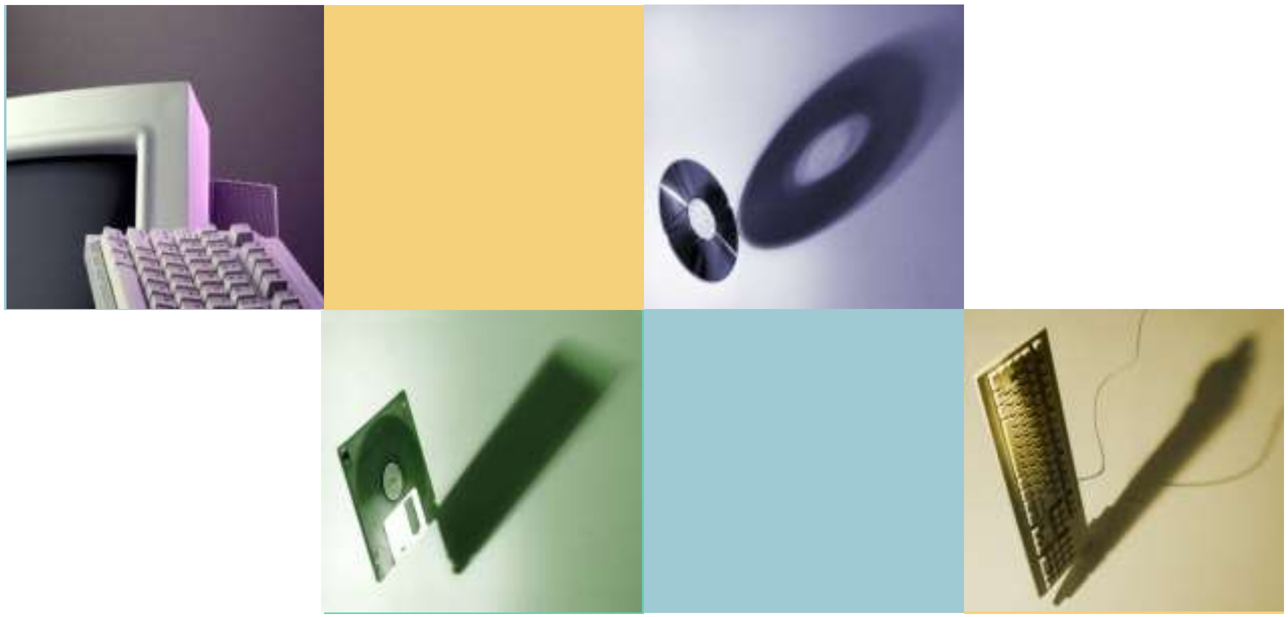
Unidad 3 - Lección 1

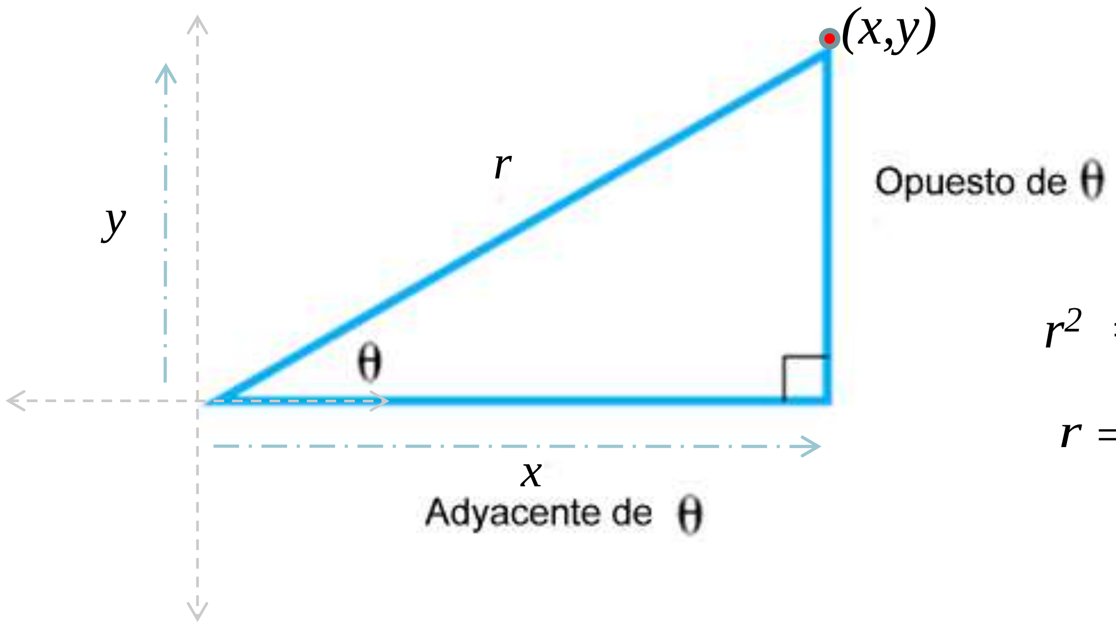


Trigonometría de Triángulos Rectos

Actividades 3.1

- ***Referencia:***
  Capítulo 6 - Sección 6.1 Medida angular; Sección 6.2 Trigonometría de Ángulos rectos
- **Ejercicios de Práctica:** Páginas 484, 485, 486: Impares 1– 55
- **Asignación 3.1:**
  - Videos de Khan Academy: Trigonometría Básica y Usando Trigonometría para resolver los lados y ángulos de un triángulo rectángulo: Hacer ejercicios Trigonometría 0.5; Trigonometría 1; Trigonometría 1.5 y Trigonometría 2.
  - Ver todos videos de Khan Academy: Problemas de aplicación de razones trigonométricas
- Referencias del Web:
  - Right Triangle Trigonometry

Razones trigonométricas



$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

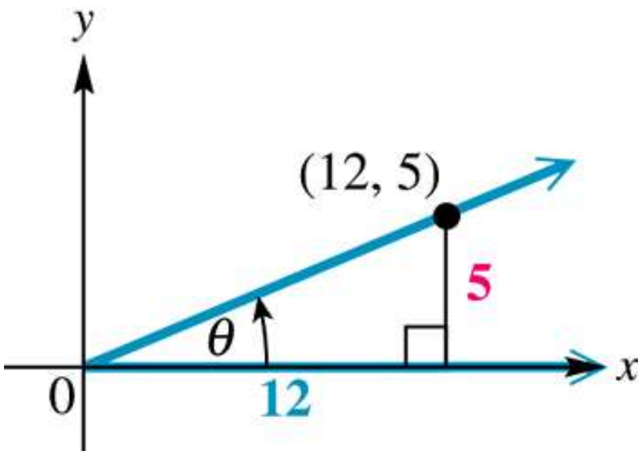
