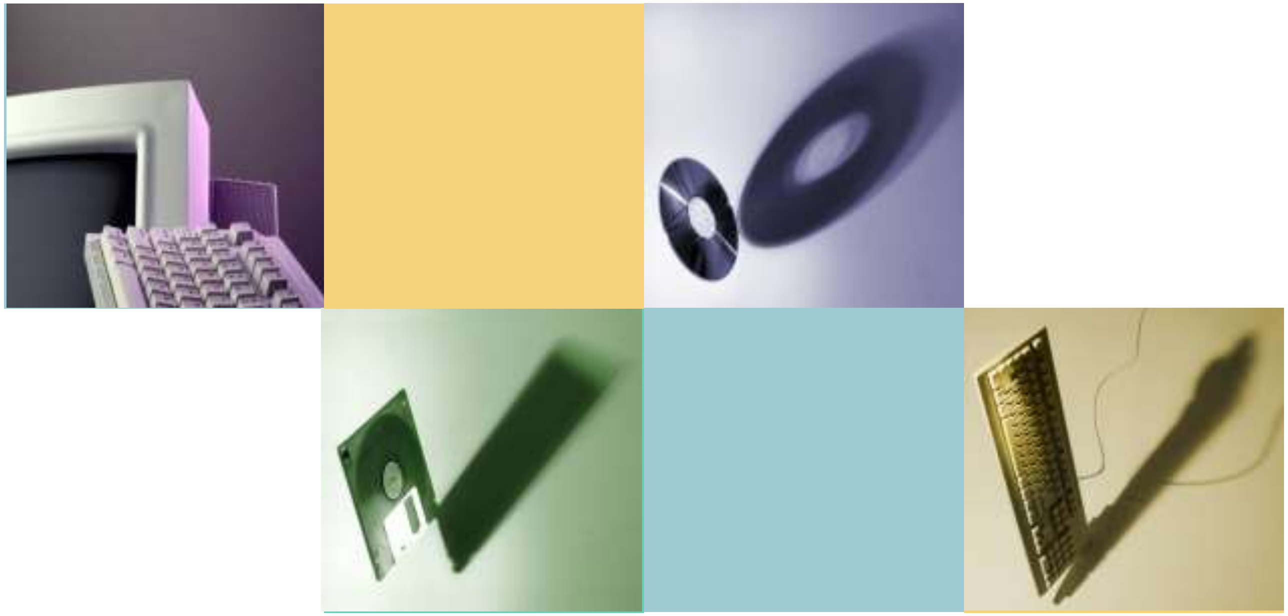
Leyes del Coseno



Precálculo

Actividades 3.3

- ***Referencia:*** Capítulo 6 - Sección 6.4 Ley de los senos Sección 6.5 Ley de cosenos
- **Ejercicios de Práctica:** Páginas 506 - 507: Impares 1– 39; Páginas 513 - 514: Impares 1– 45.
- **Asignación 3.3:** Khan Academy. Acceder La Ley de cosenos y la Ley de senos y ver videos La ley de Coseno; La Ley de cosenos para determinar el grado. Hacer ejercicios de Ley de Cosenos.
- Referencias del Web:
  - The Math Page – Trigonometry: The Law of Cosines

