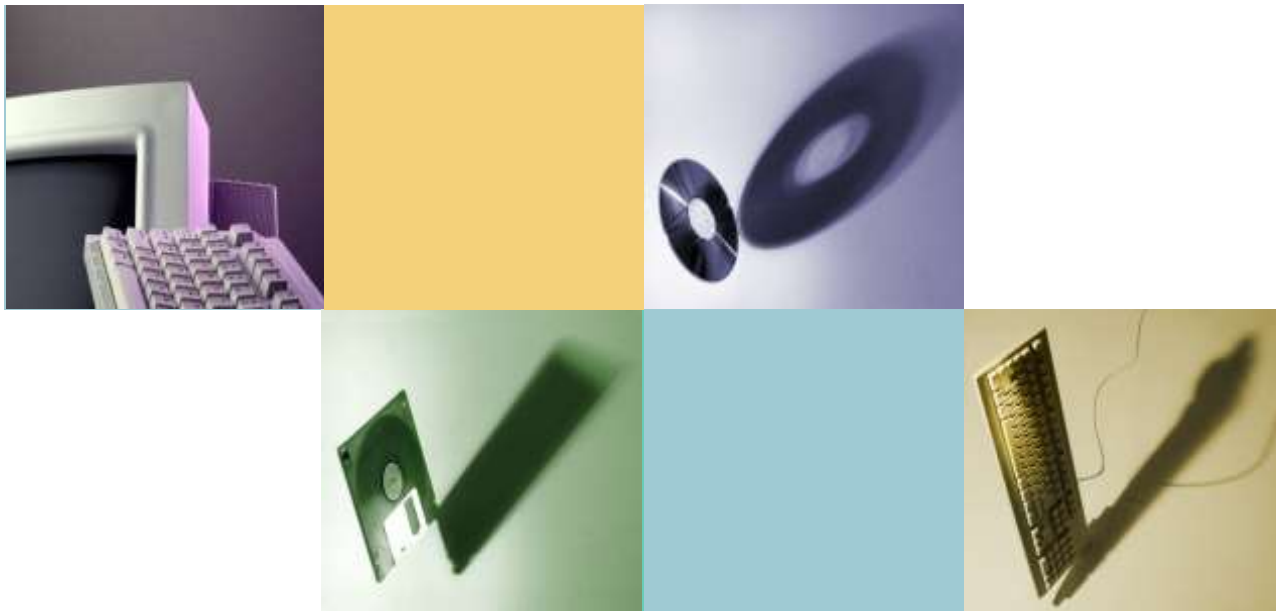


# Unidad 4 – Lección 4.1



## Identidades Trigonométricas

# Actividades 4.1

- **Referencia:** Capítulo 7 - Sección 7.1 Identidades trigonométricas
- **Ejercicios de Práctica:** Páginas [533](#) - [534](#) : Impares 1– 85
- **Asignación:** Khan Academy; Identidades Trigonométricas – Ver video y hacer ejercicios relacionados con [La identidad pitagórica](#): Usando la identidad trigonométrica pitagórica; Usando Identidades para simplificar expresiones trigonométricas; Manipulating trig expressions with pythagorean identities
- **Referencias del Web:**
  - Bourne; [Fundamental Trigonometric Identities](#)
  - Slide Share: [Trigonometric Identities](#)



$$x + 5 = 5 + x$$

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

# IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

*Una identidad es una igualdad entre dos expresiones que siempre es cierta. Es una **identidad trigonométrica** si contiene valores trigonométricos*



# Identidades trigonométricas básicas

## Identidades recíprocas

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

## Identidades del cociente

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

## Identidades Pitagóricas

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$$



# Ejemplos 1

- Simplifique:

$$1 - \sin^2 x = \cos^2 x$$

$$1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$\csc^2 x - \cot^2 x = 1$$

$$\tan^2 x - \sec^2 x = -1$$

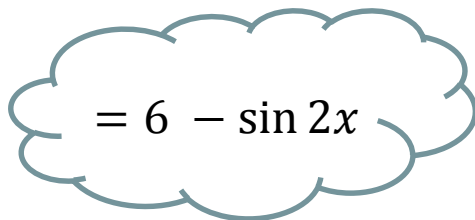
$$\frac{1}{\sec x} = \cos x$$



# Ejemplos 2

- Simplifique

$$\begin{aligned} & (\sin x - \cos x)^2 + 5 \\ &= (\sin x - \cos x)^2 + 5 \\ &= (\sin x - \cos x)(\sin x - \cos x) + 5 \\ &= \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x + 5 \\ &= \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x + 5 \\ &= 1 - 2 \sin x \cos x + 5 \\ &= 6 - 2 \sin x \cos x \end{aligned}$$