$$\cos\theta = \frac{Adyacente\ de\ \theta}{Hipotenusa} \qquad \sin\theta = \frac{Opuesto\ de\ \theta}{Hipotenusa} \qquad \tan\theta = \frac{Opuesto\ de\ \theta}{Adyacente\ de\ \theta}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \qquad \sin\theta = \frac{y}{r} \qquad \tan\theta = \frac{y}{x}$$

Ejemplo 1

- El lado terminal de un ángulo θ en posición estándar pasa por el punto (12,5). Encuentre los seis valores trigonométricos de θ

$x = 12$ and $y = 5$.



$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{5}{13} \qquad \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{12}{13}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{5}{12}$$

$$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{12}{5} \quad \sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{13}{12} \quad \csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{13}{5}$$

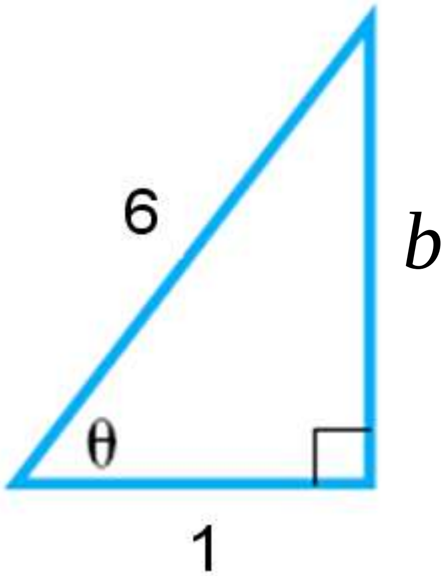
Ejemplo 2

- Encuentre los valores trigonométricos del ángulo θ.