Ley del Coseno

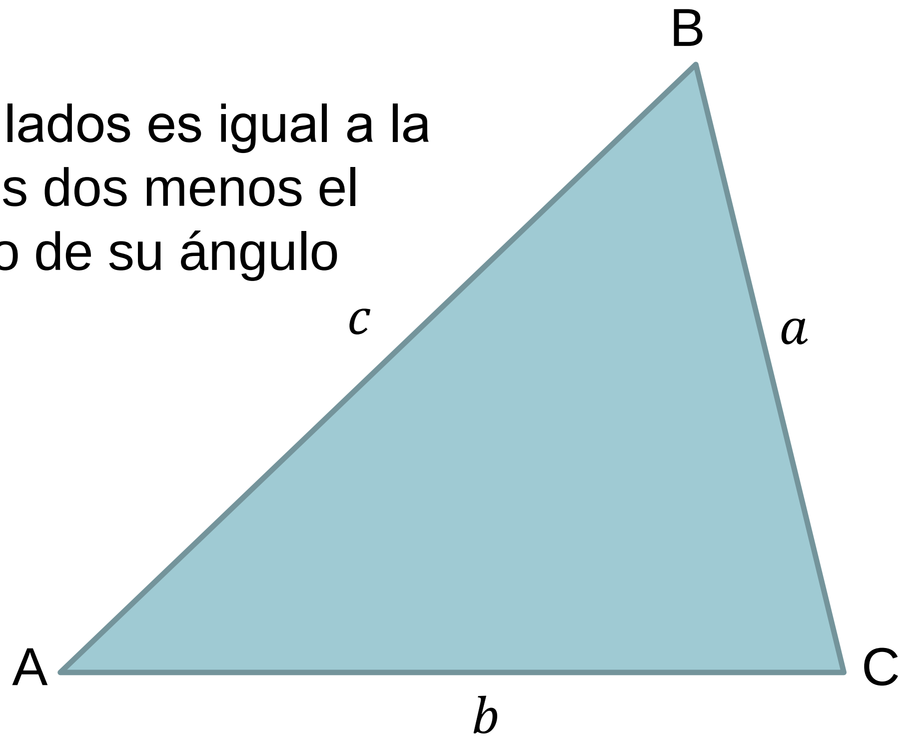
- Para todo triángulo,

"el cuadrado de cualquiera de sus lados es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble de su producto por el coseno de su ángulo opuesto".

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\,Cos\,A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\,Cos\,B$$

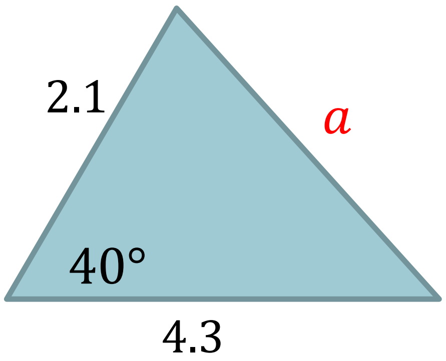
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\,Cos\,C$$



- La Ley del Coseno se aplica para resolver problemas donde se conocen dos lados y su ángulo incluido (SAS) y donde se conocen los tres lados (SSS).

Ejemplo 1 (SAS)

- Determine el lado desconocido del siguiente triángulo. Redondee al entero.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\,Cos\,A$$

$$a^2 = (2.1)^2 + (4.3)^2 - 2(2.1)(4.3)\,Cos\,40°$$

$$a^2 \approx 9.065237357$$

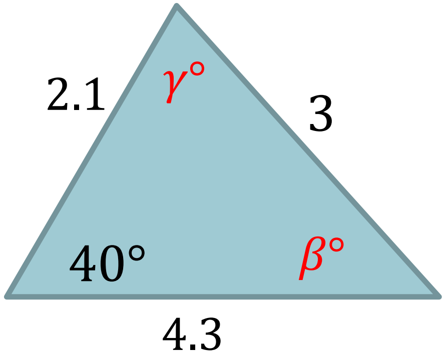
$$a \approx 3.010853261$$

$$a \approx 3$$

- Solución:

Ejemplo 2

- Resuelva el triángulo siguiente. Redondee al entero.



Se determina uno de los ángulo opuesto al que se tiene su lado opuesto.

$$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin \beta}{2.1}$$

$$\sin \beta = \frac{2.1 \sin 40^\circ}{3}$$

$$\sin \beta \approx 0.449951327$$

$$\beta \approx sin^{-1}(0.449951327\ ) \approx 26.74056118° \approx 27°$$

- Solución:

Observe que se puede usar la Ley de Coseno para hallar este ángulo:

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2baCos\ \beta$$

$$2.1^2 = 4.3^2 + 3^2 - 2(4.3)(3)Cos\ \beta$$

$$-23.08 = -25.8Cos\ \beta$$

$$Cos\ \beta = 0.894573643$$

$$Cos^{-1}(894573643) = 26.546282$$

$$\beta \approx 27$$

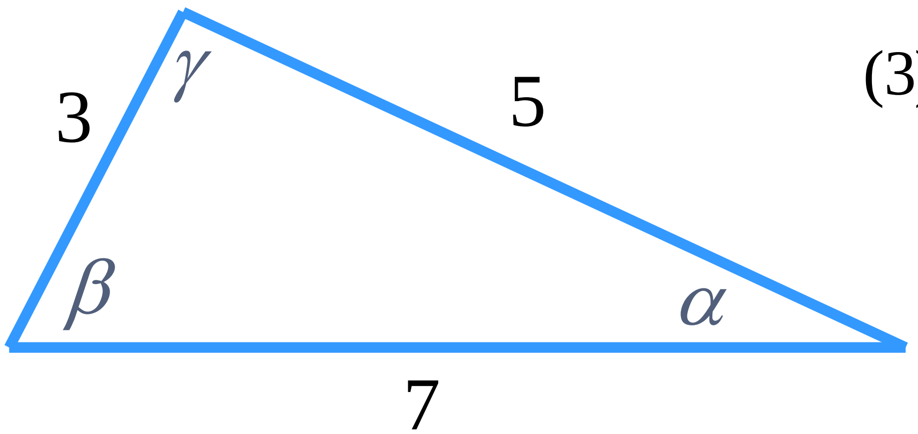
Se determina el tercer ángulo desconocido.

$$40° + 27° + \gamma = 180°$$

$$\gamma = 113°$$

Ejemplo 3 (SSS)

- Determine el ángulo α. Redondee al entero más cercano.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$(3)^2 = (5)^2 + (7)^2 - 2(5)(7)\cos\alpha$$

$$-65 = -2(5)(7)\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{65}{70}$$

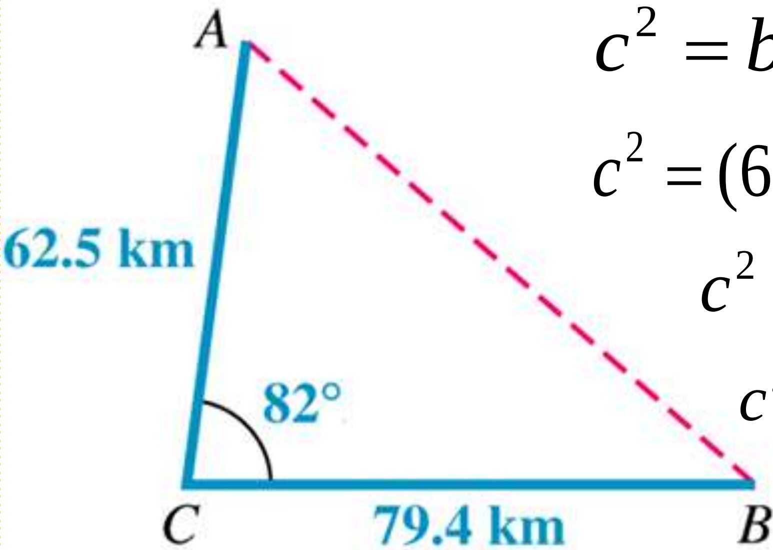
$$\alpha = \cos^{-1}(0.928571429)$$

$$\approx 21.78678923$$

$$\approx 22^\circ$$

Ejemplo 4

- Dos botes zarpan desde un puerto C en una dirección que forma un ángulo de 82° entre ellos. Cuando el bote A ha navegado 62.5 km, el bote B ha navegado 79.4 km. En ese momento, ¿cuál es la distancia entre ellos?



$$c^2 = b^2 + a^2 - 2bc\cos\gamma$$

$$c^2 = (62.5)^2 + (79.4)^2 - 2(62.5)(79.4)\cos 82°$$

$$c^2 = 3906.25 + 6304.36 - 9925\cos 82°$$

$$c^2 = 10210.61 - 9925(0139173101)$$

$$c^2 \approx 8829.316973$$

$$c \approx 94.0\ km$$

Ejemplo 5

- Un agrimensor necesita calcular la distancia a través de un pequeño lago y toma las mediciones indicadas. Encuentre la distancia redondeada a dos lugares decimales.