$$= 6 - \sin 2x$$

$$\begin{aligned} & \sin^3 x + \sin x \cos^2 x \\ &= \sin x (\sin^2 x + \cos^2 x) \\ &= \sin x (1) \\ &= \sin x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \sin x \cos^2 x - \sin x \cos x - 3 \sin x \\ &= \sin x (2 \cos^2 x - \cos x - 3) \\ &= \sin x (2 \cos x - 3)(\cos x + 1) \end{aligned}$$



# Ejemplos 3

- Simplifique

$$\cos x + \sin x \tan x$$

$$= \cos x + \sin x \cdot \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$= \cos x + \frac{\sin^2 x}{\cos x}$$

$$= \cos x \cdot \frac{\cos x}{\cos x} + \frac{\sin^2 x}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos^2 x}{\cos x} + \frac{\sin^2 x}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos x}$$

$$= \frac{1}{\cos x} = \sec x$$

$$\frac{1}{1 - \sin x} - \frac{1}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{1(1 + \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} - \frac{1(1 - \sin x)}{(1 + \sin x)(1 - \sin x)}$$

$$= \frac{(1 + \sin x) - (1 - \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}$$

$$= \frac{1 + \sin x - 1 + \sin x}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{2\sin x}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{2\sin x}{\cos^2 x} = 2 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cos x} = 2 \tan x \sec x$$



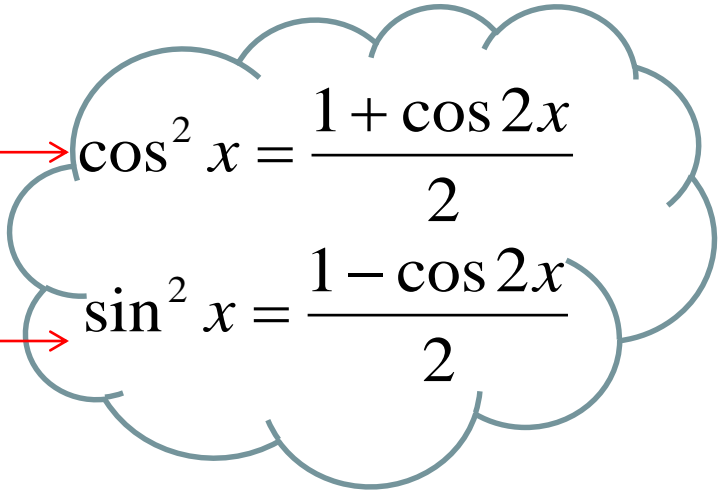
# Identidades para el ángulo doble

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$


$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$





# Ejemplos 4

- Simplifique

$$\begin{aligned}\frac{\sin 4x}{\cos 2x} &= \frac{\sin 2(2x)}{\cos 2x} \\ &= \frac{2 \sin 2x \cdot \cos 2x}{\cos 2x} \\ &= 2 \sin 2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\sin x + \cos x)^2 - 1 &= \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x - 1 \\ &= \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x - 1 \\ &= 1 + 2 \sin x \cos x - 1 \\ &= 2 \sin x \cos x = \sin 2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos^4 x - \sin^4 x &= (\cos^2 x)^2 - (\sin^2 x)^2 \\ &= (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) \\ &= (\cos^2 x - \sin^2 x)(1) \\ &= \cos 2x\end{aligned}$$



# Identidades de Adición y Sustracción

$$\sin(s + t) = \sin s \cos t + \cos s \sin t$$

$$\sin(s - t) = \sin s \cos t - \cos s \sin t$$

$$\cos(s + t) = \cos s \cos t - \sin s \sin t$$

$$\cos(s - t) = \cos s \cos t + \sin s \sin t$$

$$\tan(s + t) = \frac{\tan s + \tan t}{1 - \tan s \tan t}$$

$$\tan(s - t) = \frac{\tan s - \tan t}{1 + \tan s \tan t}$$