$$h^2 = a^2 + b^2$$

$$6^2 = 1^2 + b^2$$

$$b = \sqrt{35}$$



$$\cos\theta = \frac{Adyacente\ de\ \theta}{Hipotenusa} = \frac{1}{6}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = 6$$

$$\sin\theta = \frac{Opuesto\ de\ \theta}{Hipotenusa} = \frac{\sqrt{35}}{6}$$

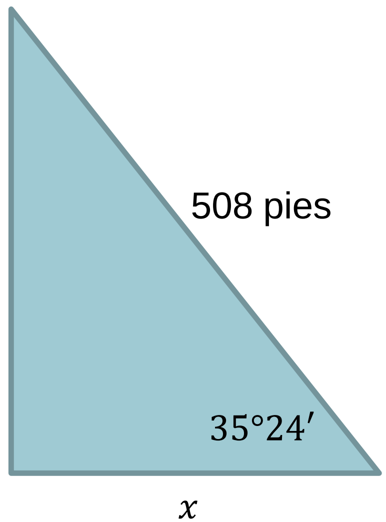
$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{6}{\sqrt{35}}$$

$$\tan\theta = \frac{Opuesto\ de\ \theta}{Adyacente\ de\ \theta} = \frac{\sqrt{35}}{1} = \sqrt{35}$$

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{\sqrt{35}}$$

Ejemplo 3

- Encuentre el valor desconocido en el siguiente triángulo recto. Redondée a la centésima más cercana.

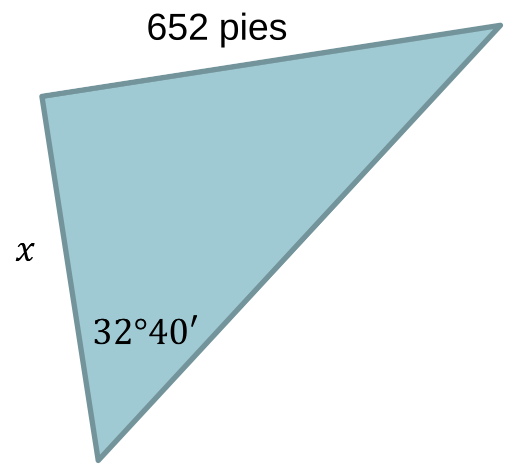


$$\cos 35°24' = \frac{x}{508}$$

$$508 \cos 35°24' = x$$

$$x \approx 414.0849202$$

$$x \approx 414.08 \ pies$$



$$\tan 32°40' = \frac{652}{x}$$

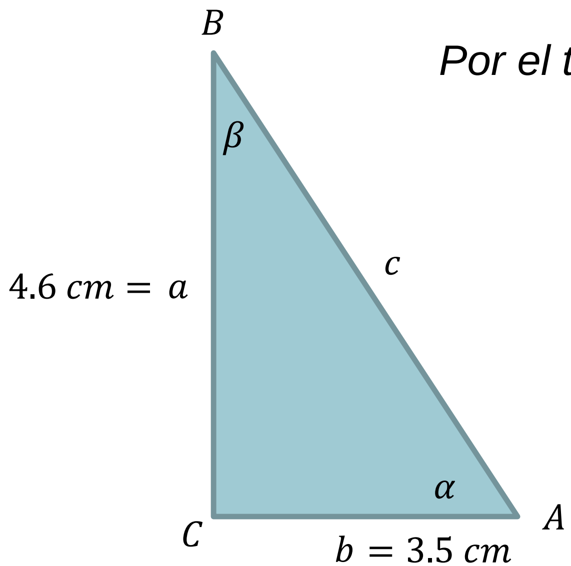
$$x = \frac{652}{\tan 32°40'}$$

$$x \approx 1016.895212$$

$$x \approx 1016.90 \ pies$$

Ejemplo 4

- Resuelva el triángulo recto dado que $a = 4.6\ cm$ y $b = 3.5\ cm$. Redondée sus resultados a dos lugares decimales.



