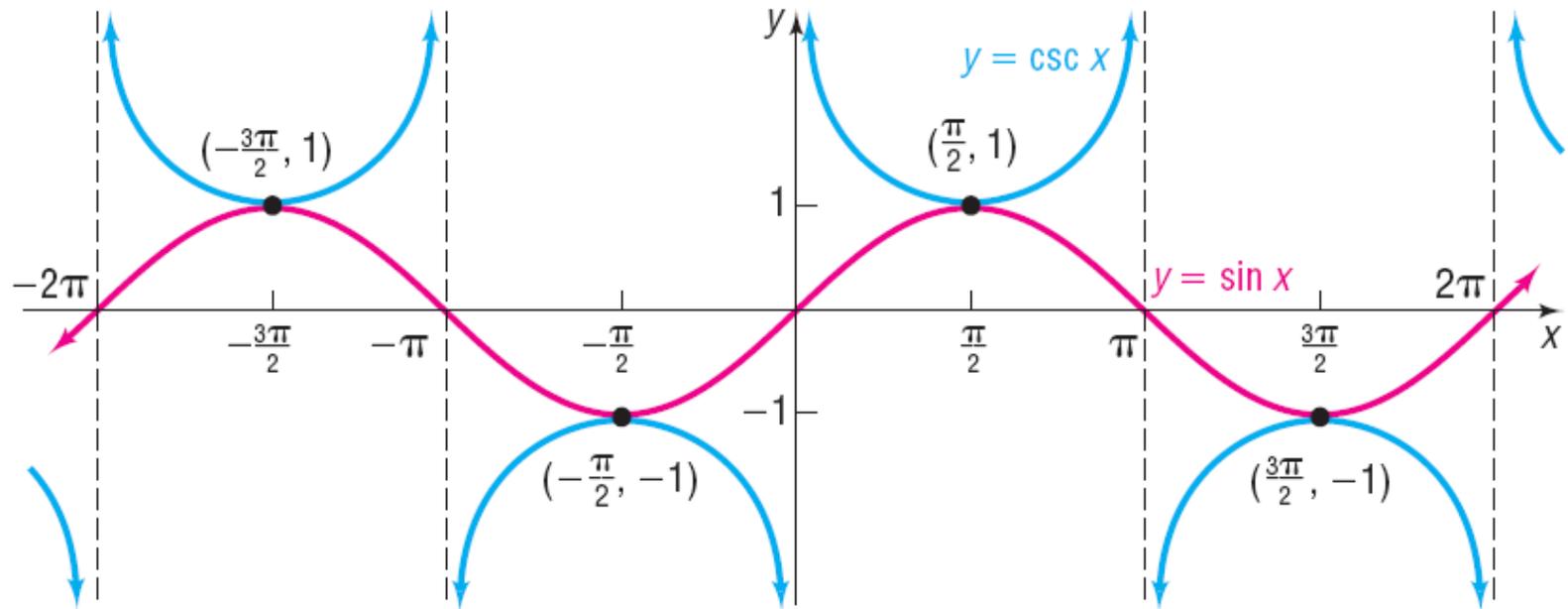


- Dominio es el conjunto de los Reales excepto los múltiplos impares de π
- El Rango es el conjunto de los reales.
- Es una función periódica con periodo π
- Los interceptos en x ocurren en: $\dots, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$
- Asíntotas verticales en:

$$\dots, -\pi, 0, \pi, \dots$$



Grafica de la función cosecante

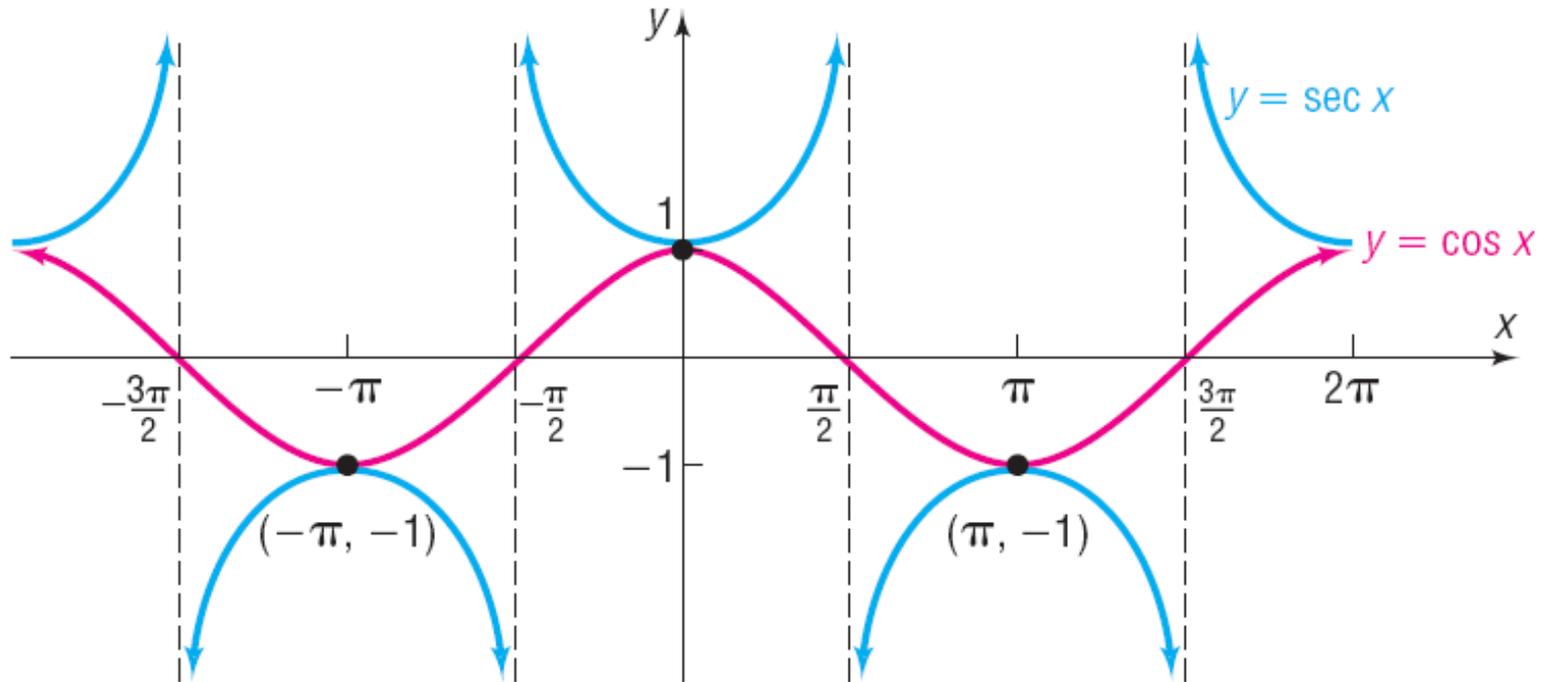


Dominio es el conjunto de los reales sin incluir los múltiplos de π

Rango son valores de y tal que $|y| \geq 1$



Gráfica de la función secante



Dominio es el conjunto de los reales sin incluir los múltiplos impares de $\frac{\pi}{2}$
Rango son valores de y tal que $|y| \geq 1$