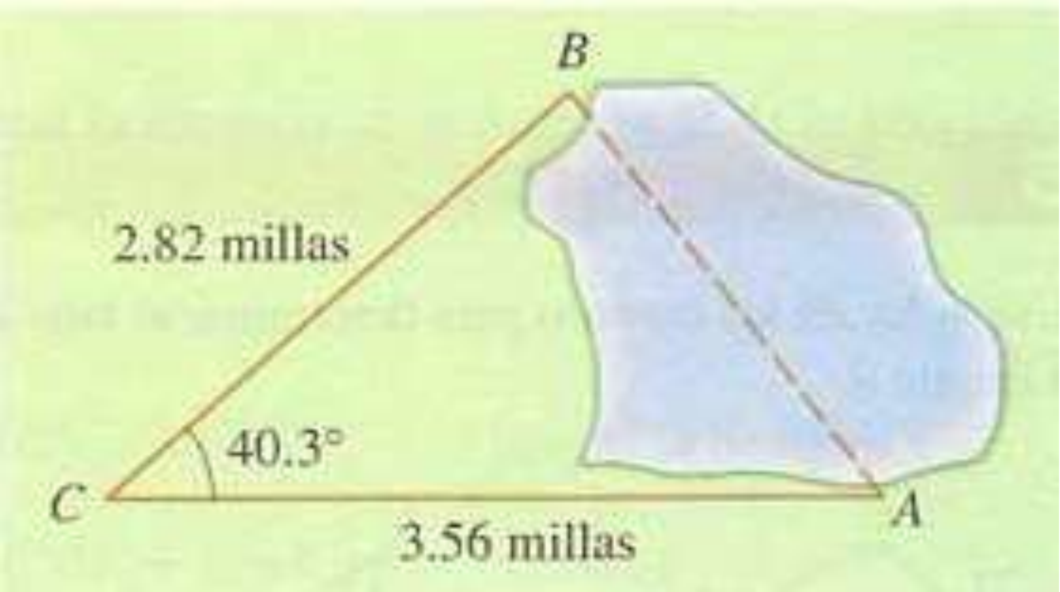
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abCos\ C$$

$$c^2 = (2.82)^2 + (3.56)^2 - 2(2.82)(3.56)Cos\ 40.3°$$

$$c^2 \approx 5.312840209$$

$$c \approx 2.304959915$$

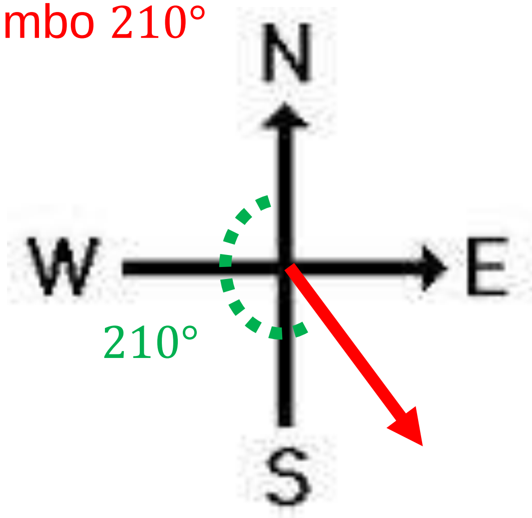
c ≈ 2.30 millas



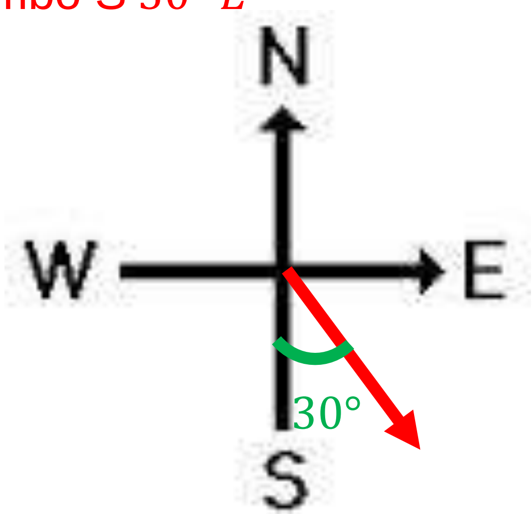
Rumbo (*bearing*)