Por el teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$4.6^2 + 3.5^2 = c^2$$

$$33.41 = c^2$$

$$c \approx 5.78$$

Por la definición de tangente:

$$\tan\alpha = \frac{4.6}{3.5}$$

$$\alpha = tan^{-1}\left(\frac{4.6}{3.5}\right)$$

$$\alpha \approx 52.7335981°$$

$$\alpha \approx 52.73°$$

Por la suma de ángulos de un triángulo:

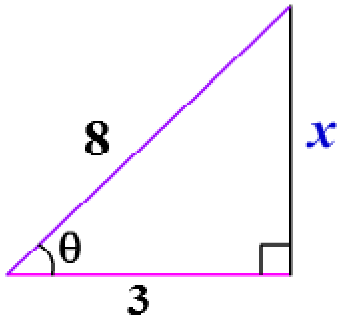
$$90° + 52.73° + \beta \approx 180°$$

$$\beta = 180° - 142.73°$$

$$\beta = 37.27°$$

Ejemplo 5

- Si θ es un ángulo agudo y $\sec\theta = \frac{8}{3}$ encuentre el $\sin\theta$ y la $\tan\theta$.
- Solución:
- Si $\sec\theta = \frac{8}{3}$ entonces $cos\,\theta = \frac{3}{8}$.
- Por el teorema de Pitágoras:



$$8^2 = 3^2 + x^2$$

$$64 = 9 + x^2$$

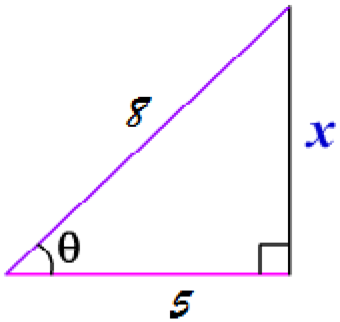
$$55 = x^2$$

$$x = \sqrt{55}$$

- Como $sin\,\theta = \dfrac{opuesto}{hipotenusa} = \dfrac{\sqrt{55}}{8}$
- Como $tan\,\theta = \dfrac{opuesto}{adyacente} = \dfrac{\sqrt{55}}{3}$

Ejemplo 6

- Si $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ y $\cos\theta = -\frac{5}{8}$ encuentre el $\csc\theta$.
- Solución:
- Si $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ entonces θ es un ángulo en el cuadrante III.
- Como $\cos\theta = -\frac{5}{8}$, ignorando el signo ….
- Por el teorema de Pitágoras:



$$8^2 = 5^2 + x^2$$

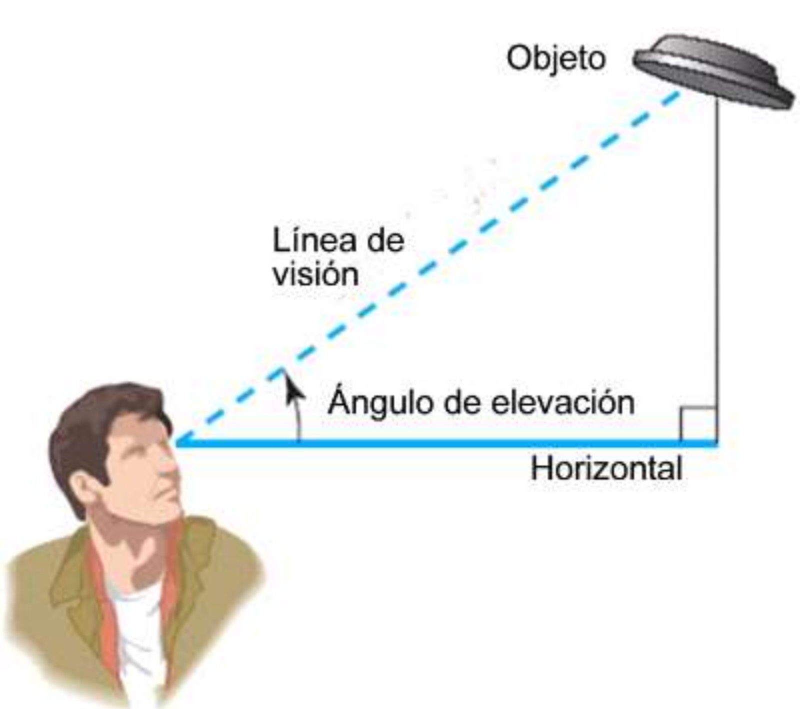
$$64 = 25 + x^2$$

$$39 = x^2$$

$$x = \sqrt{39}$$

- Como θ es un ángulo en el cuadrante III y $\sin\theta = \frac{opuesto}{hipotenusa} = \frac{-\sqrt{39}}{8}$
- Como $\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{-8}{\sqrt{39}}$

Ángulo de *elevación y depresión*



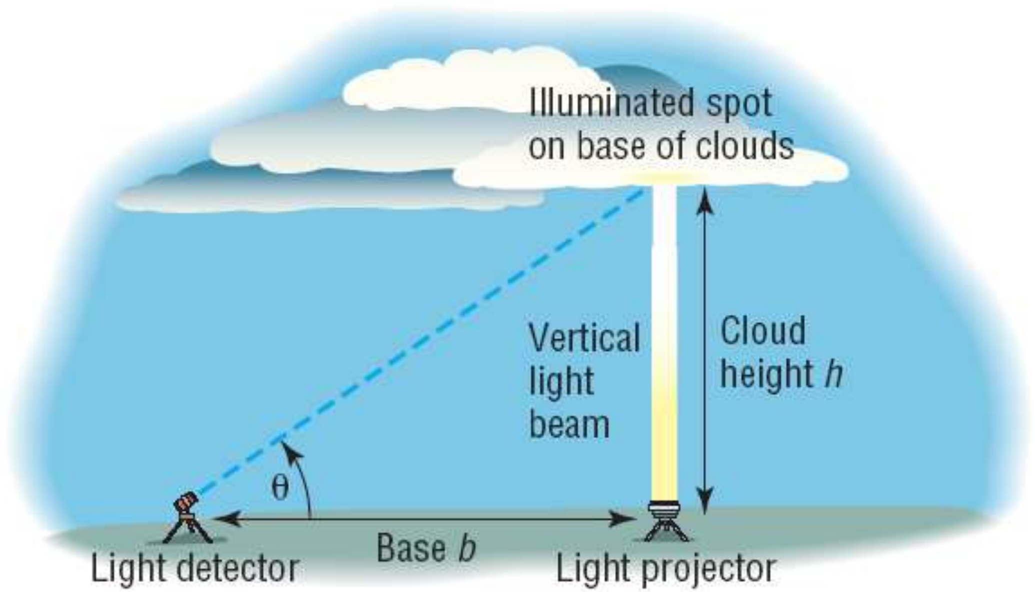
Ejemplo 5

- Un *ceilometer* (nefoaltímetro) con base de 300 pies detecta que la luz sobre la nube forma un ángulo de elevación de 75º. ¿Cuál es la altura de la nube?

$$\tan\theta = \frac{h}{b}$$

$$h = b\tan\theta$$

$$h = 300\ \tan 75^\circ$$



$$h = 300(3.732050808) \quad \approx 1{,}120\ \text{pies}$$

Ejemplo 6

- Un avión está volando a una altura de 35,000 pies tiene a la vista ***El Castillo San Felipe del Morro*** en San Juan, Puerto Rico. Si el piloto mide que el ángulo de depresión a un punto en la base del Morro es de 22 grados, ¿cuál es la distancia del avión al morro?

$22°$

$35{,}000\ pies$

$\boldsymbol{x}$

$$\sin 22° = \frac{35{,}000}{x}$$

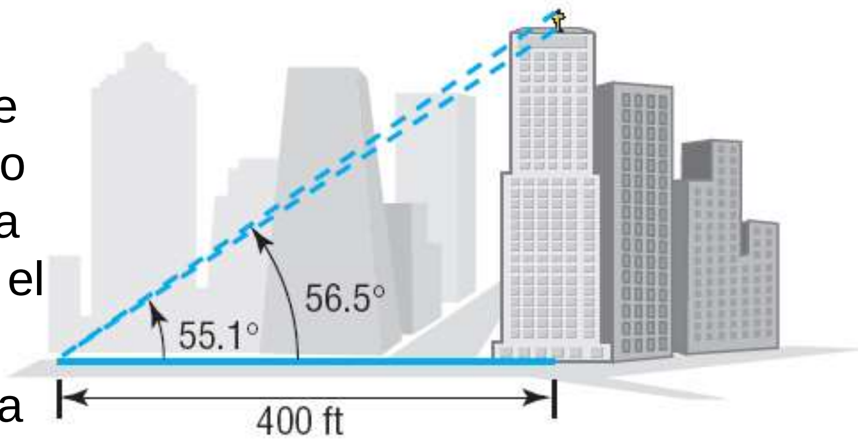
$$x = \frac{35{,}000}{\sin 22°}$$

$$x \approx 93431.35069$$

$$\boldsymbol{x \approx 93{,}431}\ \textbf{pies}$$

Ejemplo 7

- Desde un punto sobre el suelo a 400 pies de la base de un edificio, un observador encuentra que el ángulo de elevación a la parte superior del edificio es 55.1º y que el ángulo de elevación a la parte superior de una estatua sobre el edificio es 56.5º.
- Determine la altura de edificio y la de la estatua.



- Sea ***h*** la altura del edificio y ***k*** la altura hasta la parte superior de la estatua. Entonces,

$$\tan 55.1^\circ = \frac{h}{400}$$

$$h = 400 \tan 55.1^\circ$$

$$\approx 573 \text{ pies}$$

$$\tan 56.5^\circ = \frac{k}{400}$$

$$k = 400 \tan 56.5^\circ$$

$$\approx 604 \text{ pies}$$

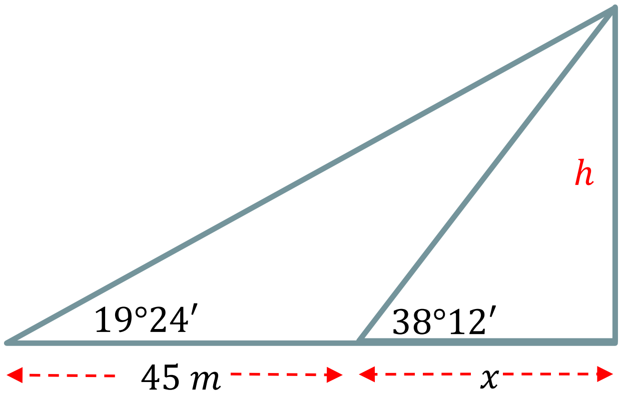
Altura del edificio es aproximadamente $573\ pies$

Altura de la estatua es

$$604 - 573 = 31\ pies$$

Ejemplo 8

- Determine el valor de h en el siguiente triángulo recto.



$$\tan 38°12' = \frac{h}{x}$$

$$x \tan 38°12' = h$$

$$\tan 19°24' = \frac{h}{45+x}$$

$$(45+x)\tan 19°24' = h$$

$$x \tan 38°12' = (45+x)\tan 19°24'$$

$$x \tan 38°12' = 45\tan 19°24' + x \tan 19°24'$$

$$x \tan 38°12' - x \tan 19°24' = 45\tan 19°24'$$

$$x\,(\tan 38°12' - \tan 19°24') = 45\tan 19°24'$$

$$x = \frac{45\tan 19°24'}{(\tan 38°12' - \tan 19°24')}$$

$$x \approx 36.44942781$$

$$h = x \tan 38°12'$$

$$h = (36.44942781)\tan 38°12'$$

$$h \approx 28.68287134 \approx 29\ m$$