- Rumbo es la dirección en la que nos movemos o navegamos. Suele expresarse en forma del ángulo que forma esta dirección con otra tomada como referencia.
- Hay dos sistemas:
  - El ángulo entre de 0º a 360º que hay entre el norte y la dirección de avance el objeto
  - El ángulo que forma entre la recta Norte o la del Sur y la dirección de avance el objeto.
  - Ejemplo:
  - "rumbo S 30º E" significa 30 grados hacia el este contados desde el sur, lo que equivale a rumbo circular 210º.

Rumbo $210°$

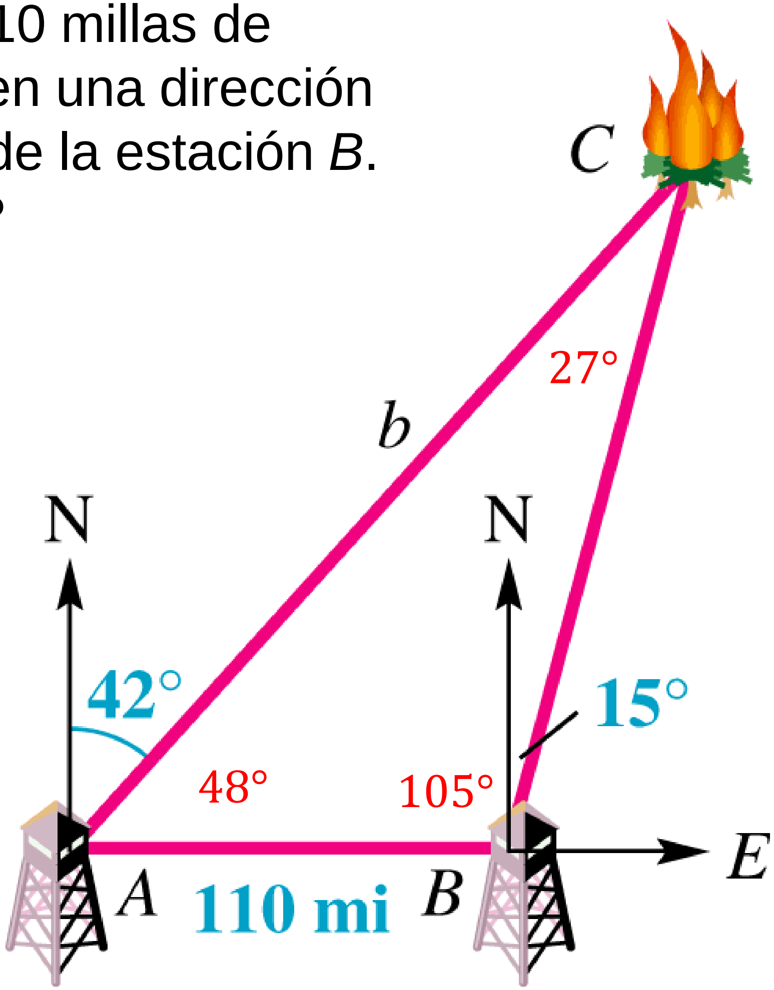


Rumbo S $30°$ E



Ejemplo 6

- Dos estaciones se encuentran a 110 millas de distancia. Un incendio se localiza en una dirección $N\ 42° E$ de la estación *A* y $N\ 15°\ E$ de la estación *B*. ¿Cuán lejos está el incendio de A?



Ángulo ***A*** $= 90° - 42° = 48°$...

Ángulo ***B*** $= 90° + 15° = 105°$

Ángulo ***C*** $= 180° - 105° - 48° = 27°$

Para hallar *b* ...

$$\frac{\sin 105^\circ}{b} = \frac{\sin 27^\circ}{110}$$

$$b \approx 234 \text{ miles.}$$